

## Física Teórica 3 – 2do. cuatrimestre de 2014

### Guía 9: Teoría de Landau

1. La energía libre de Landau para un ferromagneto (simetría  $O(3)$ ) en ausencia de campo magnético externo, es:

$$f(m, T) = a(T)m^2 + \frac{b(T)}{2}m^4$$

- (a) Es de esperar que  $m$  sea nula para  $T > T_c$ , y finita para  $T < T_c$ . ¿Qué condiciones deben cumplir  $A(T)$  y  $b(T)$  para que dicho comportamiento se cumpla?
- (b) Sea  $a(T) = a_0(T - T_c)$ ,  $a_0 > 0$  y  $b(T) = b = \text{cte} > 0$ . En las cercanías de una transición de fase valen las siguientes relaciones de *scaling*:

$$\begin{aligned} m(T) &\sim (T_c - T)^\beta (h = 0, T < T_c) \\ c_V &\sim |T - T_c|^{-\alpha} (h = 0) \\ \xi(T) &= \partial_h m|_h = 0 \sim |T - T_c|^{-\gamma} (h = 0) \\ m(h) &\sim h^{1/\delta} (T = T_c) \end{aligned}$$

Calcule, para nuestro modelo, los exponentes críticos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$

2. Considere un sistema cuya energía libre de Landau es:

$$A(m, t) = -hm + q(t) + r(t)m^2 + s(t)m^4 + n(t)m^6$$

donde  $n(t)$  es una constante positiva fija. Minimice  $A$  con respecto a  $m$  y examine la magnetización espontánea  $m_0$  como función de los parámetros  $r$  y  $s$ . En particular muestre que

- (a) Para  $r > 0$  y  $s > -(3nr)^{1/2}$ ,  $m_0 = 0$  es la única solución real.
- (b) Para  $r > 0$  y  $-(4nr)^{1/2} < s \leq -(3nr)^{1/2}$ ,  $m_0 = 0$  o  $m_0 = \pm m_1$ , donde

$$m_1^2 = \frac{\sqrt{s^2 - 3nr} - s}{3n}$$

Sin embargo, dado que el mínimo de  $A$  en  $m_0 = 0$  es menor que los mínimos en  $m_0 = \pm m_1$ , la situación de equilibrio corresponde al caso  $m_0 = 0$ .

- (c) Para  $r > 0$  y  $s = -(4nr)^{1/2}$  es  $m_0 = 0$  y  $m_1 = \pm(r/n)^{1/4}$ . Ahora, el mínimo de  $A$  en  $m_0 = 0$  coincide con los correspondientes a  $m_1 = \pm(r/n)^{1/4}$ , de modo tal que es igualmente probable tener magnetización espontánea como magnetización nula.
- (d) Para  $r > 0$  y  $s < -(4nr)^{1/2}$  es  $m_0 = \pm m_1$ , lo que implica una transición de fase de primer orden (los dos estados disponibles difieren en un valor finito de  $m$ ). La línea  $s = -(4nr)^{1/2}$  con  $r > 0$  se denomina "línea de transición de fase de primer orden".
- (e) Para  $r = 0$  y  $s < 0$ ,  $m_0 = \pm(2|s|/3n)^{1/2}$ .
- (f) Para  $r < 0$ ,  $m_0 = \pm m_1$  para todo  $s$ . Cuando  $r \rightarrow 0$ ,  $m_1 \rightarrow 0$  si  $s > 0$ .

(g) Para  $r = 0$  y  $s > 0$ ,  $m_0 = 0$  es la única solución. Combinando este resultado con el del punto anterior, concluya que la línea  $r = 0$ , con  $s > 0$  es una línea de transiciones de fase de segundo orden.

Las líneas de primer y segundo orden se encuentran en el punto  $r = s = 0$ , que es el denominado punto tricrítico.

3. Calcular el comportamiento para bajas temperaturas del  $c_V$  para el  $\text{He}^4$  sobre la base del modelo de Landau-Feynman para las excitaciones de tipo bosónico.
4. Según la teoría de Guinzburg-Landau, la siguiente es una expresión válida para la energía libre asociada a materiales superconductores:

$$F = \int d^3r \left\{ f_0 + \frac{\hbar^2}{2m^*} |\nabla\psi|^2 + a(T - T_c) |\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4 \right\}$$

La cantidad  $|\psi|^2$  es proporcional a la densidad de partículas superconductoras del gas de electrones. Encuentre la configuración del parámetro de orden  $\psi(\vec{r})$  para el caso en el que el material está contenido en el semiespacio  $x > 0$ , en ausencia de campo magnético externo.