Física Teórica 3 — primer cuatrimestre de 2024

Primer recuperatorio – 15/7

■ **1**. Una superficie con sitios adsorbentes está en equilibrio con un gas ideal de partículas de masa m, a temperatura T y presión P. Cada sitio es, en realidad, un pequeño conducto de longitud L en donde las partículas atrapadas se comportan como un gas ideal en una dimensión. Un sitio desocupado tiene energía cero. Cada partícula atrapada tiene una energía $\epsilon(p) = p^2/(2m) + \epsilon_0$, donde ϵ_0 es la energía de adsorción.

a) Encuentre el número medio $\bar{n}(T, P)$ de partículas en cada sitio en función de T y P. (5)

b) Escriba la probabilidad $p(n)$ de que un sitio esté ocupado por n partículas. El resultado debe quedar escrito únicamente en términos de n y de $\bar{n}$. (3)

c) ¿Cuál es la fracción de sitios ocupados? (2)

■ **2**. En dos dimensiones, el problema del gas ideal de partículas de masa m con energía

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\epsilon_0^2 + (pc)^2},$$

donde $\epsilon_0 = mc^2$, puede resolverse en términos de funciones elementales.

a) Encuentre la entropía por partícula, s. (4)

b) Encuentre el calor específico por partícula a área constante, c_A. (4)

c) A partir de la función c_A, analice los límites no relativista y ultrarrelativista. (2)

■ **3**. N espines ocupan los N sitios de una cadena lineal. Cada espín puede estar en dos estados, $\downarrow$ y $\uparrow$. Un espín en el estado $\downarrow$ tiene energía cero. Un espín en el estado $\uparrow$ tiene energía ϵ. Además, no puede haber dos espines consecutivos en el estado $\uparrow$.

a) ¿Cuál es el número $\Omega(j)$ de estados de la cadena con j espines en el estado $\uparrow$? (1)

b) Escriba la función de partición exacta $Z(\beta, N)$ en el ensamble canónico. (1)

c) Asumiendo que $N \gg 1$, encuentre la fracción media $\bar{x}(\beta)$ de espines en el estado $\uparrow$. (3)

d) Encuentre la dispersión cuadrática media de x, es decir, $\langle (x - \bar{x})^2 \rangle$. (5)

Ayuda: Si se agrega un espín $\downarrow$ al final de la cadena, el número de estados sigue siendo $\Omega(j)$: las cadenas de $N + 1$ espines, terminadas en un espín $\downarrow$ y que no tienen dos espines $\uparrow$ consecutivos se pueden descomponer en bloques de dos tipos: bloques de pares de espines $\uparrow\downarrow$ y bloques de un espín $\downarrow$. Todo lo que resta es permutar esos bloques.