

## Física Teórica 3 – 1er. cuatrimestre de 2019

## Segundo parcial: 10/7/2019

Problemas pasados en limpio, en hojas separadas escritas por una sola carilla. Comentarios al mínimo. Borradores aparte. Entrega hasta las 21:45, estrictamente.

1.  $N$  fermiones de espín  $\frac{1}{2}$  y masa  $m$  están en una trampa armónica de frecuencia  $\omega$ ,

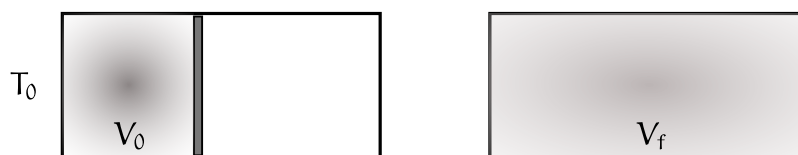
$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = \hbar\omega(n_x + n_y + n_z).$$

- Calcular la energía de Fermi  $\epsilon_F$ .
- Calcular la energía del gas a  $T = 0$ , expresada solamente en términos de  $N$  y  $\epsilon_F$ .
- Calcular el potencial químico como función de  $T$  para  $kT \ll \epsilon_F$ , reteniendo la primera corrección respecto de  $\epsilon_F$ . El resultado debe quedar escrito sólo en términos de  $\epsilon_F$  y  $T$ .
- Calcular la energía como función de la temperatura para  $kT \ll \epsilon_F$ . El resultado debe quedar escrito únicamente en términos de  $N$ ,  $\epsilon_F$  y  $T$ .
- Calcular  $C/kN$  como función de la temperatura para  $kT \ll \epsilon_F$ . El resultado debe quedar escrito únicamente en términos de  $\epsilon_F$  y  $T$ .

Fórmulas útiles:

$$\int_0^\infty d\epsilon \frac{\phi(\epsilon)}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} + 1} \approx \int_0^\mu d\epsilon \phi(\epsilon) + \frac{\pi^2}{6} \phi'(\mu)(kT)^2, \quad f_\nu(e^\xi) \approx \frac{\xi^\nu}{\Gamma(\nu+1)} \left[ 1 + \nu(\nu-1) \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{\xi^2} \right].$$

2.  $N$  bosones de espín cero y masa  $m$  ocupan un volumen  $V_0$  dentro de un cilindro aislado térmicamente, como muestra la figura. Inicialmente el gas está a temperatura  $T_0$ . Una fracción  $\chi_0 > 0$  de las partículas está en la fase condensada. Se remueve el tabique, el gas se expande libremente y alcanza un nuevo equilibrio, ocupando el volumen  $V_f$ .



- Escribir la ecuación que relaciona  $m$ ,  $\chi_0$ ,  $T_0$ ,  $V_0$  y  $N$ .
- Asumiendo que en el estado final aún hay fase condensada, ¿cuánto vale la temperatura final  $T_f$ ? El resultado debe escribirse únicamente en términos de  $V_0$ ,  $V_f$  y  $T_0$ .
- ¿Cuál es el valor máximo del volumen final,  $V_{\max}$ , tal que si  $V_f \geq V_{\max}$  entonces en el estado final no hay condensado?  $V_{\max}$  debe quedar escrito sólo en términos de  $V_0$  y  $\chi_0$ .
- Para  $V_f \leq V_{\max}$ , ¿cuál es la fracción final  $\chi_f$  de partículas en la fase condensada?  $\chi_f$  debe quedar escrita únicamente en términos de  $V_f$  y  $V_{\max}$ .

continúa a vuelta de hoja...

3. Una cadena de Ising está formada por dos líneas de  $N$  espines, como muestra la figura. La cadena es cerrada y  $N$  es par. Hay dos clases de acoplamientos. Un acoplamiento de magnitud  $J$  entre primeros vecinos de cada línea, y un acoplamiento de cuatro vértices, de magnitud  $J'$ . Es decir, en la energía de interacción aparecen dos clases de términos:  $-J(s_i s_{i+1} + s'_i s'_{i+1})$ , y  $-J' s_i s'_i s_{i+1} s'_{i+1}$ . No hay campo externo. La temperatura es  $1/k\beta$ .

Definiendo los parámetros  $\chi = e^{2\beta J}$  y  $w = e^{\beta J'}$ , considere la transformación de grupo de renormalización que elimina los espines pares. Encuentre las ecuaciones de transformación para  $\chi$  y  $w$ .

