Física Teórica 3 — segundo cuatrimestre de 2024

PRIMER PARCIAL – 9/10*

■ **1**. Dos recipientes, A y B, forman un sistema cerrado con un total de N partículas. Los recipientes intercambian partículas. La probabilidad por unidad de tiempo de que una partícula pase del recipiente A al B es αn_A, donde n_A es el número de partículas en el recipiente A. Análogamente, la probabilidad por unidad de tiempo de que una partícula pase del recipiente B al A es βn_B. Estas son las únicas transiciones que es necesario considerar. Para simplificar la notación, se define $n = n_A$.

a) Escriba la ecuación maestra asociada a n. (4)

b) Escriba y resuelva la ecuación de evolución para el valor medio de n. (4)

c) ¿Cuál es el valor medio del número de partículas en cada recipiente en el equilibrio? (2)

■ **2**. Se trata del problema de los defectos de Frenkel. Un cristal está formado por N partículas. Este número es fijo. A temperatura cero, las N partículas ocupan los N sitios regulares de la red cristalina. A temperatura finita, las partículas también pueden ocupar sitios intersticiales. El número de sitios intersticiales es N. Si hay n partículas en sitios intersticiales, el número de defectos es n y la fracción de defectos es $x = n/N$. La energía necesaria para formar un defecto es $W > 0$. El cristal está en contacto con un reservorio térmico a temperatura T. Las condiciones son tales que $\langle n \rangle \gg 1$ y $N - \langle n \rangle \gg 1$.

a) Calcule la fracción media de defectos $\bar{x}$ en función de la temperatura. (2)

b) La variancia de la fracción de defectos es $\sigma_x^2 = \left\langle \left(x - \bar{x}\right)^2 \right\rangle$. Calcule $N\sigma_x^2$. El resultado debe quedar escrito únicamente en términos de $\bar{x}$. (4)

c) Considere una región del cristal que contiene m sitios de la red y m sitios intersticiales, con m lo suficientemente pequeño como para que el resto del cristal pueda tratarse como un reservorio de partículas. La variancia de la fracción de defectos en esta región del cristal es $\sigma_x'^2(m)$. Calcule $m\sigma_x'^2(m)$. El resultado debe quedar escrito únicamente en términos de $\bar{x}$. Si el resultado es el mismo que el del ítem anterior, explique por qué es el mismo; si es distinto, explique por qué es distinto. (4)

■ **3**. Dos dipolos magnéticos están fijos, pero pueden orientarse de manera arbitraria. Los momentos magnéticos de cada dipolo son, respectivamente, $\boldsymbol{\mu}_1 = \mu_0 \mathbf{n}_1$ y $\boldsymbol{\mu}_2 = \mu_0 \mathbf{n}_2$, donde $|\mathbf{n}_i| = 1$. La energía de interacción entre los dipolos es $E(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2) = -J\, \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$. El sistema está a temperatura T y se define $K = \beta J$. El campo externo es nulo. Calcule:

a) La función de partición en el ensamble canónico. (2)

b) La energía media como función de la temperatura. (2)

c) La susceptibilidad como función de la temperatura. (4)

Analice la susceptibilidad en los límites $K \to -\infty$, $K \to 0$ y $K \to \infty$. Interprete físicamente sus resultados comparándolos con la susceptibilidad de un solo dipolo. (2)

*zanellaj@df.uba.ar