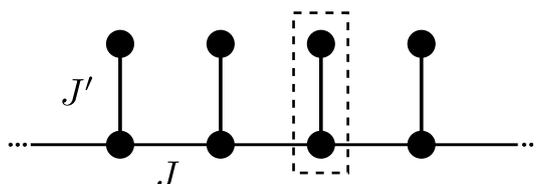


## Física Teórica 3 – 2do. cuatrimestre de 2013

### Segundo parcial (27/11)

1. Un gas en equilibrio está compuesto por bosones  $b$  de espín 0 y fermiones  $f$  de espín  $1/2$ , que pueden transformarse unos en otros de acuerdo al siguiente esquema  $b \leftrightarrow f + f$ . La masa de los bosones es  $m$  y la masa de los fermiones es  $m/2$ . El gas está a temperatura  $T$ , ocupa un volumen  $V$  y tiene una masa total igual a  $M = Nm$ . La energía de las partículas es  $p^2/2m_i$ .
  - (a) ¿Cuál es la relación entre las fugacidades de los dos tipos de partículas y cuál es el rango de valores que pueden tomar?
  - (b) Suponga que la fugacidad de los bosones toma algún valor intermedio dentro de su rango de variación. Grafique cualitativamente los números medios de ocupación de cada tipo de partícula en función de la energía.
  - (c) Escriba la ecuación que determina las fugacidades.
  - (d) Para un valor fijo de la densidad  $\rho = M/V$ , encuentre la temperatura a la que se produce el condensado de Bose–Einstein para este sistema. Compare con la temperatura crítica del gas de bosones ordinario a la misma densidad.
  
2. En una caja bidimensional cuadrada de área  $A$  se encuentra un gas de fotones a temperatura  $T$ .
  - (a) Encuentre la energía  $U$  del gas en función de  $T$ .
  - (b) Encuentre el calor específico a área constante en función de  $T$ .
  - (c) Muestre que se cumple la siguiente relación entre la presión  $p$  y la energía:  $pA = \alpha U$ , y encuentre el valor de la constante  $\alpha$ .
  - (d) La caja bidimensional puede pensarse como el límite de una caja prismática tridimensional de dimensiones  $\sqrt{A} \times \sqrt{A} \times H$ , donde  $H \ll \sqrt{A}$ . Si la temperatura es  $T$ , ¿cuánto debe valer  $H$  para que la caja pueda ser considerada bidimensional? Estime esta longitud a temperatura ambiente.
  - (e) (Opcional.) Si en la caja se hace una pequeña abertura de longitud  $\delta l$ , encuentre la energía irradiada por unidad de tiempo y unidad de longitud en función de la temperatura (es decir, el análogo de la ley de Stefan–Boltzmann, pero para un gas de fotones en una caja bidimensional). *Ayuda:* tenga en cuenta que la radiación electromagnética escapa de la apertura con velocidad  $c$ . Se puede asumir que la abertura no afecta el carácter isotrópico de la distribución.
  
3. Cada espín de una cadena de Ising unidimensional interactúa con un espín adicional, como muestra la figura. Los espines de la cadena original interactúan con un acoplamiento  $J$ , mientras que el acoplamiento con los espines fuera de la cadena es  $J'$ . La cadena contiene  $N$  unidades elementales de 2 espines. No hay campo magnético externo.



- (a) Encuentre la función de partición canónica si la cadena tiene extremos abiertos.
- (b) Encuentre la función de partición canónica si la cadena es cerrada.
- (c) Muestre que cuando  $N \gg 1$ , todas las cantidades termodinámicas intensivas son independientes de si la cadena es abierta o cerrada.

Fórmulas y constantes útiles:

$$g_\nu(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty \frac{x^{\nu-1} dx}{z^{-1}e^x - 1}; \quad g_\nu(1) = \zeta(\nu), \quad \nu > 1.$$

$$f_\nu(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty \frac{x^{\nu-1} dx}{z^{-1}e^x + 1}, \quad f_\nu(1) = (1 - 2^{1-\nu})\zeta(\nu).$$

$$\zeta(3/2) \approx 2.612, \quad \zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}, \quad \zeta(3) \approx 1.202, \quad \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}.$$

$$h \approx 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}, \quad k \approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}, \quad c \approx 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

## Preguntas teóricas

1. Bosqueje el calculo de  $\Gamma$  (el número de microestados) para Fermiones en el ensamble micro canónico.
2. En una enana blanca, ¿qué ocurre con los átomos de Helio?
3. Grafique  $\langle n_p \rangle$  vs  $(\epsilon - \mu)/kT$  para Bosones, Fermiones y Boltzmanniones.
4. Discuta  $\lambda^3/v$  para bosones ideales en 3D.
5. ¿Cómo se comportan Bosones y Fermiones en el límite de la primera corrección cuántica o de extrema dilución?
6. Comente la prueba de Griffiths de la existencia de magnetización espontánea en el modelo de Ising 2D.
7. ¿En qué consiste la aproximación de Bethe–Peierls para el modelo de Ising?
8. ¿Qué es la teoría de Landau para transiciones de fase?