

Física Teórica 3 – 1er. cuatrimestre de 2019
Recuperatorio del segundo parcial: 24/7/2019

Problemas pasados en limpio, en hojas separadas escritas por una sola carilla, sin más palabras que las necesarias. Borradores aparte. Entrega hasta las 21:30, estrictamente.

1. N bosones de espín 0 y masa m están encerrados en un recipiente de volumen V. Los bosones tienen un grado de libertad interno con niveles de energía como los de un oscilador:

$$\epsilon(\mathbf{p}, n) = \frac{p^2}{2m} + \hbar\omega n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

El sistema está en el límite termodinámico y $\beta\hbar\omega \ll 1$ para todas las temperaturas analizadas. (*Ayuda:* decida si esto último permite pasar de una suma sobre n a una integral).

- a) Calcule la función de partición para el ensamble gran canónico. Las integrales tienen que quedar escritas en términos de las funciones g_ν .
 - b) ¿Puede haber condensación de BE para $T > 0$? Justifique en menos de veinte palabras.
 - c) En caso afirmativo, escriba la temperatura crítica en términos de la temperatura crítica de un gas de bosones de masa m sin grados de libertad internos. ¿Cómo se comparan entre sí las dos temperaturas críticas?
2. Un cilindro está dividido en dos compartimientos por medio de un tabique móvil. En uno de los compartimientos hay un gas de fotones. En el otro hay un gas de N fermiones ultrarrelativistas de espín $\frac{1}{2}$, es decir, $\epsilon(p) = pc$. La temperatura del sistema es T, y es tan baja que permite tratar al gas de fermiones como si estuviera a temperatura nula. Encontrar el volumen que ocupa el gas de fermiones cuando hay equilibrio mecánico.

Fórmulas útiles: $\int_0^\infty dx \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$.

3. Una cadena de Ising está formada por dos líneas de N espines. La cadena es cerrada y N es par. Hay dos clases de acoplamientos. Un acoplamiento de magnitud J de primeros vecinos entre las cadenas, y un acoplamiento de cuatro vértices, de magnitud J'. Es decir, en la energía de interacción aparecen dos clases de términos: $-J s_i s'_i$, y $-J' s_i s'_i s_{i+1} s'_{i+1}$. No hay campo externo. La temperatura es $1/k\beta$. Definiendo los parámetros $x = e^{\beta J}$ y $w = e^{\beta J'}$, considere la transformación de grupo de renormalización que elimina los espines pares. Encuentre las ecuaciones de transformación para x y w. *Ayuda:* escribir la matriz de transferencia de manera simétrica.

