Física Teórica 3 – 2do. cuatrimestre de 2014 – Recuperatorio del primer parcial

- Problemas en hojas separadas.
- Lea los enunciados más de una vez. Asegúrese de resolver el problema que se le pide.
- Por favor, use letra clara y **sea breve**. Escriba en limpio los pasos esenciales. El resto puede entregarse como borrador.
- Justifique sus respuestas.
- Termina a las 13:30 hs.

1. Considere un sistema de N partículas idénticas distinguibles, cada una de las cuales tiene dos niveles de energía, 0 y $\varepsilon > 0$. El nivel de energía superior tiene una degeneración g, mientras que el nivel más bajo es no degenerado. Trabaje en el ensamble microcanónico.

   (a) Calcule la energía libre de Helmholtz $F(T, N)$

   (b) Encuentre el número de partículas en cada nivel de energía en función de la temperatura.

2. Un sistema está formado por N partículas independientes y distinguibles, confinadas a moverse en dos dimensiones sobre un área A. Este movimiento de traslación puede ser considerado clásicamente, $\varepsilon_{\text{trasl}} = p^2/2m$. Cada partícula tiene, además, un grado de libertad interno, correspondiente a una rotación en el plano, con niveles de energía $\varepsilon_n = \hbar^2 n^2/(2I)$, con $n = .., -1, 0, 1...$

   (a) Escriba la función de partición del sistema de las N partículas a temperatura T.

   (b) Escriba la energia interna y el calor específico, c_A. Encuentre explícitamente su comportamiento aproximado para $T \to 0$ y $T \to \infty$.

   (c) ¿Para qué rango de valores de T el sistema se comportará aproximadamente como un gas monoatómico bidimensional?

3. Las autoenergías de un electrón en presencia de un campo magnético $\mathbf{B} = B\hat{z}$ están dadas por los llamados niveles de energía de Landau

$$\varepsilon(p_z, j) = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{\hbar e B}{mc}\left(j + \frac{1}{2}\right),$$

   j es un número cuántico que toma valores 0,1,...∞. El momento magnético de un electrón con número cuántico j es $e\hbar(j + 1/2)/(mc)$. Para electrones en una caja cúbica de lado L, cada nivel de energía está degenerado con degeneracion $g = 2L^2 eB/2\pi\hbar c$, que ya incluye la degeneración de espín.

   (a) Escriba la función de partición gran canónica correspondiente a este gas de electrones.

   (b) Encuentre el término dominante en la fugacidad $z = e^{\beta\mu}$ en el límite clásico de alta temperatura.

   (c) También en ese límite encuentre la susceptibilidad magnética a campo magnético nulo, $\chi(T) = \frac{1}{N}\frac{\partial M}{\partial B}\Big|_{B=0}$.

Algunas fórmulas que pueden ser útiles:

$$\ln(N!) \simeq N \ln N - N,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\pi/a}, \quad f_\nu(z) = \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l-1} \frac{z^l}{l^\nu}$$