Física Teórica 3 — primer cuatrimestre de 2024

Segundo recuperatorio – 22/7

■ **1**. Considere un gas ideal de N fermiones de espín $\frac{1}{2}$ en una **trampa armónica** tridimensional de frecuencia ω en el límite termodinámico. Es válido aplicar la aproximación semiclásica.

a) Calcule la energía de Fermi, ϵ_F.

b) Calcule la energía por partícula cuando $T = 0$, expresada sólo en términos de ϵ_F.

c) Calcule el potencial químico como función de T para $kT \ll \epsilon_F$. El resultado debe quedar expresado como una serie de potencias en kT/ϵ_F hasta orden cuadrático, y debe quedar escrito únicamente en términos de ϵ_F y T.

d) Calcule la energía por partícula como función de la temperatura para $kT \ll \epsilon_F$. El resultado debe quedar expresado como en el ítem anterior.

■ **2**. Un gas ideal de N bosones de masa $m > 0$ y espín cero está en una caja de **bidimensional** de área A. Si se define $\epsilon_0 = mc^2$, la relación de dispersión es

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\epsilon_0^2 + (pc)^2}.$$

a) Calcule el logaritmo de la función de partición en el ensamble gran canónico.

b) En el límite termodinámico, este sistema ¿tiene una transición de fase a temperatura finita? De ser así, ¿cuál es la condición crítica?

c) Calcule la energía por partícula en el límite termodinámico como función de la temperatura, de la fugacidad y del área por partícula, $a = A/N$.

■ **3**. Calcule la función de partición del sistema de la figura de la izquierda. Es un modelo de Ising con un espín en cada nodo. La energía de interacción entre espines vecinos es $\epsilon(s, s') = -Jss'$ [por cada enlace]. Se define $K = \beta J$. El campo externo es nulo. La expresión de Z tiene que conducir manifiestamente a una expansión en potencias de $x = e^K$ y tiene que poder evaluarse en una calculadora usando sólo las operaciones de suma, resta, producto, división y exponenciación. *Ayuda*: elimine espines paso a paso, como en la figura de la derecha.