

Segundo recuperatorio de Física Teórica 3

13/7/2016

Problema 1

Considere un gas de electrones confinado a moverse en un plano de área A . Se aplica un campo magnético de módulo B en la dirección normal al plano. En estas condiciones, ignorando la interacción entre el espín de los electrones y el campo magnético, se obtiene que los niveles de energía monoparticulares son los de un oscilador armónico,

$$\epsilon = \hbar\omega(n + 1/2) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

donde $\omega = eB/(mc)$ (e y m son respectivamente la carga y la masa del electrón y c es la velocidad de la luz). Cada nivel de energía tiene degeneración $g = 2AeB/(hc)$. El sistema se encuentra en equilibrio a temperatura T y fugacidad z .

- (a) Usando la fórmula de Euler-Maclaurin, $\sum_{n=0}^{\infty} f(n + 1/2) \simeq \int_0^{\infty} du f(u) + f'(0)/24$, pruebe que la función de partición grancanónica del gas está dada por

$$\log \mathcal{Z} \simeq g \left[\frac{kT}{\hbar\omega} f_2(z) - \frac{1}{24} \frac{\hbar\omega}{kT} \frac{z}{1+z} \right].$$

Discuta el caso $B = 0$.

- (b) Calcule la magnetización $M = kT(\partial_B \log \mathcal{Z})_{T,A,z}$ del gas en función de T , A , B y el número de partículas N a primer orden en B , y obtenga de ahí la susceptibilidad magnética del gas. Discuta sus resultados.

Problema 2

Considere un gas de N partículas libres de espín 0 y masa m que se mueven en un espacio de d dimensiones. El gas está contenido en un recipiente de volumen V y se encuentra en equilibrio a temperatura T . Supondremos que $d \gg 1$, lo cual es una simplificación porque $g_\nu(z) \simeq z$ para $\nu \gg 1$.

- (a) Calcule la fracción de partículas en el estado fundamental, la presión y la entropía por partícula del gas como funciones de T y $v = V/N$, y gráfíquelas a T constante. Discuta sus resultados.
- (b) Calcule el calor cedido por partícula cuando el gas condensa completamente de manera cuasiestática e isoterma.

Problema 3

Considere una cadena unidimensional de Ising formada por N espines en presencia de un campo magnético.

- (a) Encuentre las ecuaciones del grupo de renormalización correspondientes a decimar el sistema sumando sobre todos los sitios que no son múltiplos de 3.
- (b) Particularizando al caso donde el campo magnético es nulo, obtenga los puntos fijos y estudie su estabilidad.