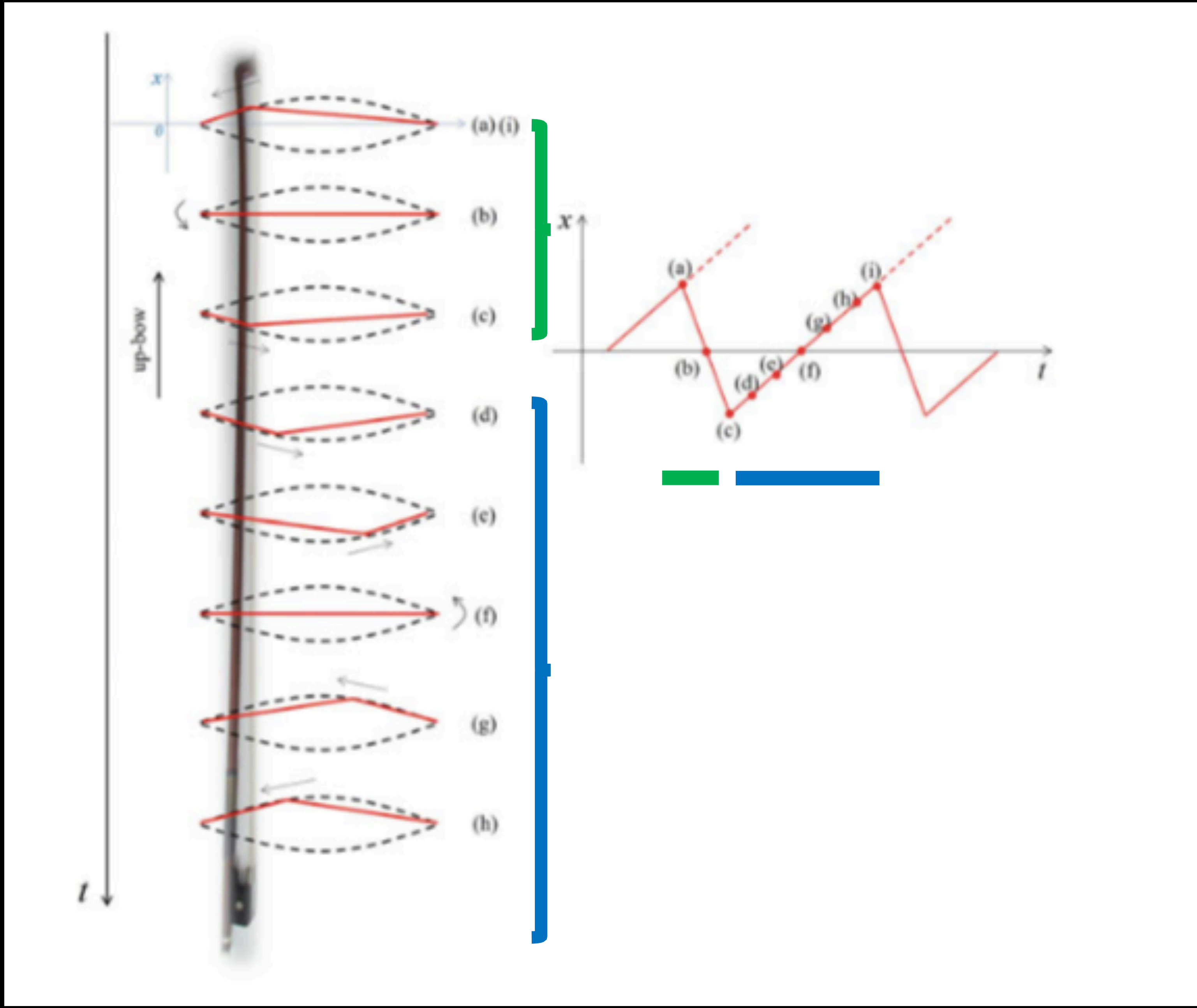
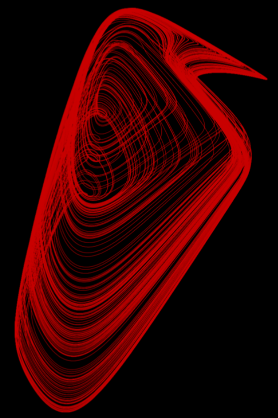
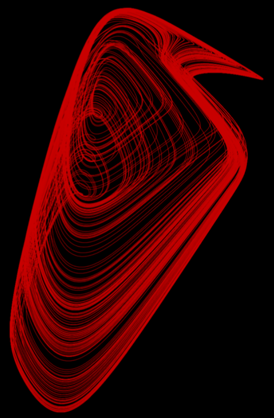
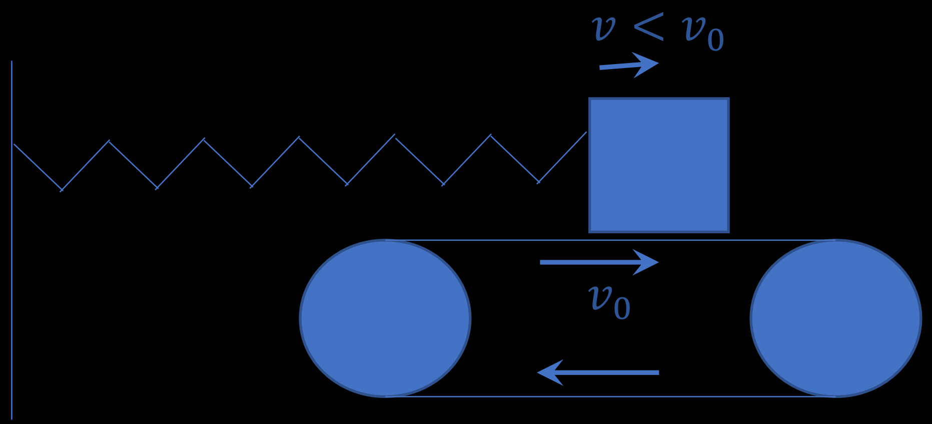
Amplificando la señal de la fuente sonora



(a) (i)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)
up-bow
t
x
(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)
(i)
t

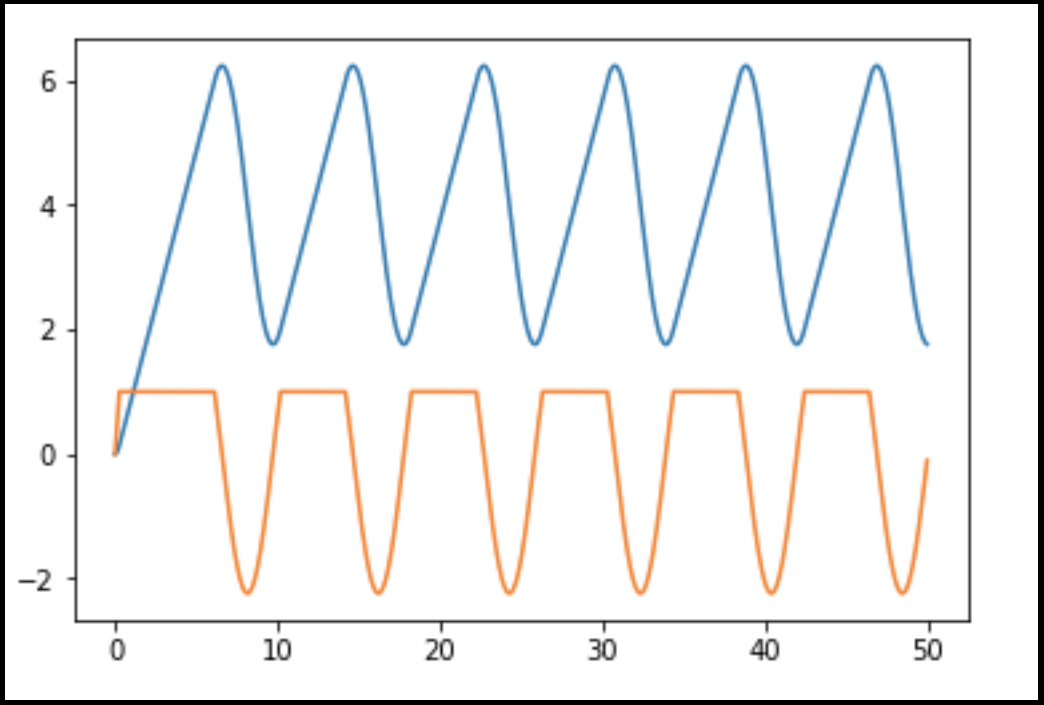




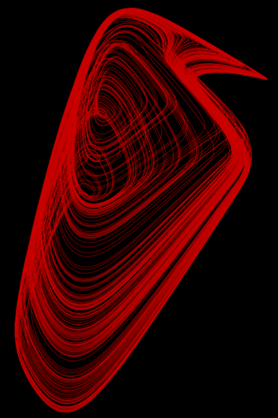


x

v



tiempo

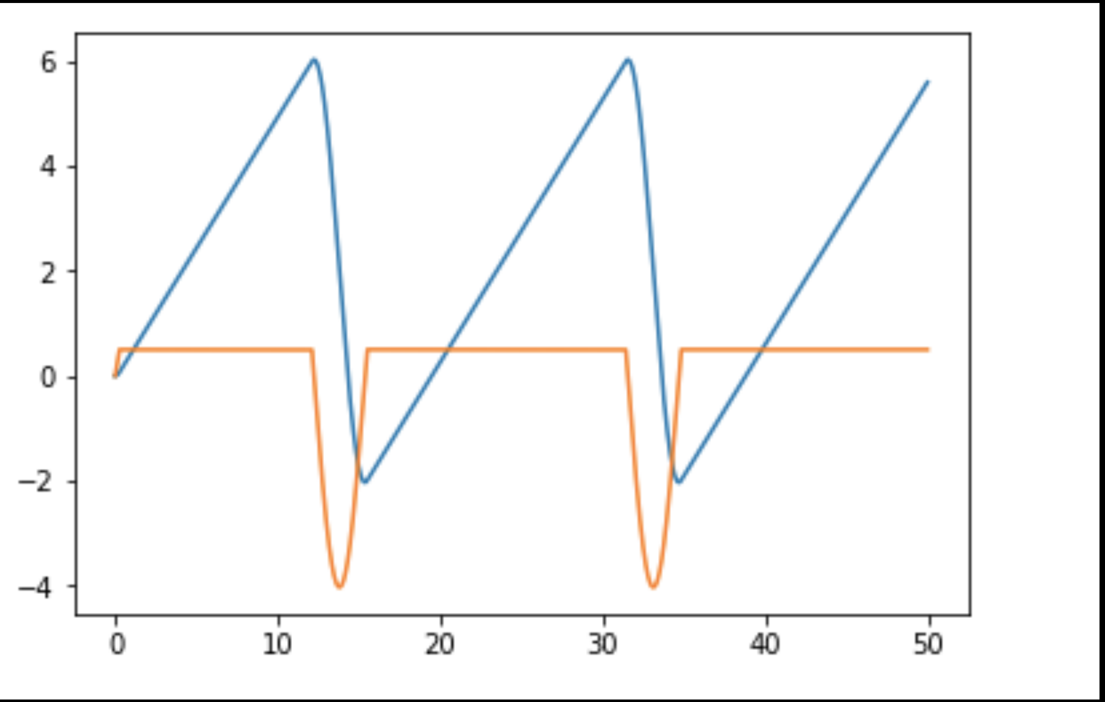


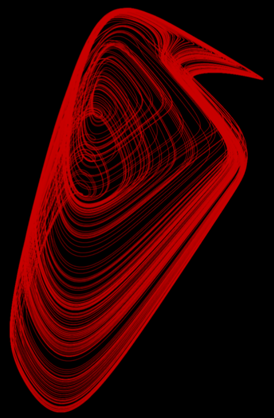
Supongamos que el periodo del movimiento armonico es mucho menor que el tiempo en el que la particula viaja a velocidad constante

$$\tau = 2\pi\sqrt{m/k} \ll {}^{2\Delta x}/_{v_0} = 2(\mu_e - \mu_d)\left({}^{gm}/_{kv_0}\right)$$

x

v



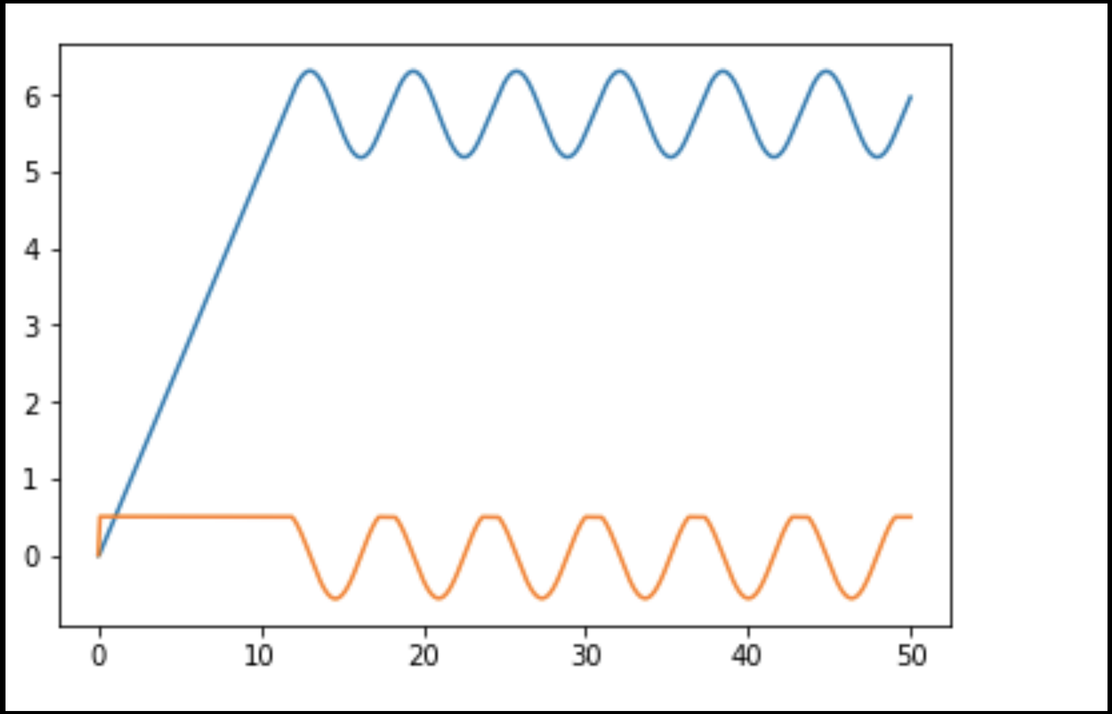


Supongamos que los coeficientes de friccion son similares…

$$2\Delta x/_{v_0} = 2(\mu_e - \mu_d)(^{gm}/_{kv_0}) \sim \epsilon$$

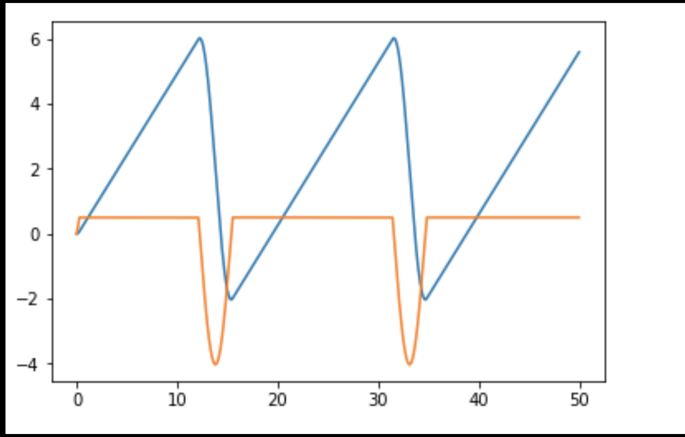
x

v

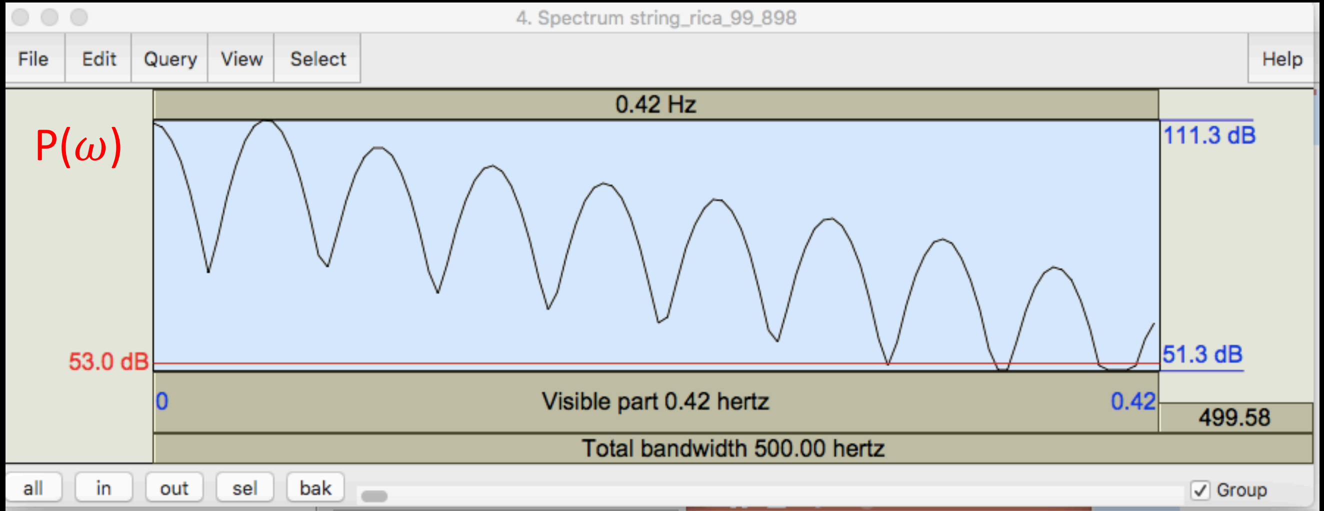


X

V



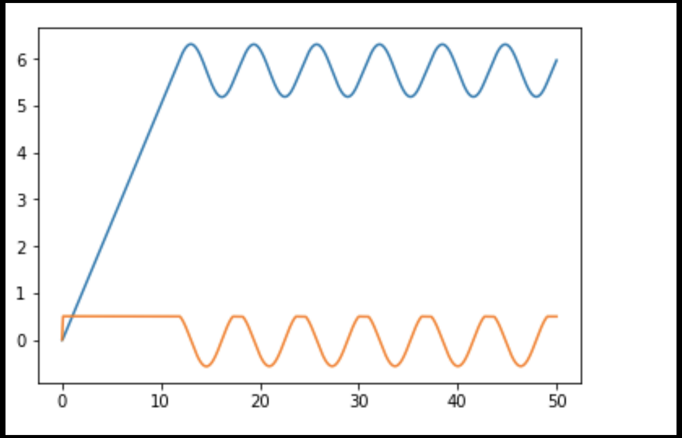
6
4
2
0
−2
−4
0
10
20
30
40
50



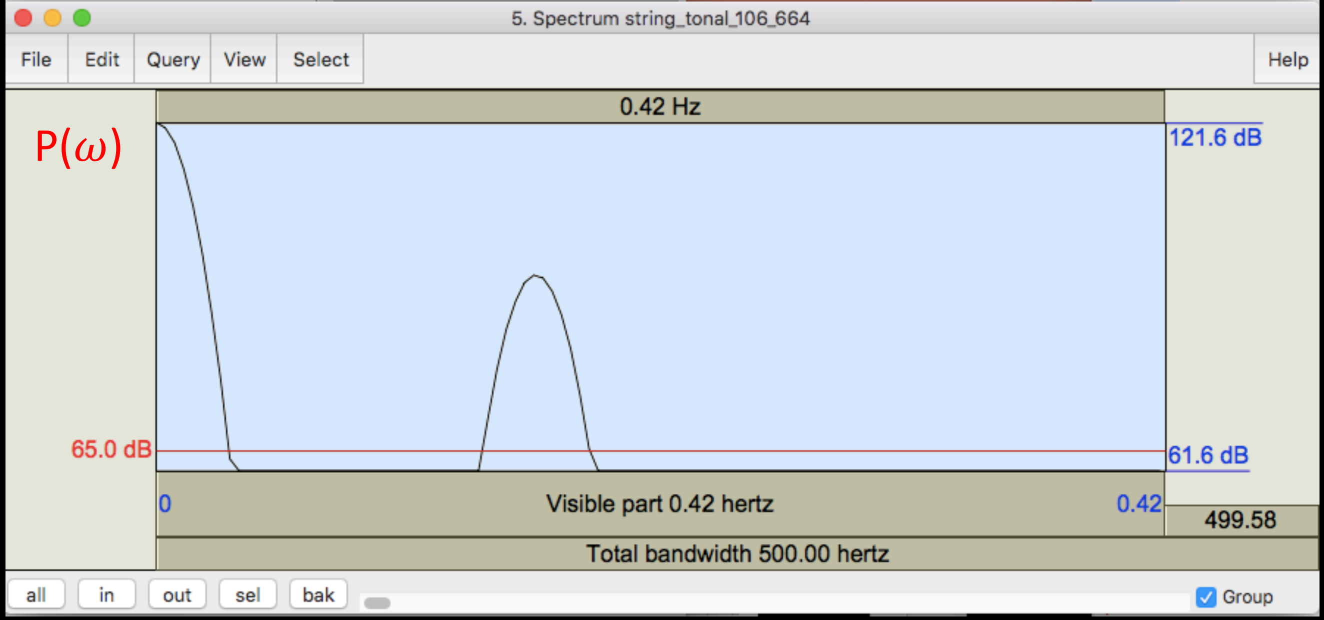
4. Spectrum string_rica_99_898
File
Edit
Query
View
Select
Help
0.42 Hz
P(ω)
111.3 dB
53.0 dB
51.3 dB
0
Visible part 0.42 hertz
0.42
499.58
Total bandwidth 500.00 hertz
all
in
out
sel
bak
Group

X

V



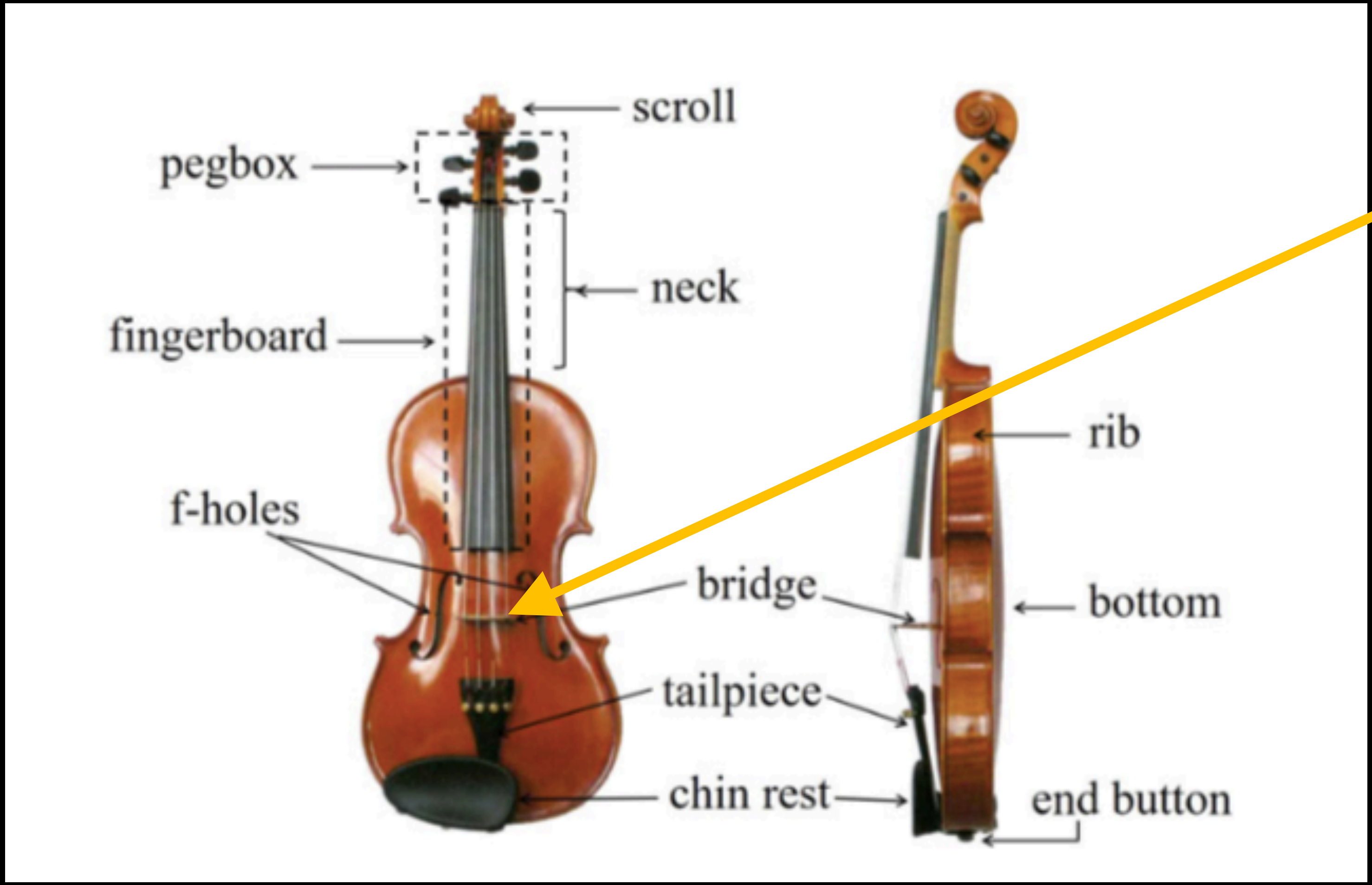
6
5
4
3
2
1
0
0
10
20
30
40
50



5. Spectrum string_tonal_106_664
File
Edit
Query
View
Select
Help
0.42 Hz
P(ω)
121.6 dB
65.0 dB
61.6 dB
0
Visible part 0.42 hertz
0.42
499.58
Total bandwidth 500.00 hertz
all
in
out
sel
bak
Group

ω

Para ser precisos, del despazamiento aun falta un poquito para calcular la fuerza con la que excitaremos a la cavidad del violin.

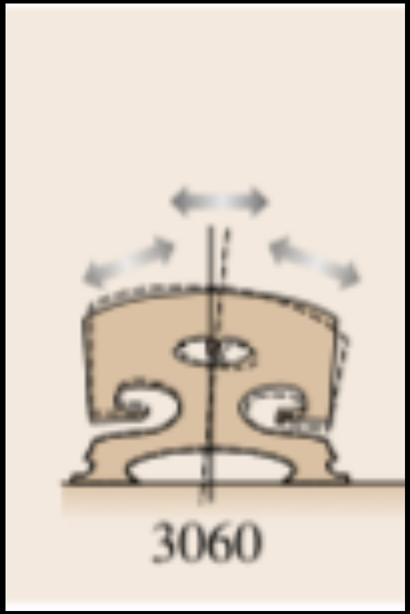


En este punto, la fuerza que se ejerce sobre el puente es:

$$F = T \left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_0$$

De este modo, la fuerza que excita a la tabla vía el puente es una onda triangular

Para ser precisos, del despazamiento aun falta un poquito para calcular la fuerza con la que excitaremos a la cavidad del violin.

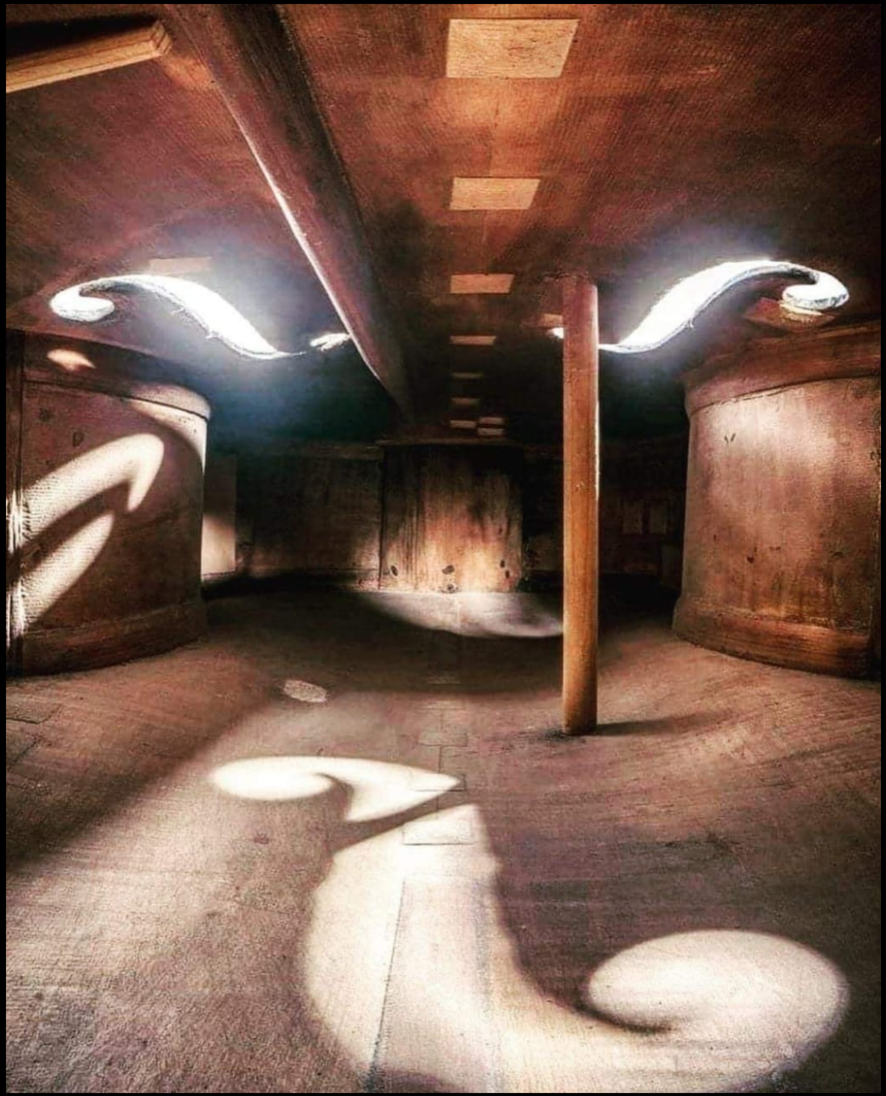


El puente, afectado por la fuerza que ejerce Sobre el la cuerda, es la responsible de forzar a La tabla sobre la que esta apoyada.

En este punto, la fuerza que se ejerce sobre el puente es:

$$F = T \left.\frac{\partial \xi}{\partial x}\right|_0$$

De este modo, la fuerza que excita a la tabla vía el puente es una onda triangular



Algunos asuntos que debemos tener en cuenta:

1. Vimos que las cuerdas, acopladas a condiciones de contornos que no son infinitamente rigidas, presentan un espectro diferente al de la condicion ideal. Analizamos un caso, el de acople restitutivo. Pero debemos ver que sucede ante un acople masivo, y a un acople de un sistema con resonancias.

2. Ver como se acoplan a las tablas con las cuerdas, es parte del problema. Luego hay que entender como reacciona la cavidad, como un resonador.

Algunos asuntos que debemos tener en cuenta:

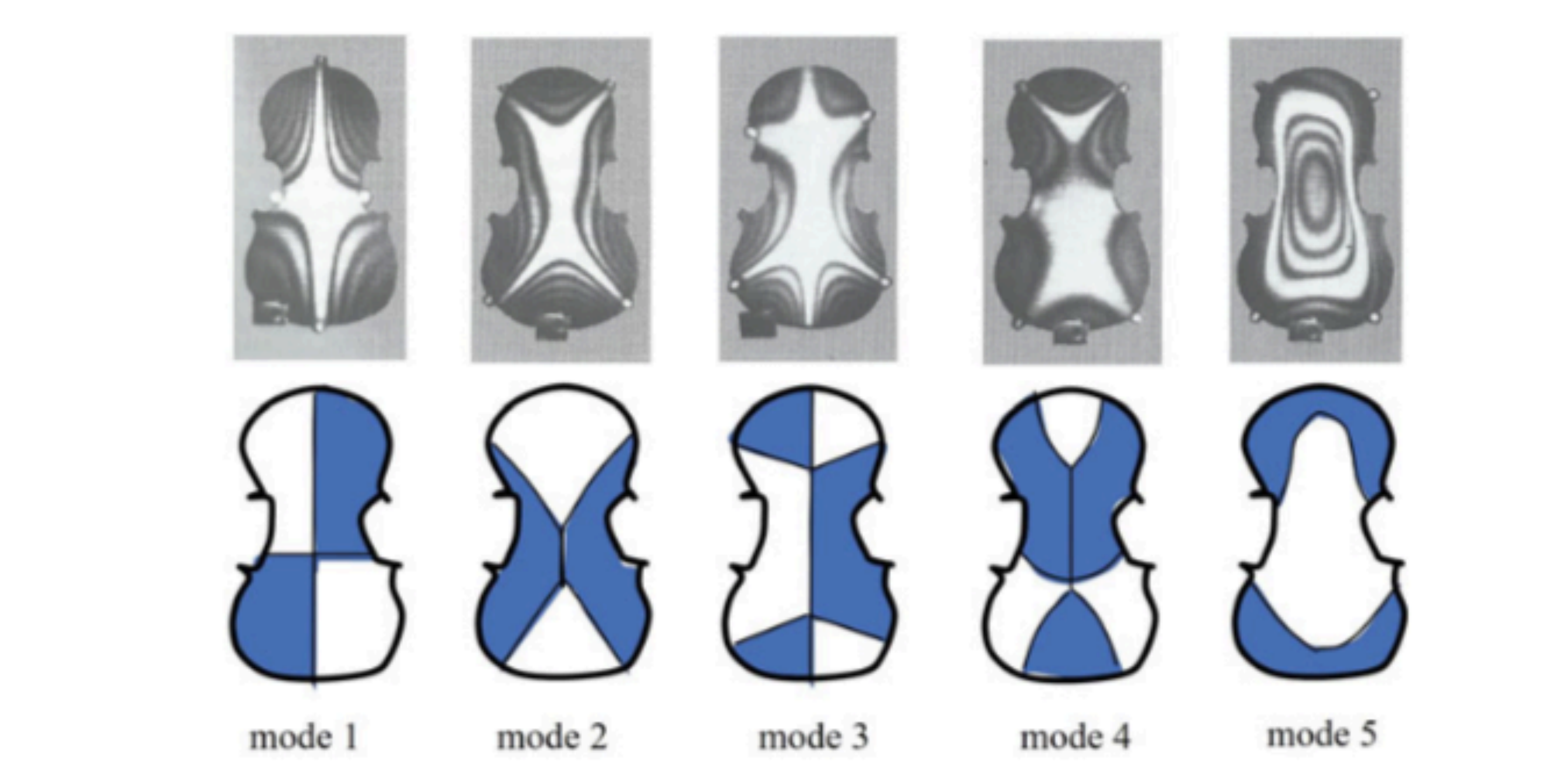
1. Vimos que las cuerdas, acopladas a condiciones de contornos que no son infinitamente rigidas, presentan un espectro diferente al de la condicion ideal. Analizamos un caso, el de acople restitutivo. Pero debemos ver que sucede ante un acople masivo, y a un acople de un sistema con resonancias.

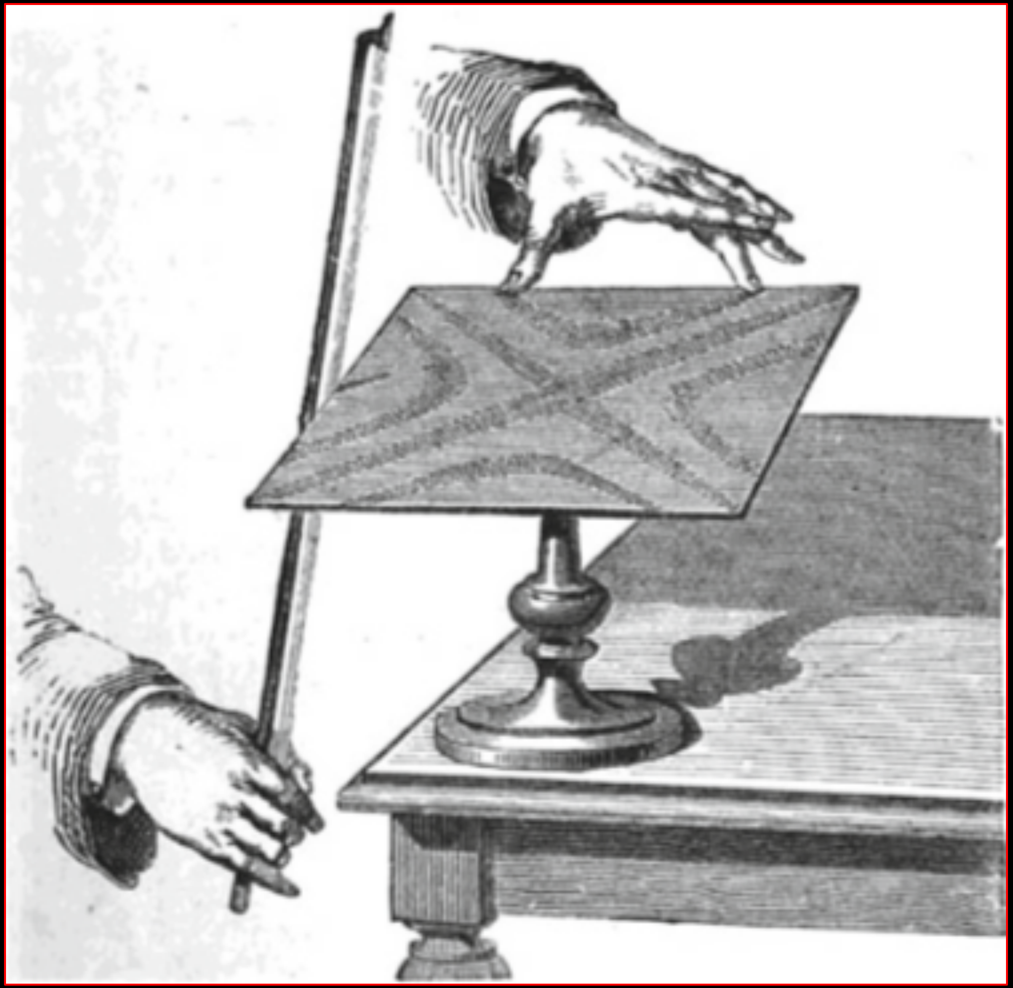
2. Ver como se acoplan a las tablas con las cuerdas, es parte del problema. Luego hay que entender como reacciona la cavidad, como un resonador.

$$\mathfrak{L}_{\vec{r},t}(w) = 0$$

$$w = \phi_n(\vec{r}) f_n(t)$$

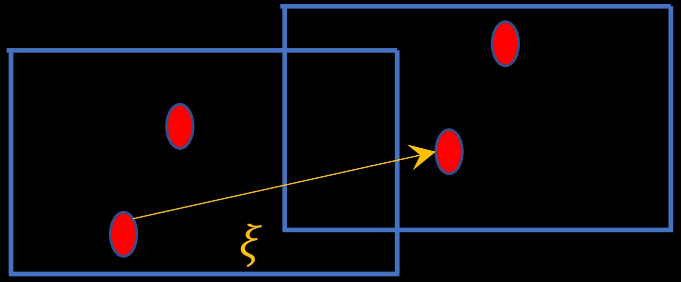
Las tablas, por otro lado presentaran deformaciones cuya dinamica este regida por ecuaciones espacio temporales descritas por alguna PDE


mode 1
mode 2
mode 3
mode 4
mode 5



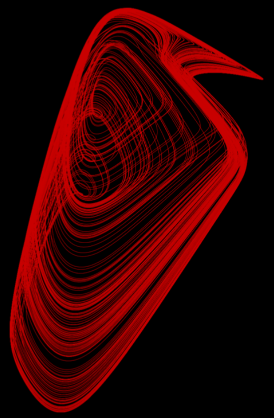
Y esto es lo que queremos explorar: las ecuaciones que rigen los desplazamientos de las tablas.

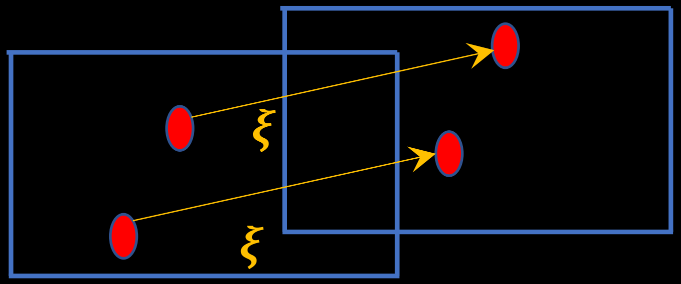
Introducción a la elasticidad



En un cuerpo rigido,
el desplazamiento ξ
de un punto en (x,y,z),

Introducción a la elasticidad

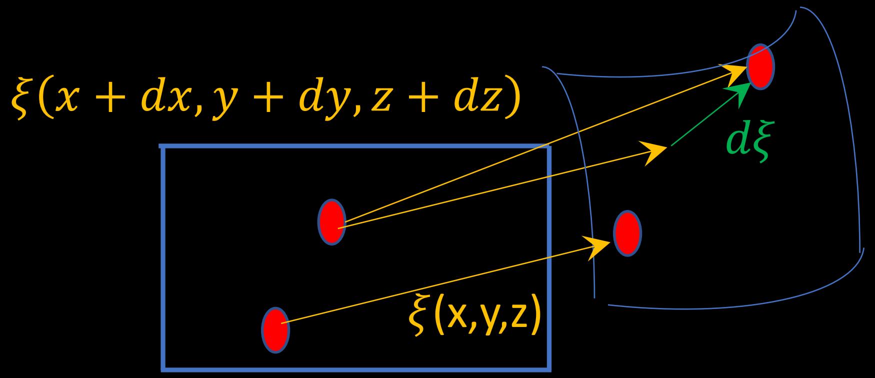


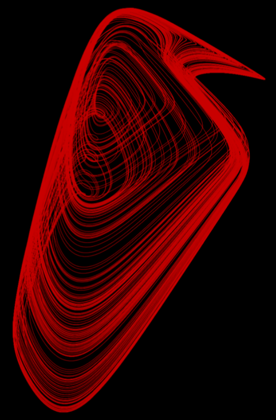


En un cuerpo rigido,
el desplazamiento ξ
de un punto en (x,y,z),

Implica que un punto en
$(x+dx,y+dy,z+dz)$ se desplace
tambien, ξ.

Introducción a la elasticidad





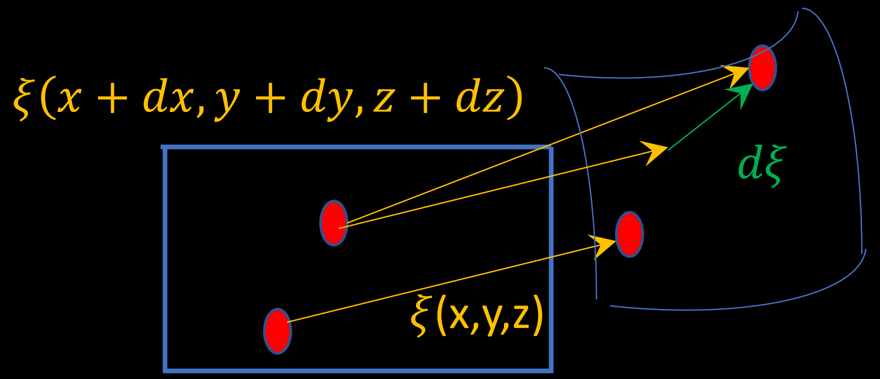
En un cuerpo elastico,
el desplazamiento ξ
de un punto en *(x,y,z)*,

Implica que un punto en
(x+dx,y+dy,z+dz) se desplace
$\xi + \mathrm{d}\xi$.

$$\boldsymbol{\xi}(x+dx, y+dy, z+dz) = \boldsymbol{\xi}(x, y, z) + d\boldsymbol{\xi}$$

$$d\boldsymbol{\xi} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial x_j} dx_j$$

Introducción a la elasticidad



$$\boldsymbol{\xi}(x+dx, y+dy, z+dz) = \boldsymbol{\xi}(x,y,z) + d\boldsymbol{\xi}$$

$$d\xi_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} dx_j$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}$$

Estos coeficientes caracterizan la deformabilidad del material (dan cero si el cuerpo es rigido)

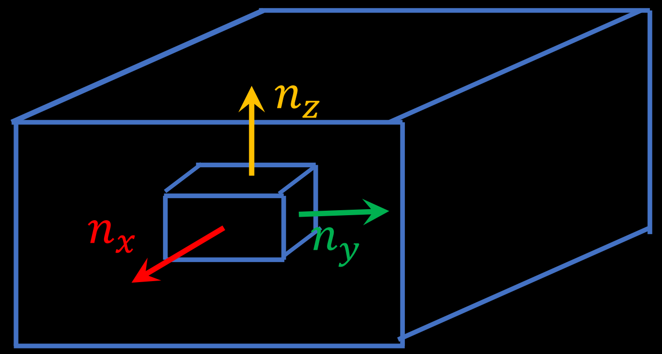
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i}\right)$$

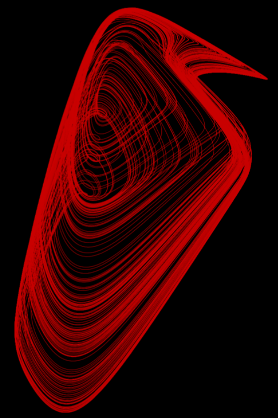
(definidos asi, dan la misma Informacion, y tambien dan cero si solo hay una rotacion del material)

Estos coeficientes definen un tensor
(podemos demostrar que se transforman del modo correcto)

Tensor de deformaciones

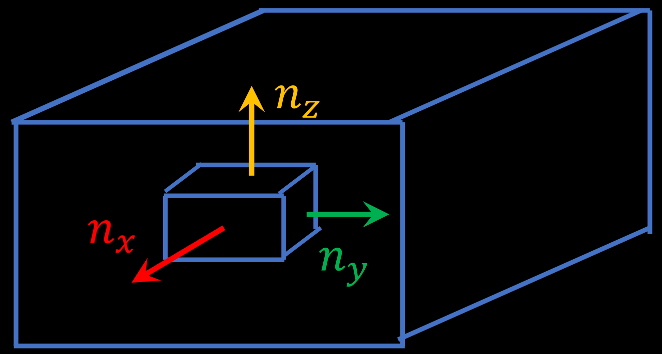
Introducción a la elasticidad





Un continuo se construye a partir de trocitos, que interactua a traves de las superficies que los contienen (caracterizados por los versores n_x n_y n_z)

Introducción a la elasticidad

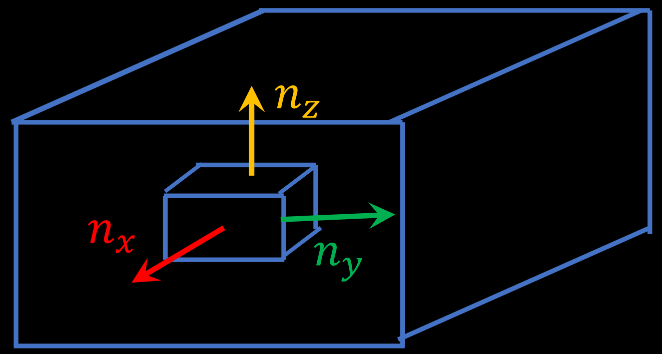


Un continuo se construye a partir de trocitos, que interactua a traves de las superficies que los contienen (caracterizados por los versores n_x n_y n_z)

Y sobre cada cara, actuan fuerzas F_x, F_y, F_z

Asi, definimos al tensor de esfuerzos como

$$\sigma_{ij} = \frac{dF_i}{dS_j}$$



Un continuo se construye a partir de trocitos, que interactua a traves de las superficies que los contienen (caracterizados por los versores n_x n_y n_z)

Y sobre cada cara, actuan fuerzas F_x, F_y, F_z

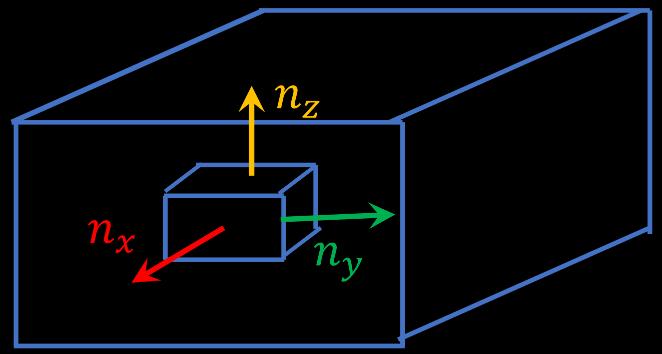
Asi, definimos al tensor de esfuerzos como

$$\sigma_{ij} = \frac{dF_i}{dS_j}$$

Y asi como vinculamos a la fuerza de un resorte con los desplazamientos, caracterizamos a un materia por como los desplazamientos inducen esfuerzos.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$$

Introducción a la elasticidad



Un continuo se construye a partir de trocitos, que interactua a traves de las superficies que los contienen (caracterizados por los versores n_x n_y n_z)

Y sobre cada cara, actuan fuerzas F_x, F_y, F_z

Asi, definimos al tensor de esfuerzos como

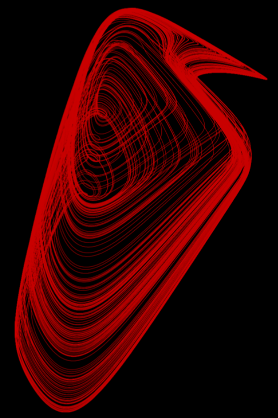
$$\sigma_{ij} = \frac{dF_i}{dS_j}$$

Y asi como vinculamos a la fuerza de un resorte con los desplazamientos, caracterizamos a un materia por como los desplazamientos inducen esfuerzos.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$$

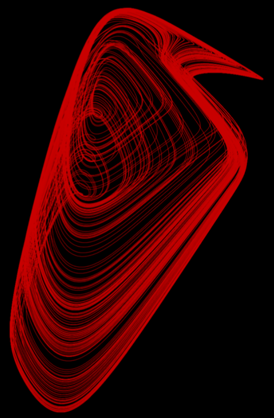
Tensor de elasticidad

Y ya casi estamos para escribir ecuaciones de movimiento
para las partes de un cuerpo deformable



$$\boxed{F_x = \int_S (\sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z) da = \int_V \rho \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} dV}$$

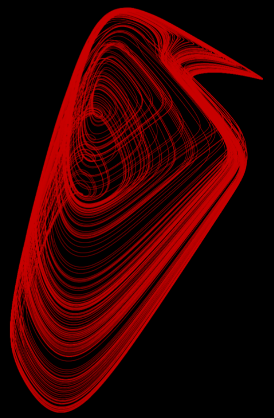
Y ya casi estamos para escribir ecuaciones de movimiento
para las partes de un cuerpo deformable



$$\boxed{F_x = \int_S (\sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z)\, da = \int_V \rho \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2}\, dV}$$

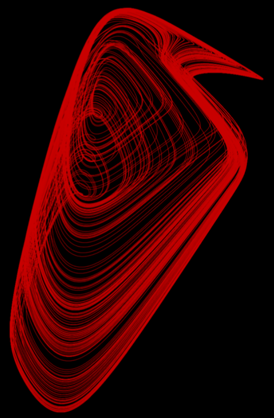
La componente tipo “presion”;
la comonente que actua sobre una pared
con normal en la direccion de la componente

Y ya casi estamos para escribir ecuaciones de movimiento para las partes de un cuerpo deformable



$$\boxed{F_x = \int_S \left(\sigma_{xx} n_x + \underbrace{\sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z}\right) da = \int_V \rho \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} dV}$$

Contribuciones a la componente que entran como cizalladuras a caras de normales perpendiculares



Y ya casi estamos para escribir ecuaciones de movimiento
para las partes de un cuerpo deformable

$$F_x = \int_S \left(\sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z\right) da = \int_V \rho \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} dV$$

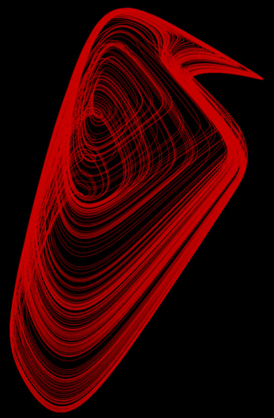
Gauss

$$= \int_V \left(\frac{\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\sigma_{xz}}{\partial z}\right) dV$$

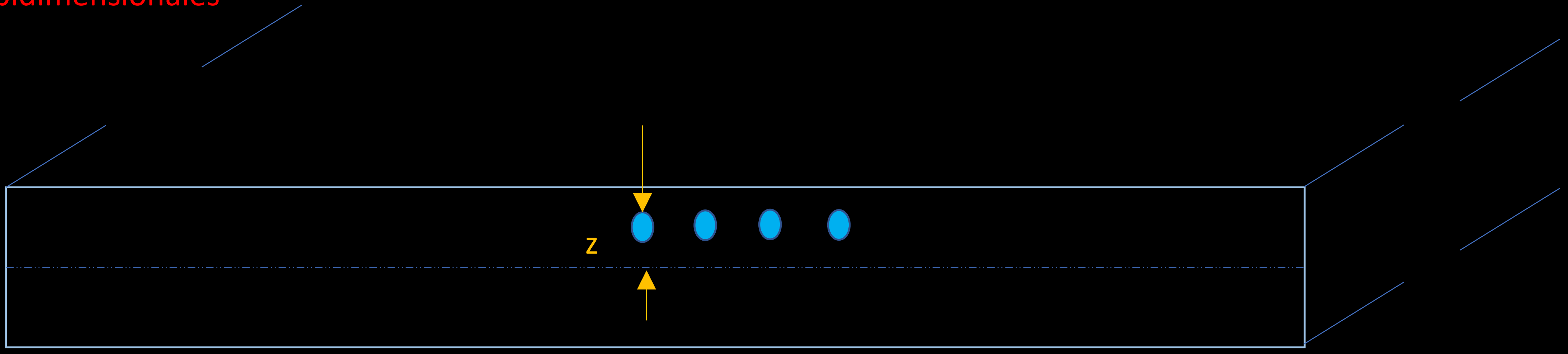
Ahora tenemos que vincular los ξ con los σ

Esa relacion, dada por el tensor de elasticidad,
va a depender de las propiedades del material

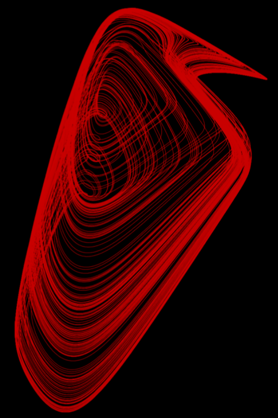
Introducción a la elasticidad

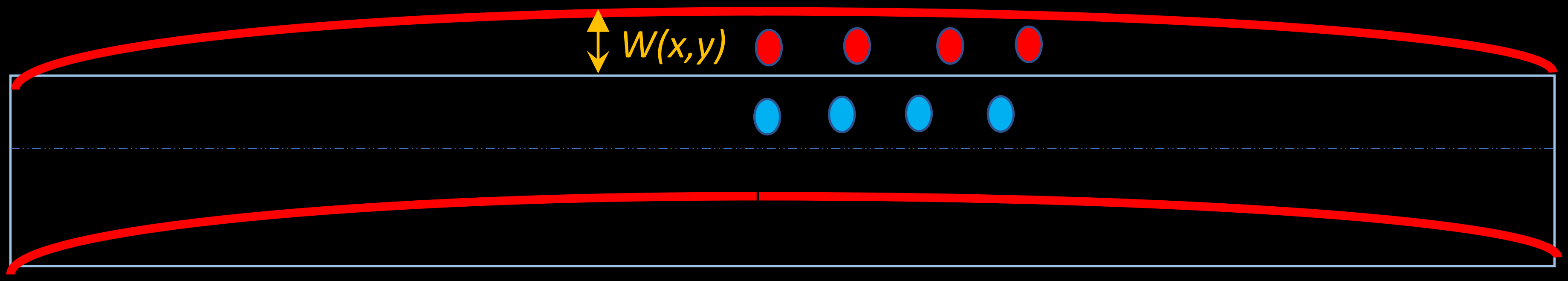


Placas bidimensionales



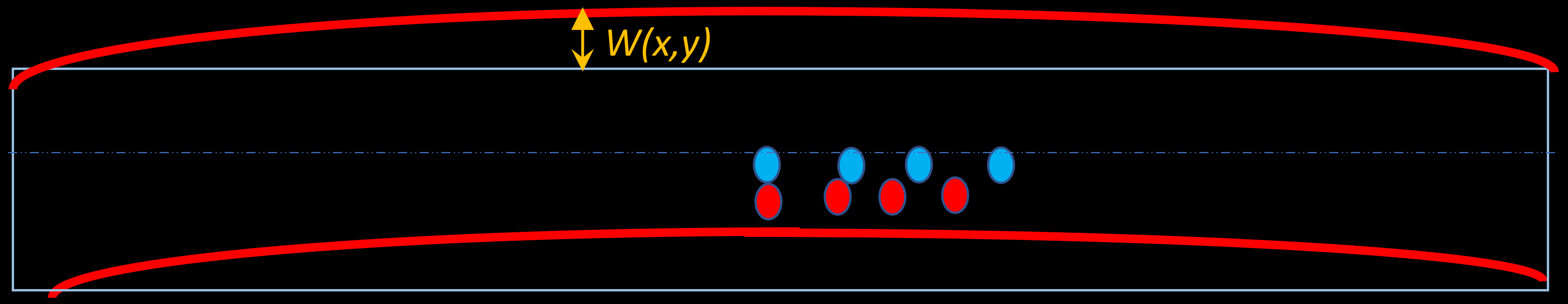
Introducción a la elasticidad





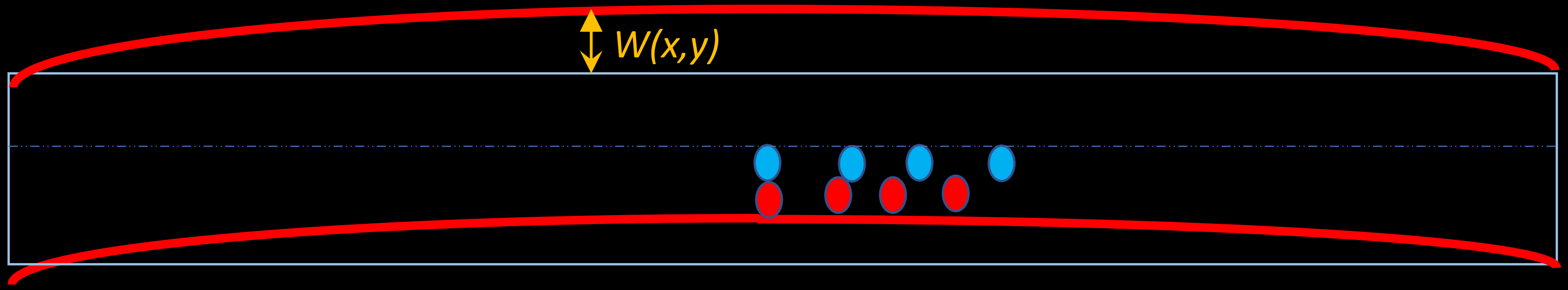
$$\xi_x = -z\frac{\partial w}{\partial x}$$

Introducción a la elasticidad



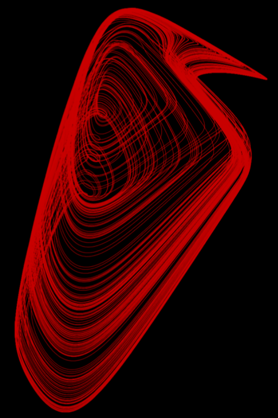
$$\xi_x = -z\,\frac{\partial w}{\partial x}$$

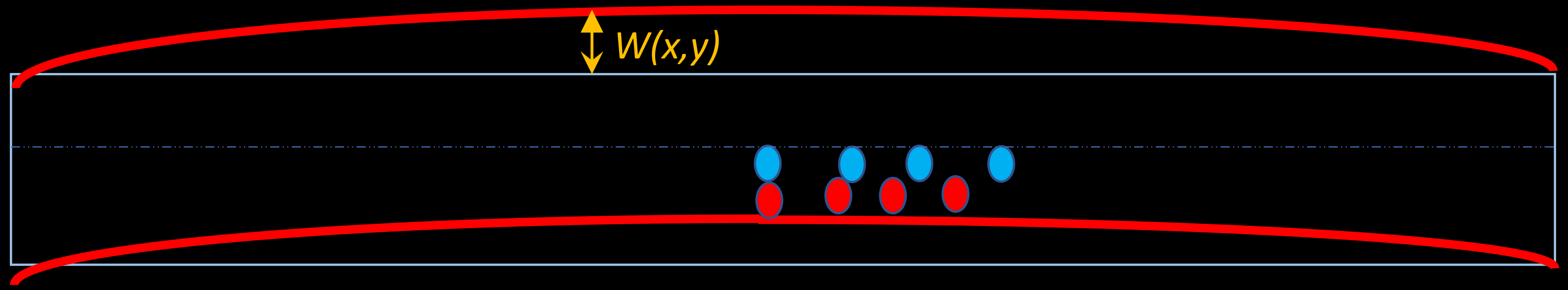
Introducción a la elasticidad



$$\xi_x = -z\,\frac{\partial w}{\partial x}$$

Introducción a la elasticidad



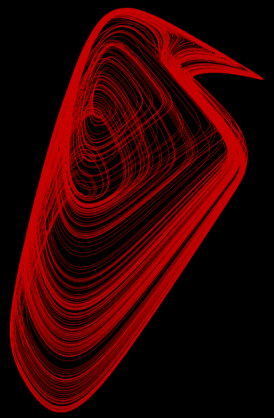


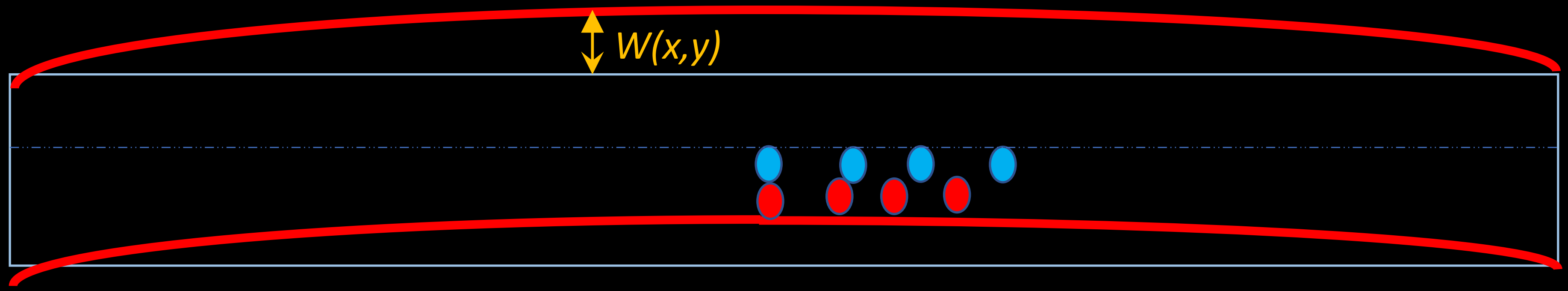
$$\xi_x = -z\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\xi_y = -z\frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\xi_z = w$$

Introducción a la elasticidad





$$\xi_x = -z\frac{\partial w}{\partial x} \qquad \varepsilon_{xx} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

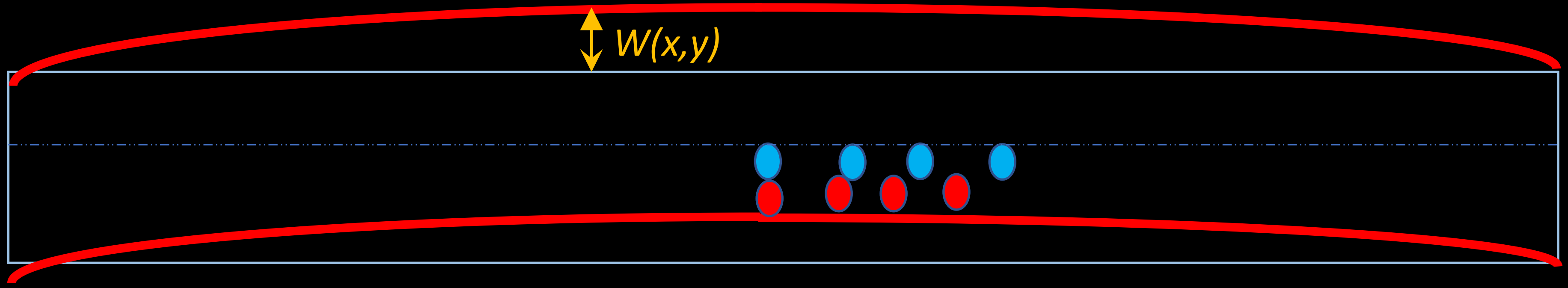
$$\xi_y = -z\frac{\partial w}{\partial y}. \qquad \varepsilon_{yy} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\xi_z = w. \qquad \varepsilon_{xy} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Donde usamos

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j}{\partial x_i}\right)$$

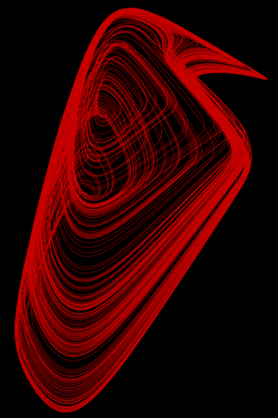
Introducción a la elasticidad

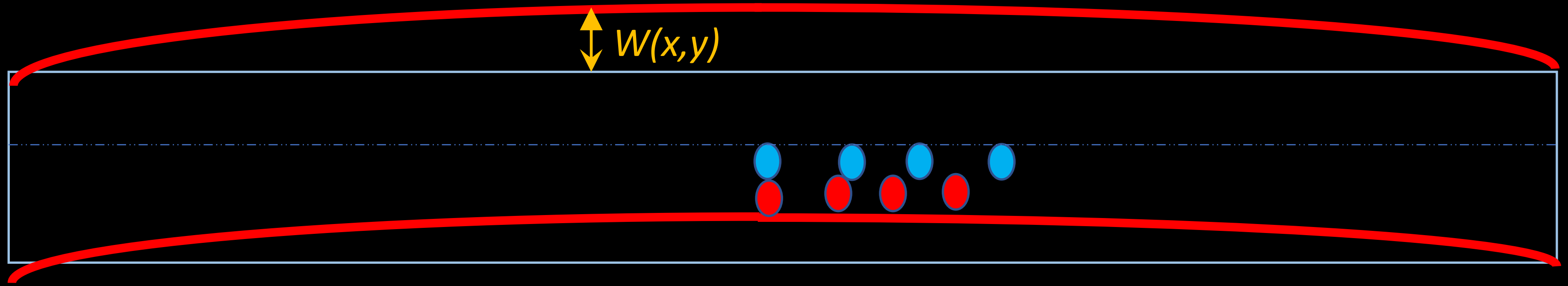


Para materiales ortotropicos
(dos ejes)

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & c. & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

Introducción a la elasticidad





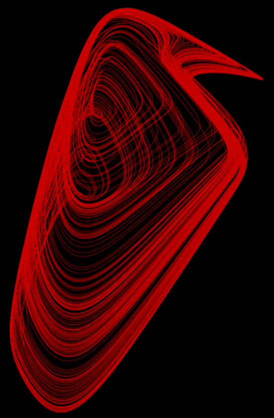
Para materiales ortotropicos
(dos ejes)

$$\begin{pmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0\\ b & c. & 0\\ 0 & 0 & d\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\epsilon_{xx}\\ \epsilon_{yy}\\ \epsilon_{xy}\end{pmatrix}$$

Si fuera isotropico, *c=a*

En la aproximacion de placa fina,
en z hay desplazamiento, no deformacion

Volviendo a estas ecuaciones,

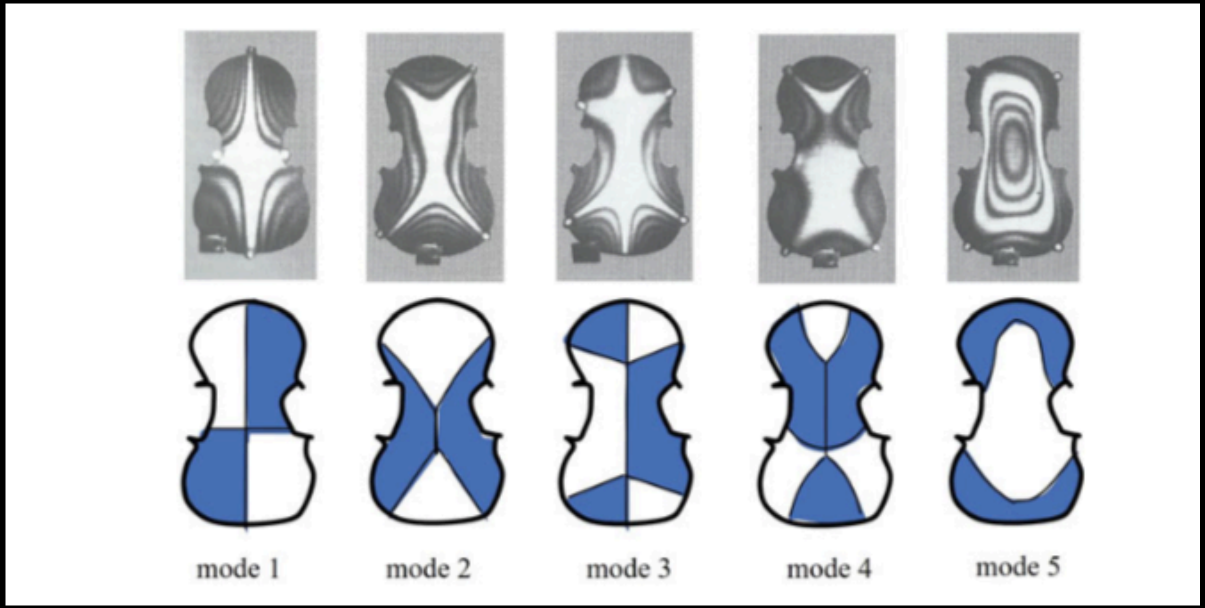


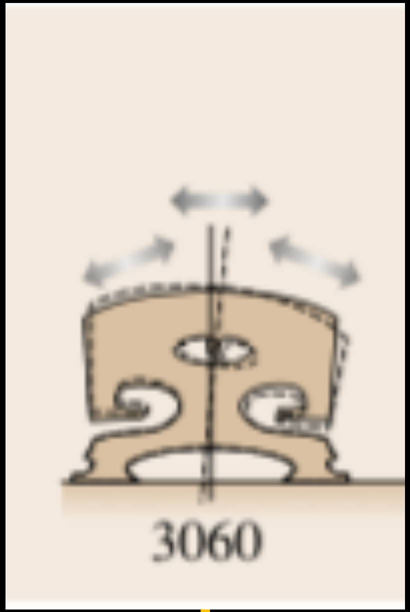
$$F_x = \int \left(\sigma_{xx} n_x + \sigma_{xy} n_y + \sigma_{xz} n_z\right) dS = \int_V \rho \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} - f_{ext}$$

$$\int_V \left(\frac{\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\sigma_{xz}}{\partial z}\right) dV$$

y empleando las relaciones matriciales de recien

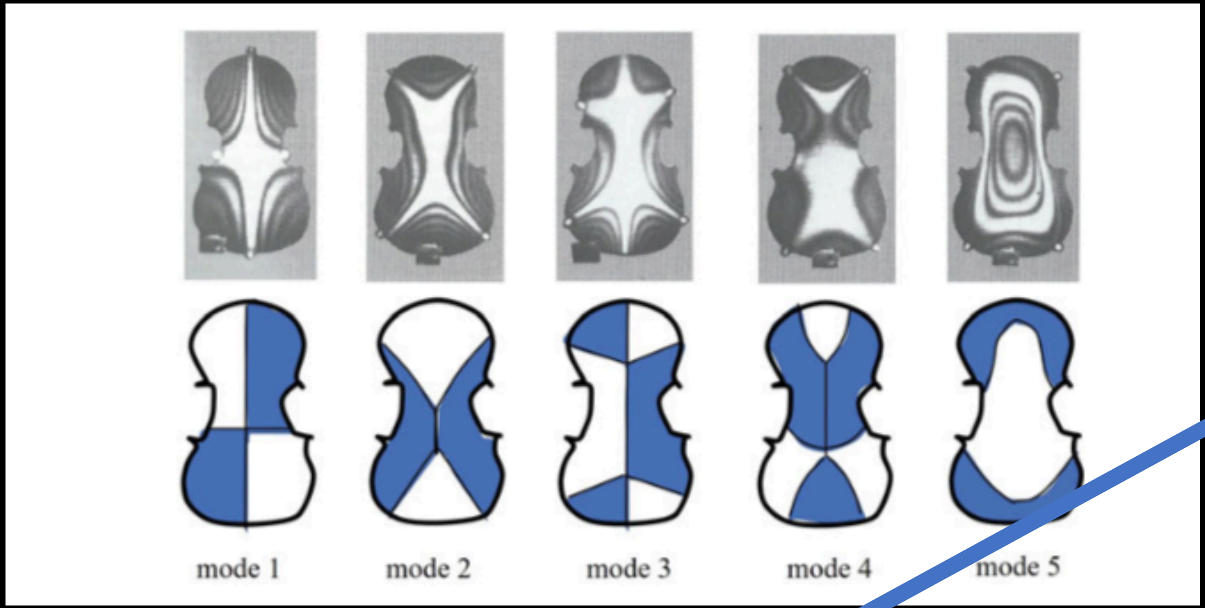
$$\boxed{\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(D_4 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) = f_{ext}(x, y, t)}$$

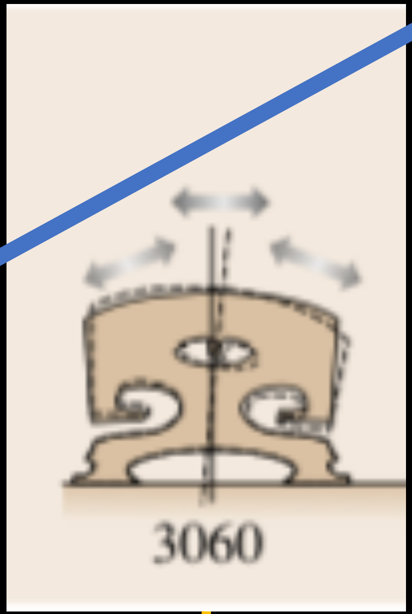




W(x,y,t)

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(D_4 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) = f_{ext}(x, y, t)$$





W(x,y,t)

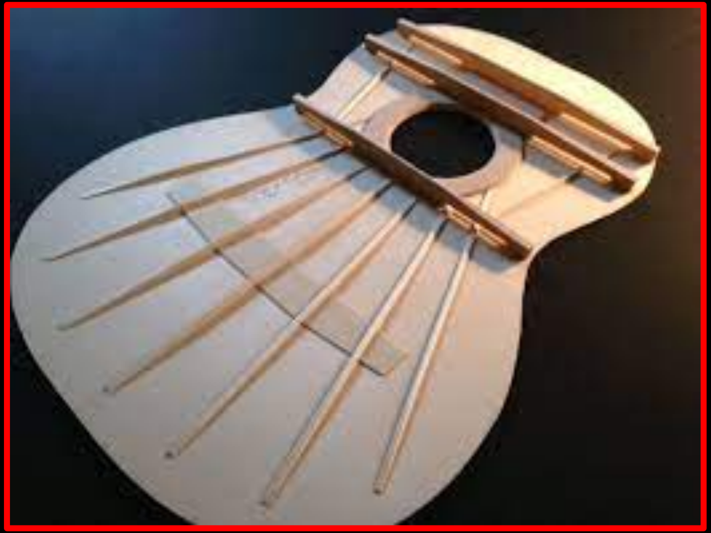
$$\boxed{\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(D_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+D_2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(D_3\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+D_2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(D_4\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\right)=f(x,y)}$$

Condiciones de contorno

Dificultades al intentar una simulacion

Braces (refuerzos o varetas)


800 × 600



Torres

En X

Ramirez

Bouchet

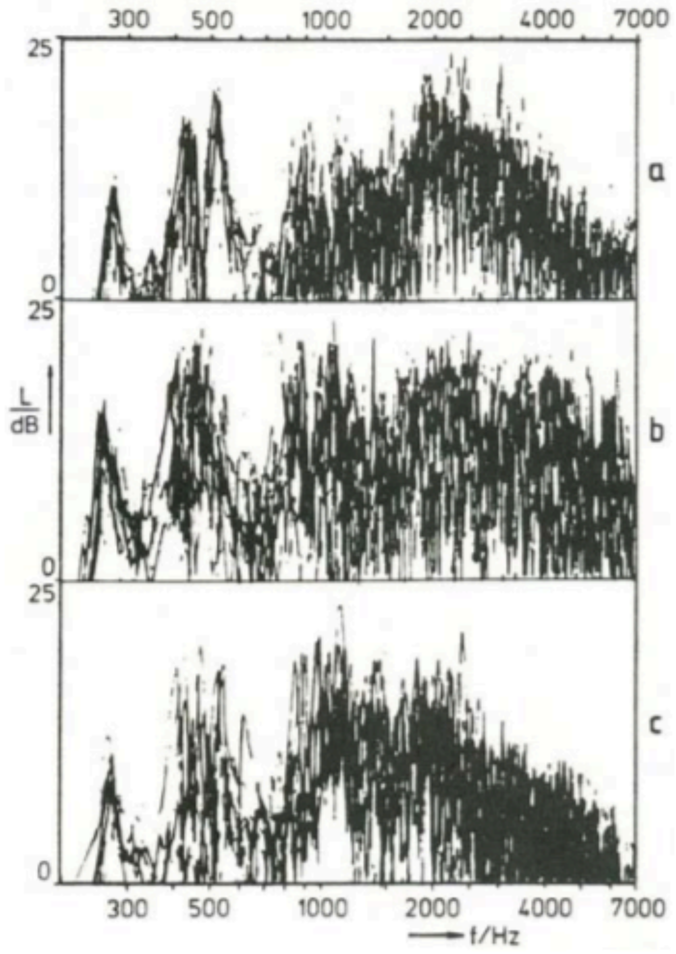


Figure 11: Response Curves of different violins; (a) ten old, distinguished violins; (b) ten violins made by modern craftsmen; (c) ten mass-produced violins.

10 violines de Cremona

10 violines de artesanos actuales

10 violines de industriales

Aun no estamos en condiciones de intentar interpretar estos tres picos

Pero si alguno/algunos estan asociados a modos de las tablas, fijense la claridad en los violines de Cremona

Las varetas juegan un doble rol en violines y guitarras: Modal y estructural.

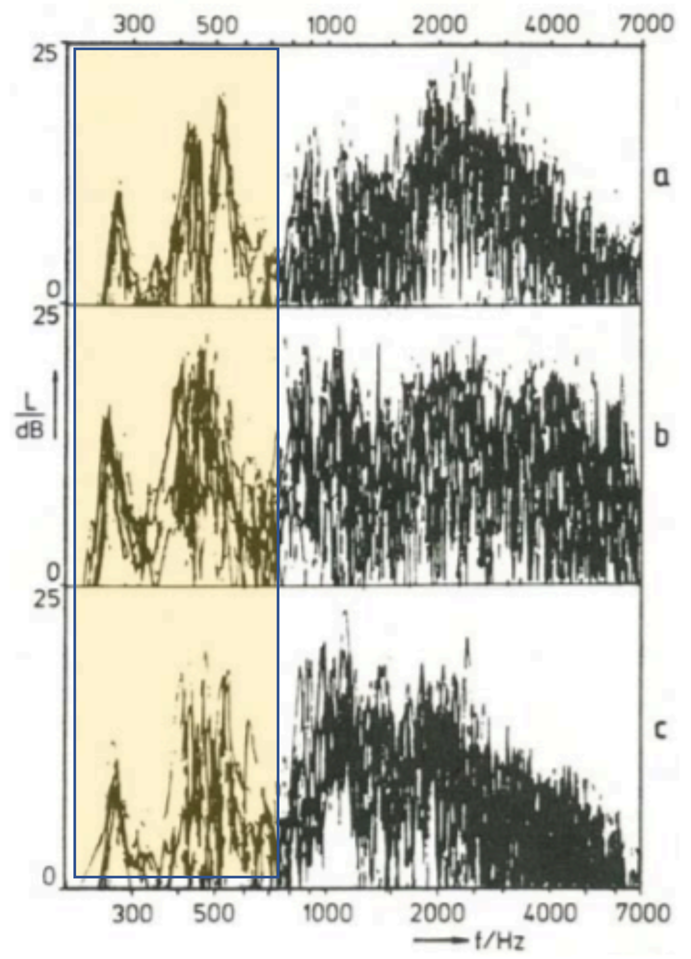
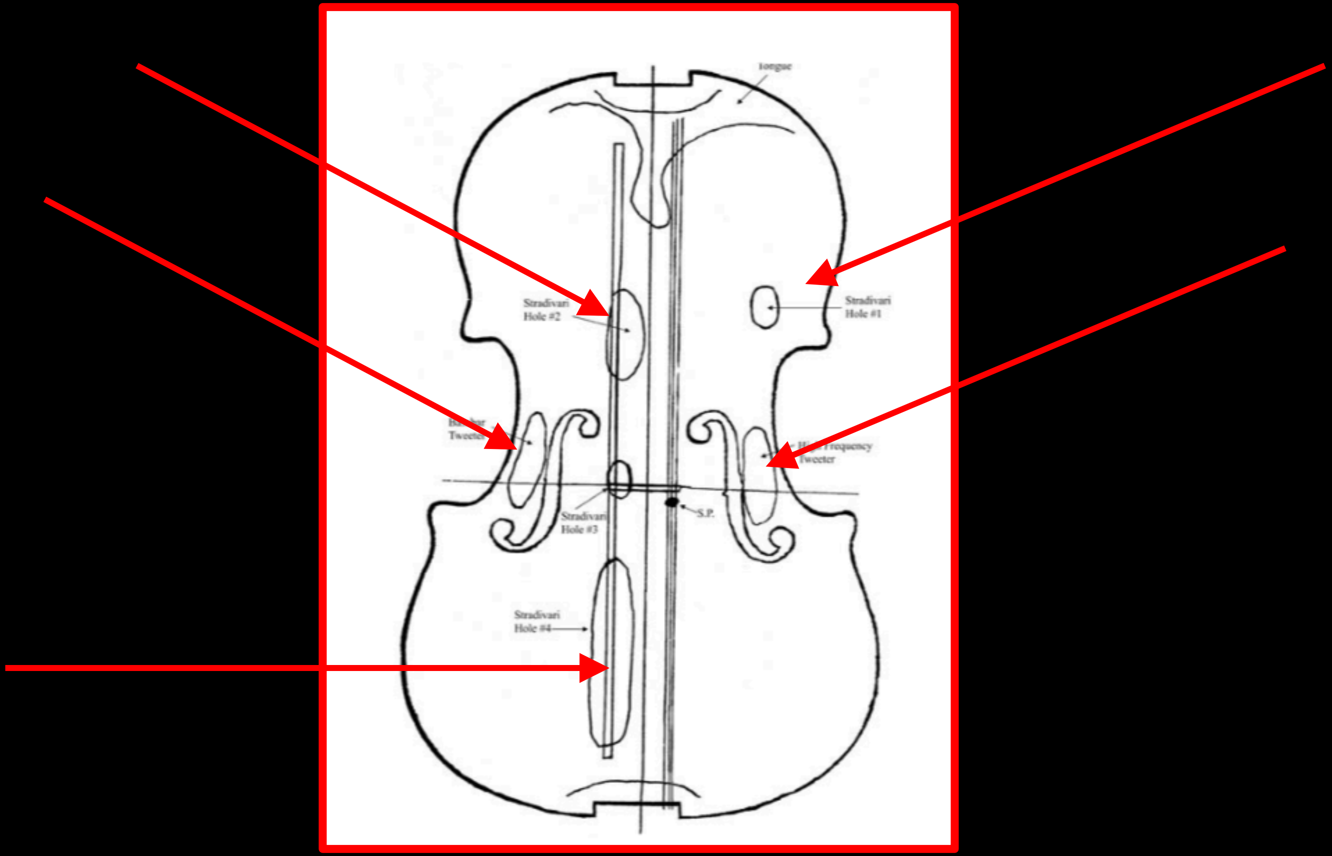


Figure 11: Response Curves of different violins; (a) ten old, distinguished violins; (b) ten violins made by modern craftsmen; (c) ten mass-produced violins.

10 violines de Cremona

10 violines de artesanos actuales

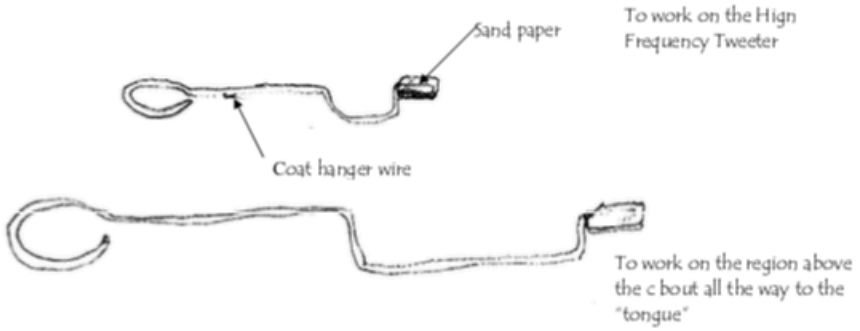
10 violines de industriales


Stradivari Hole #2
Stradivari Hole #1
Tweeter
Frequency Tweeter
Stradivari Hole #3
S.P.
Stradivari Hole #4

Instrumental

Figure 1a: Stradivari's set of calipers that could measure thickness accurately to tenth of a millimeter.

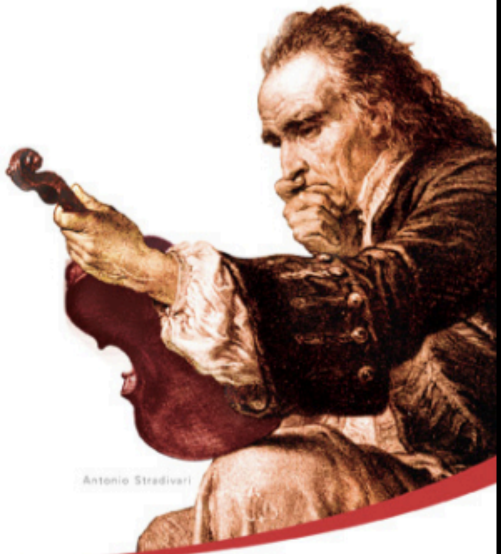
Sketches to scale of three scrapers



Cremona Violins

A Physicist's Quest for the Secrets of Stradivari

Kameshwar C. Wali



Antonio Stradivari

World Scientific

Fuimos construyendo varios elementos para nuestras descripciones

1. Las fuentes sonoras tienen contenidos espectrales ricos
2. En los instrumentos de cuerda que fuimos explorando, estas fuentes fuerzan tablas que actuaran como una primera etapa amplificadora de las señales de las fuentes, e introducen sus preferencias oscilatorias modales
3. Estamos en condiciones de aproximarnos al problema de los resonadores