# Guía 2, clase 1

Monday, 5 April 2021 11:05

$\{A, B, C, D\}$

* Permutaciones : formas de ordenar los elementos de un conjunto

ABCD

BACD

\# permutaciones de un conjunto de $n$ elementos :

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

* $k$ - permutaciones : listas ordenadas de $k$ elementos extraídos de un conjunto.

ABC

BAC

BDA

B D A

\# k-permutaciones de un conjunto de $n \geq k$ elementos:

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

* <u>Combinaciones</u>: subconjuntos.

$\{A, B, C\}$

$\{A, B, D\}$

\# combinaciones de k elementos de un conjunto de n elementos:

$$\text{k-perm} \rightarrow \frac{n!}{(n-k)!\, k!} = \binom{n}{k}$$

$5!$

$\text{AB}\ \text{CDE}$

$\text{BA}\ \text{CDE}$

1. ¿De cuántas formas se pueden ordenar 5 personas en hilera para sacarse una foto? ¿De cuántas formas si $A$ y $B$ deben estar uno al lado del otro? $2 \cdot 4!$

2. ¿Cuántas palabras de 3 letras (tengan o no sentido) se pueden formar con las letras a, b, c, d, e y f? ¿Y si no se pueden repetir letras? $6 \cdot 5 \cdot 4 = 6!/3!$

$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$

3. Se llama anagrama de una palabra a toda permutación de sus letras, tenga o no sentido. ¿Cuántos anagramas tiene la palabra MANZANA?

$\frac{7!}{2!\,3!}$

$MAN_1ZAN_2A$

$MAN_2ZAN_1A$

4. Para un torneo de ping pong se anotaron 6 personas. ¿Cuántos partidos se van a jugar si todos tienen que jugar entre sí?

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$AMN_1ZAN_2A$

$AMN_2ZAN_1A$

5. ¿Cuántas maneras hay de amontonar $N$ libros indistinguibles en $M$ cajas distinguibles? ¿Cómo cambia el resultado si los libros son distinguibles e importa el orden en que se amontonan en cada caja? ¿Y si no importa ese orden?

• • • | • • | •

N bolitas, M−1 palitos

• • | • • | • | • | • •

$$\boxed{\Omega = \frac{(N+M-1)!}{N!\,(M-1)!} = \binom{N+M-1}{N}}$$


Libros distinguibles, importa orden en q se amontona

$$\Omega_{dist} = N!\,\Omega_{ind} = \frac{(N+M-1)!}{(M-1)!}$$

$$\underset{2}{\bullet}\ \Big|\ \underset{1}{\bullet}\ \underset{4}{\bullet}\ \Big|\ \underset{3}{\bullet}\ \underset{5}{\bullet}\ \Big|\ \underset{8}{\bullet}\ \Big|\ \underset{7}{\bullet}\ \underset{9}{\bullet}$$

Libros distinguibles, no importa orden dentro de caja

$$\Omega_{dist} = M \cdot M \ldots \cdot M = M^N$$

Si $M >> N$,

$$\Omega_{ind} = \frac{(N+M-1)!}{N!\,(M-1)!} = \frac{\overbrace{(N+M-1)\cdot(N+M-2)\cdot\ldots\cdot M}^{N \text{ factores}}}{N!}$$

$$\underset{M>>N}{\simeq} \frac{M^N}{N!} = \frac{\Omega_{dist}}{N!}$$

6. Se arrojan $N$ monedas. Determine el número de secuencias en las que

(a) aparecen exactamente $n$ caras;

(b) no hay dos caras seguidas;

(c) aparecen dos caras seguidas recién en los últimos dos tiros;

(d) el número de caras es par.

X X C X C C X

(a) C C C X X X X

C C X X C X X

$$S = \binom{N}{n}$$

# formas en q puedo elegir dónde aparecen las caras

$$\parallel$$

$$S = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$$

(b) X X C X C X X

X X C X C X C

X C C ~~X~~ C X C

x c c ~~x c~~ c x c

$$S_N = S_N^c + S_N^x$$

Terminan en c

Terminan en x

$$S_N^x = S_{N-1}$$

$$S_N^c = S_{N-1}^x = S_{N-2}$$

x x x x

x x c x

x c x x

c x c x

c x x x

$$\Rightarrow \boxed{S_N = S_{N-1} + S_{N-2}}$$

$S_1 = 2$

x
c

$S_2 = 3$

x x
x c
c x
~~c c~~

Fibonacci $\quad 1, 1, 2, 3, 5, \ldots$

$$\Rightarrow \quad S_N = F_{N+2}$$

Wiki: $F_N = \dfrac{\varphi^N - (-\varphi)^{-N}}{2\varphi - 1}$ , $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ # de oro

$$\Rightarrow \boxed{S_N = \frac{\varphi^{N+2} - (-\varphi)^{-(N+2)}}{2\varphi - 1}}$$