

Física Teórica 3 – 2do. cuatrimestre de 2013

Primer recuperatorio (4/12)

- Una superficie tiene N sitios adsorbentes, distinguibles e independientes. Cada sitio puede estar vacío u ocupado por una partícula. A su vez, cada partícula adsorbida puede ocupar dos estados dentro del sitio, con energías ϵ_1 y ϵ_2 , respectivamente. Suponiendo que hay n partículas adsorbidas:
 - Escriba la función de partición de las partículas en el ensamble canónico.
 - Calcule los números medios de partículas en cada estado (ϵ_1 o ϵ_2).
 - Calcule el potencial químico $\mu(n, T)$.
 - Suponiendo que la superficie está en equilibrio con un gas compuesto por la misma clase de partículas que las adsorbidas, exprese la fracción de sitios ocupados, $r = n/N$, en función de la temperatura y de la presión del gas. Puede asumirse que tanto n como $N - n$ son números mucho mayores que 1. La masa de las partículas es m .
- Un gas muy diluido está compuesto por N esferas huecas de radio a y masa M que se mueven en un volumen $V \gg a^3$. Cada esfera contiene una partícula puntual de masa m que puede moverse libremente en su interior. Las esferas no rotan.
 - Escriba la función de partición canónica del sistema.
 - Encuentre la ecuación de estado $p(V, N, T)$.
 - Encuentre el calor específico a V constante.
- En una caja pueden aparecer espontáneamente pares de partículas. Cuantas más partículas hay, más alta es la probabilidad de que aparezca un nuevo par. Si hay n partículas, la probabilidad por unidad de tiempo de que aparezca un nuevo par es $\alpha(n + 2)$, donde α es una constante positiva.
 - Escriba la ecuación maestra para $p_n(t)$, la probabilidad de que haya n partículas a tiempo t .
 - Escriba la ecuación diferencial que satisface la función generatriz $F(z, t) = \sum_n p_n(t) z^n$.
 - Demuestre que la solución de la ecuación anterior puede escribirse como
$$F(z, t) = \frac{1}{z^2} f\left(e^{\alpha t} \frac{\sqrt{1 - z^2}}{z}\right).$$
 - Encuentre F para la condición inicial en la que a tiempo $t = 0$ la caja está vacía.
 - Para la misma condición inicial, encuentre el número medio de partículas en función del tiempo.
 - Para la misma condición inicial, encuentre la probabilidad de que a tiempo t la caja siga vacía.

Preguntas teóricas

1. Justifique la ecuación de Van der Waals.
2. ¿Cuándo vale la extensividad de la Entropía en un sistema?
3. ¿Cuál es la condición de equilibrio para un sistema a S , N y V constantes?
4. ¿Cuál es la condición de equilibrio de acuerdo con la ecuación de Boltzmann?
5. ¿Qué es la Paradoja de Gibbs y qué consecuencias tiene en la formulación de la teoría de ensambles?
6. Ensemble canónico: justifique.
7. ¿Cómo son las fluctuaciones de energía en el gran canónico?
8. Matriz de adyacencia y distinguibilidad de grafos rotulados.