Física Teórica 3 – 1er. cuatrimestre de 2014 – Segundo parcial

- Problemas en hojas separadas.
- Las preguntas teóricas cuentan como un problema.
- Lea los enunciados más de una vez. Asegúrese de resolver el problema que se le pide.
- Por favor, use letra clara y sea breve.
- Escriba en limpio los pasos esenciales de los cálculos. El resto puede entregarse como borrador.

1. Un gas de N fermiones no interactuantes, de espín $1/2$, está en un potencial armónico isotrópico, $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$. Los estados de una partícula en este potencial están dados por 3 números, n_x, n_y y n_z, enteros mayores o iguales que cero, y la energía de cada estado es

$$\epsilon_{n_x,n_y,n_z} = (n_x + n_y + n_z)\hbar\omega.$$

(El cero de energía se ha redefinido para anular la energía del nivel fundamental.) Cuando además hay un campo magnético externo, la energía de los fermiones adquiere un término igual a $s\mu H$, donde $s = \pm 1$ es el signo de la proyección del espín en la dirección del campo. El gas está a temperatura cero.

(a) Halle el valor máximo de N tal que todos los espines sean paralelos entre sí cuando hay un campo magnético $H > 0$.

(b) ¿Cuánto vale la energía por partícula en ese caso?

(c) Asumiendo que la energía de Fermi es mayor que μH, escriba la magnetización M en términos de la energía de Fermi y de los datos del problema.

(d) Calcule la susceptibilidad por partícula,

$$\chi = \frac{1}{N}\left.\frac{\partial M}{\partial H}\right|_{H=0}.$$

El resultado debe escribirse en términos de los datos del problema.

Ayuda: para pasar de la suma sobre estados a una integral, calcule el número de estados de una partícula con una dada energía $m\hbar\omega$ y reescriba la suma sobre estados como una suma sobre m, y de ahí pase a la integral.

2. Considere un gas ideal de Bose–Einstein ultrarrelativista, cuyas partículas tienen un grado de libertad interno caracterizado por un índice s que toma los valores 0 y 1. Los estados de una partícula tienen energías $E(\mathbf{p}, s) = pc + s\epsilon$, donde $0 < \epsilon$ y c es la velocidad de la luz. La densidad está fija y vale $1/v$.

(a) ¿Cuál sería la temperatura crítica T_0 si las partículas no tuvieran el grado de libertad interno, es decir, si fuera un gas de BE ultrarrelativista con energías $E = pc$ y sin ninguna degeneración adicional?

(b) Dependiendo del valor de ϵ, ¿cuál es, en términos de T_0, el intervalo de valores en que puede hallarse la temperatura crítica T_c del gas con el grado de libertad interno?

(c) Suponiendo que $\beta_c\epsilon \gg 1$, encuentre la primera corrección a la temperatura crítica respecto del caso $\epsilon \to \infty$.

3. (a) Calcule la energía libre para una cadena de Ising unidimensional de $2N$ espines, cerrada, sin campo externo y cuyos acoplamientos entre primeros vecinos alternan entre los valores J y J'. Además, escriba la energía libre por partícula en el límite termodinámico.

   (b) Ídem pero si la cadena es abierta.

Preguntas teóricas

Elija al menos 8 de las siguientes preguntas (¡y respóndalas!)

1) Defina parámetro de orden y exponente critico.
2) Scaling de Widom.
3) Scaling de Kadanoff.
4) ¿En qué consiste la aproximación de Braggs−Williams para el modelo de Ising?
5) ¿Cuál es la forma propuesta por Landau para la energía libre en el caso de una transición de fase **continua**?
6) ¿Qué forma tiene la energía libre de Helmholtz $A(H,T)$ para el modelo de Ising? (Esquemas.)
7) ¿Qué rol desempeña la función $g_{3/2}(z)$ en la descripción de sistemas de bosones idénticos?
8) Discuta λ^3/v para bosones. ¿Cómo se relaciona con la condensación de Bose−Einstein?
9) Describa $\frac{\langle n_0\rangle}{V}$ vs. $\frac{\langle n_1\rangle}{V}$ para bosones en términos de T.
10) Esquema de $P(T)$ y $C_V(T)$ para bosones.