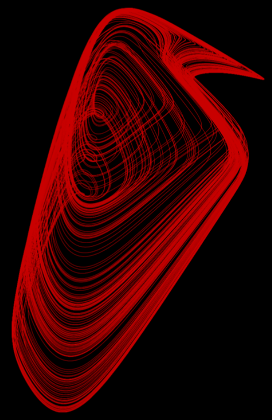
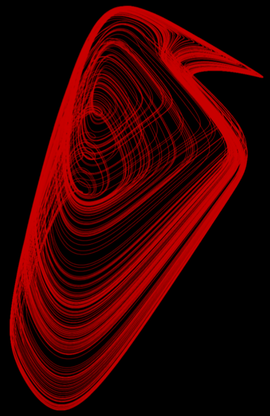
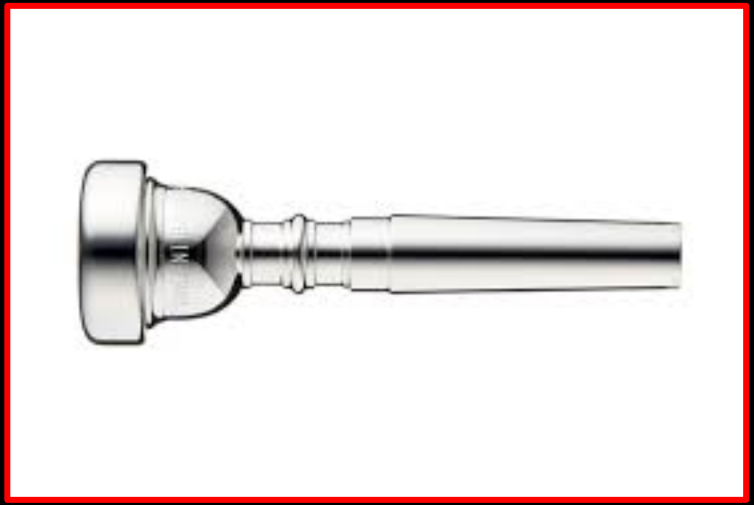


Sobre acoples fuente-filtro

Comencemos por la fuente



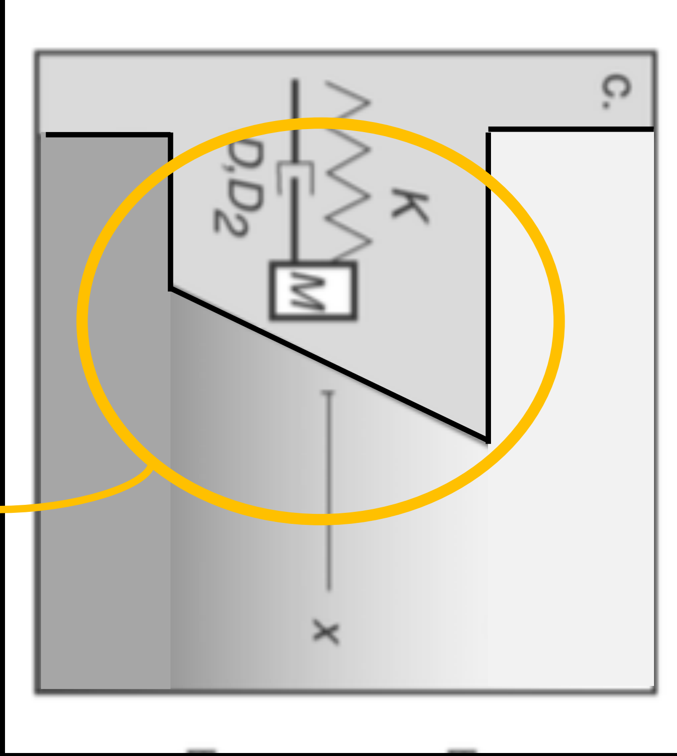
Una boquilla en la que
se apoyan los labios, los
cuales comienzan a oscilar
cuando se hace pasar un flujo
de aire entre ellos

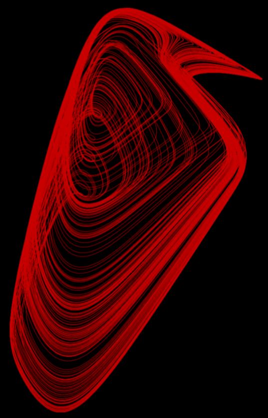


La dinamica de los labios

Modelo de labio

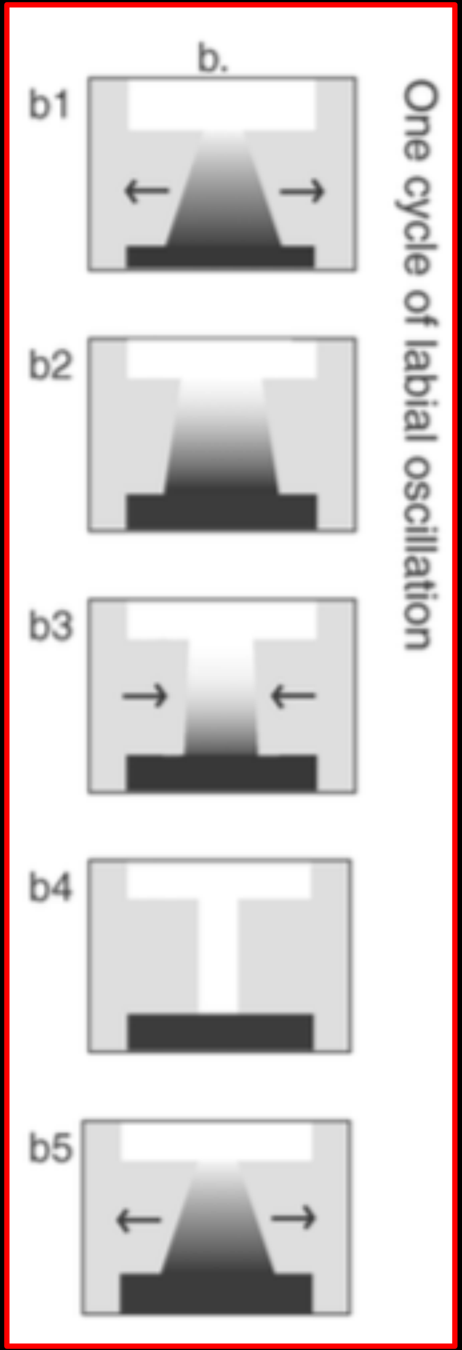
1. Posicion media
2. Forma

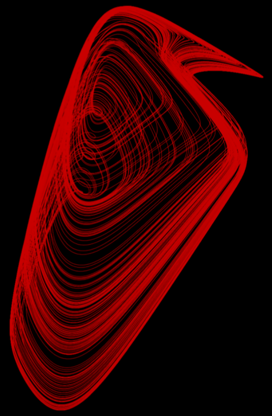




La cinematica compatible con el transferir energia del flujo a los labios, requiere el acople de dos modos

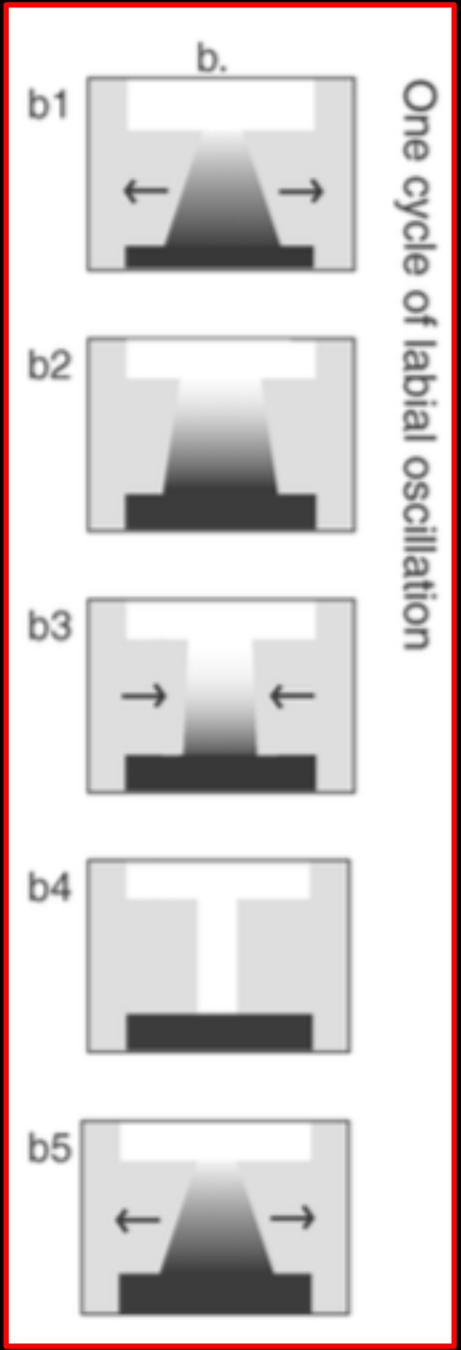
1. Modo de movimiento lateral
2. Modo de ondita

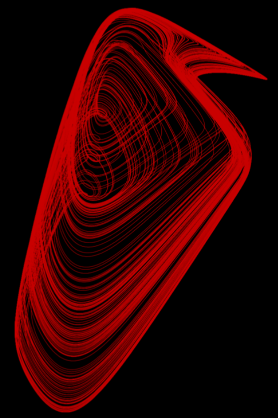




La cinematica compatible con el transferir energia del flujo a los labios, requiere el acople de dos modos

1. Modo de movimiento lateral
2. Modo de ondita

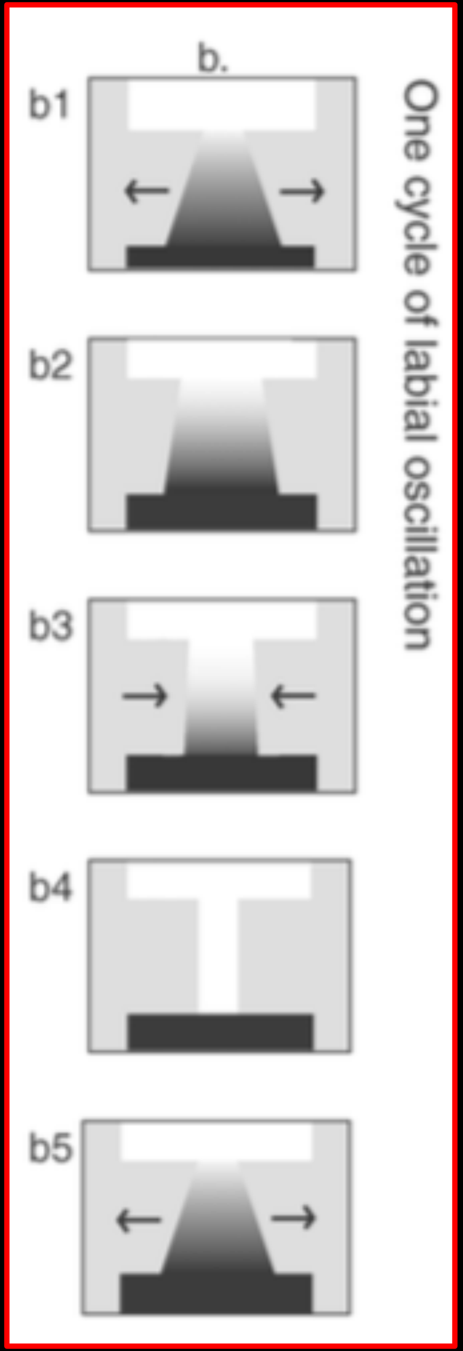


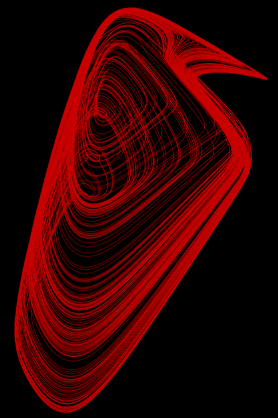


La transferencia de energia ocurre cuando los labios se alejan mientras el perfil es convergente, y se acercan al presentarse un perfil divergente

La cinematica compatible con el transferir energia del flujo a los labios, requiere el acople de dos modos

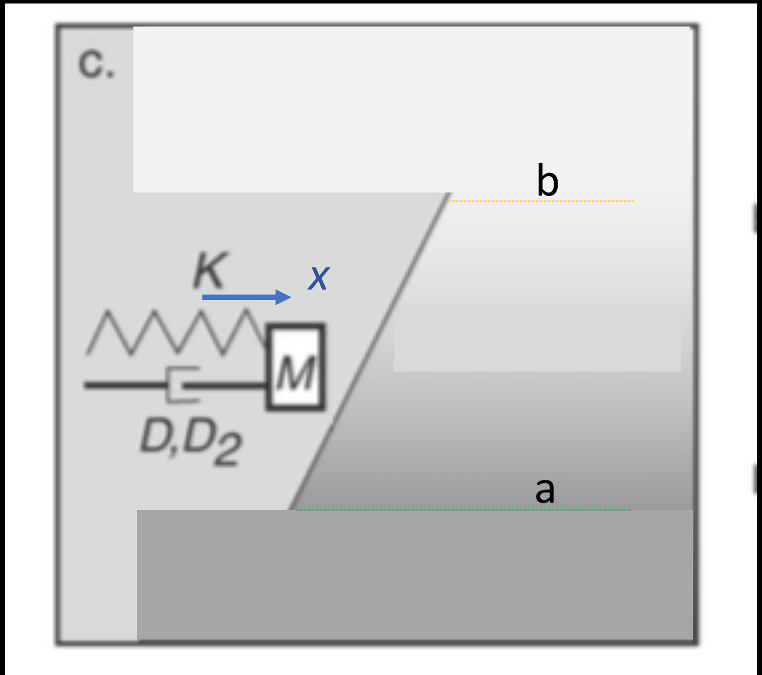
1. Modo de movimiento lateral
2. Modo de ondita





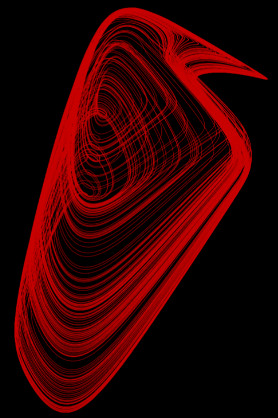
De este modo, la presion media cuando los labios se alejan es mas alta que cuando se acercan.

Esto opera entonces como una fuerza en la direccion de la velocidad

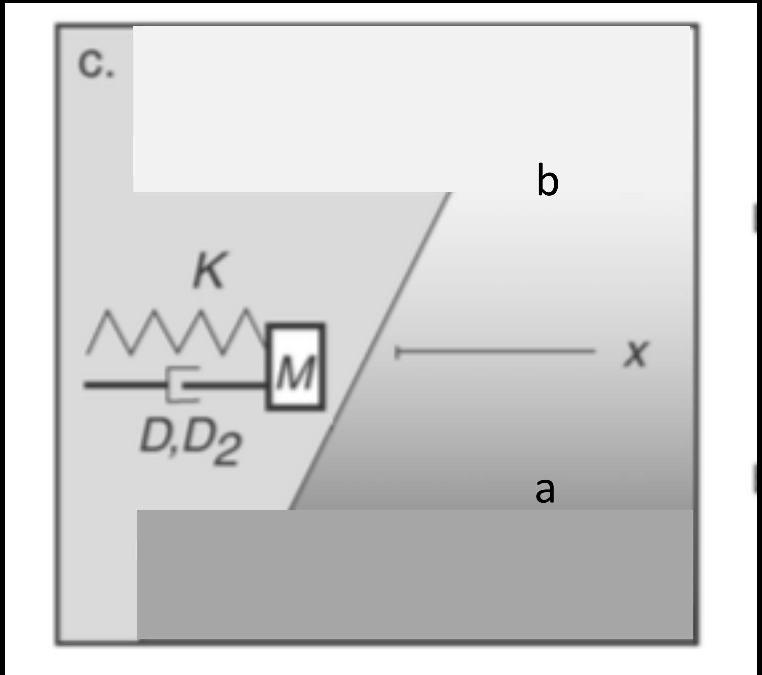


$$b = b_0 + x - \tau \frac{dx}{dt}$$

$$a = a_0 + x + \tau \frac{dx}{dt}$$

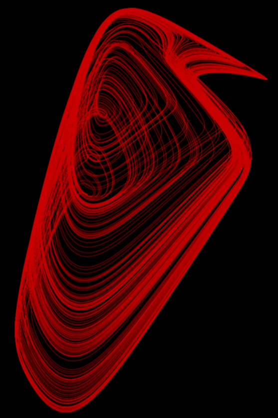


Si x’>0, b chico y a grande



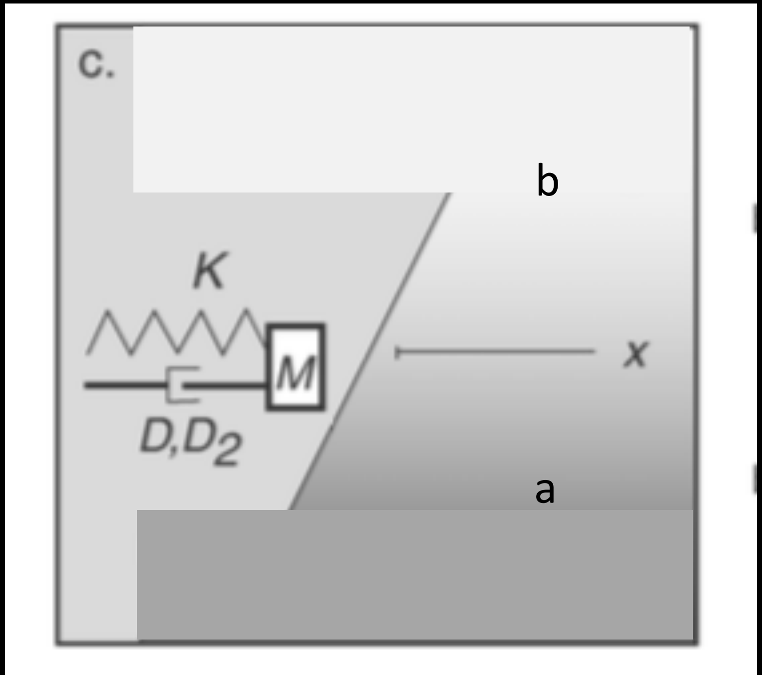
$$b = b_0 + x - \tau \frac{dx}{dt}$$

$$a = a_0 + x + \tau \frac{dx}{dt}$$



$$P = P_b\,(1 - \frac{a}{b})$$

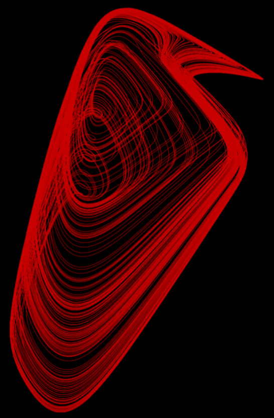
Con conservacion de la masa y Bernoulli linealizado



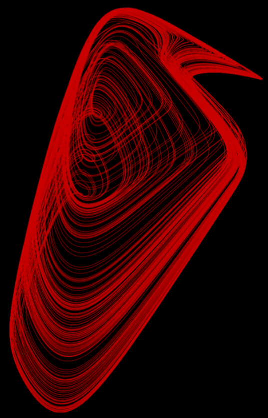
$$b = b_0 + x - \tau \frac{dx}{dt}$$

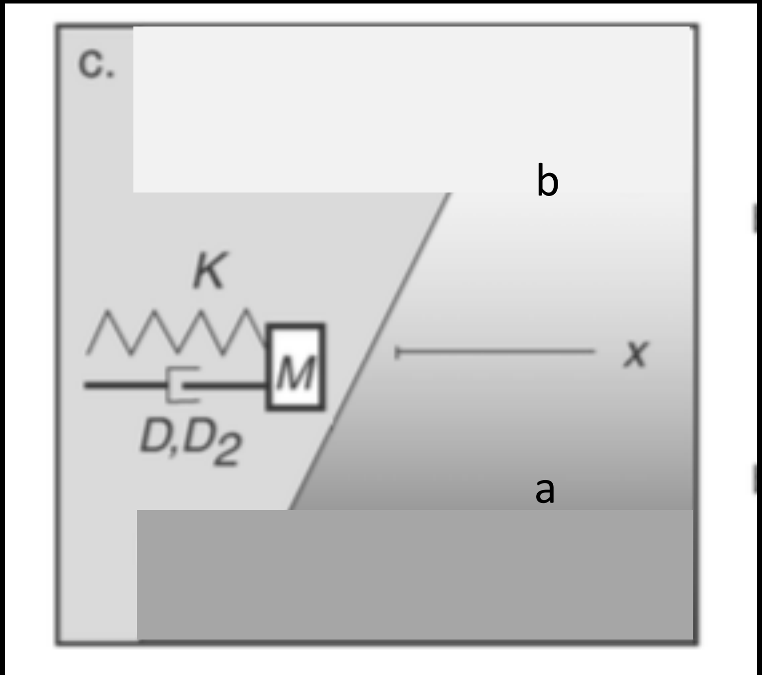
$$a = a_0 + x + \tau \frac{dx}{dt}$$

$$P = P_b \left(1 - \frac{a}{b}\right)$$



$$\boxed{m\ddot{x} + D\,(1 + x^2\,)\dot{x} + Kx = P_b\left(\frac{a_0 - b_0 + 2\tau\dot{x}}{x + b_0 + \tau\dot{x}}\right)}$$





$$b = b_0 + x - \tau \frac{dx}{dt}$$

$$P = P_b\,(1 - \frac{a}{b})$$

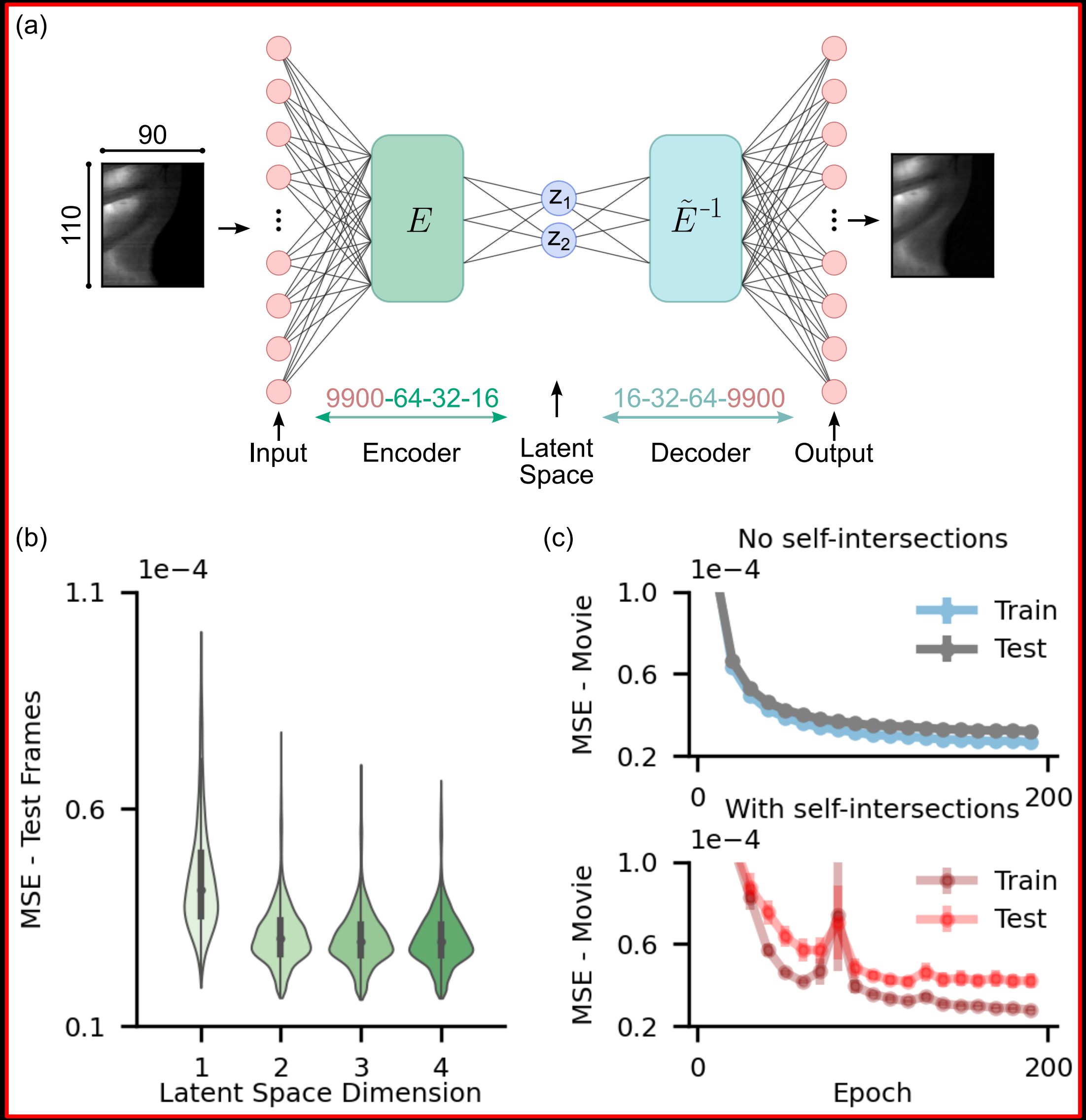
$$a = a_0 + x + \tau \frac{dx}{dt}$$

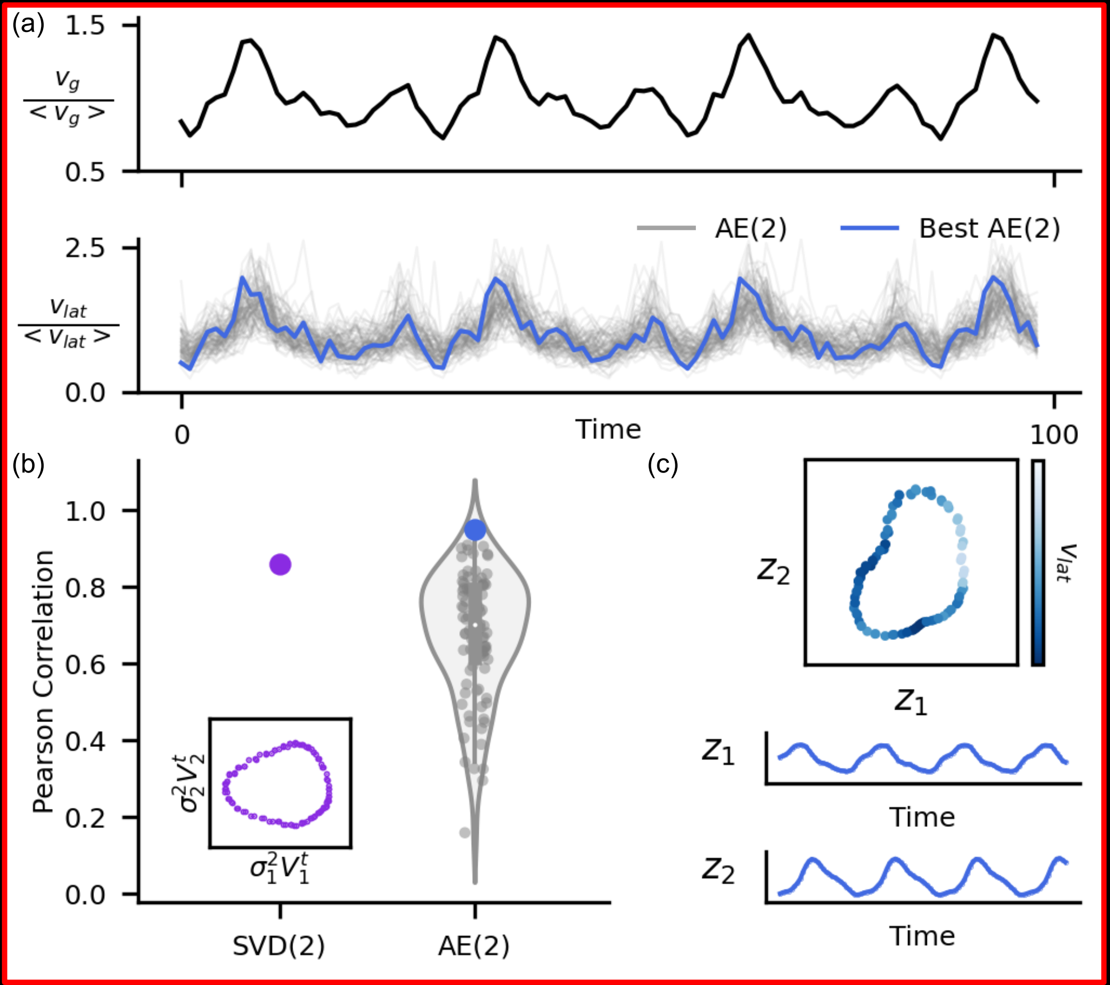
$$\boxed{m\ddot{x} + D\,(-\beta(P_b) + x^2)\dot{x} + Kx = 0}$$

Oscilador de relajacion

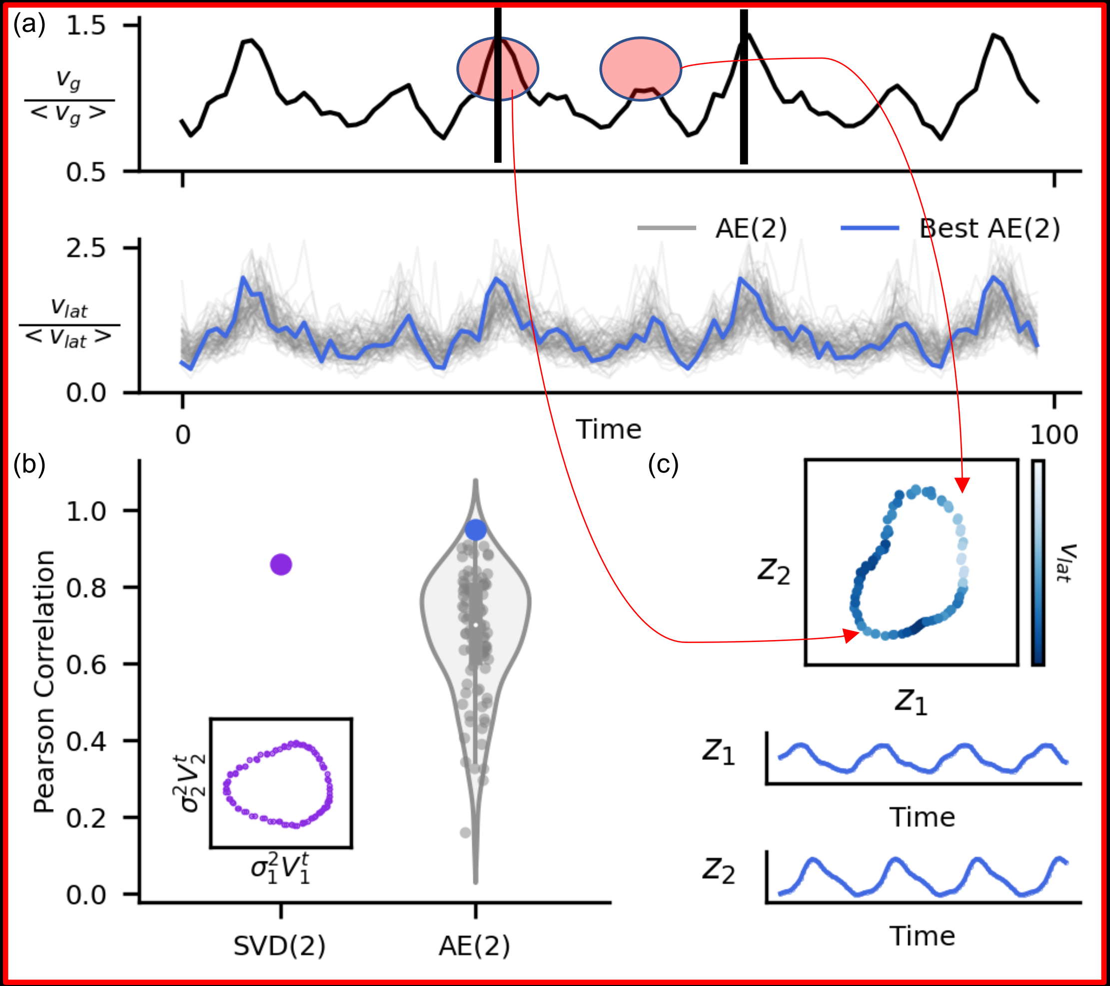
Una fisica muy similar a una oscilacion labiar en una cuerda vocal, o en
La oscilacion labial en la vocalizacion aviar.

Procesamiento a la "data driven science"

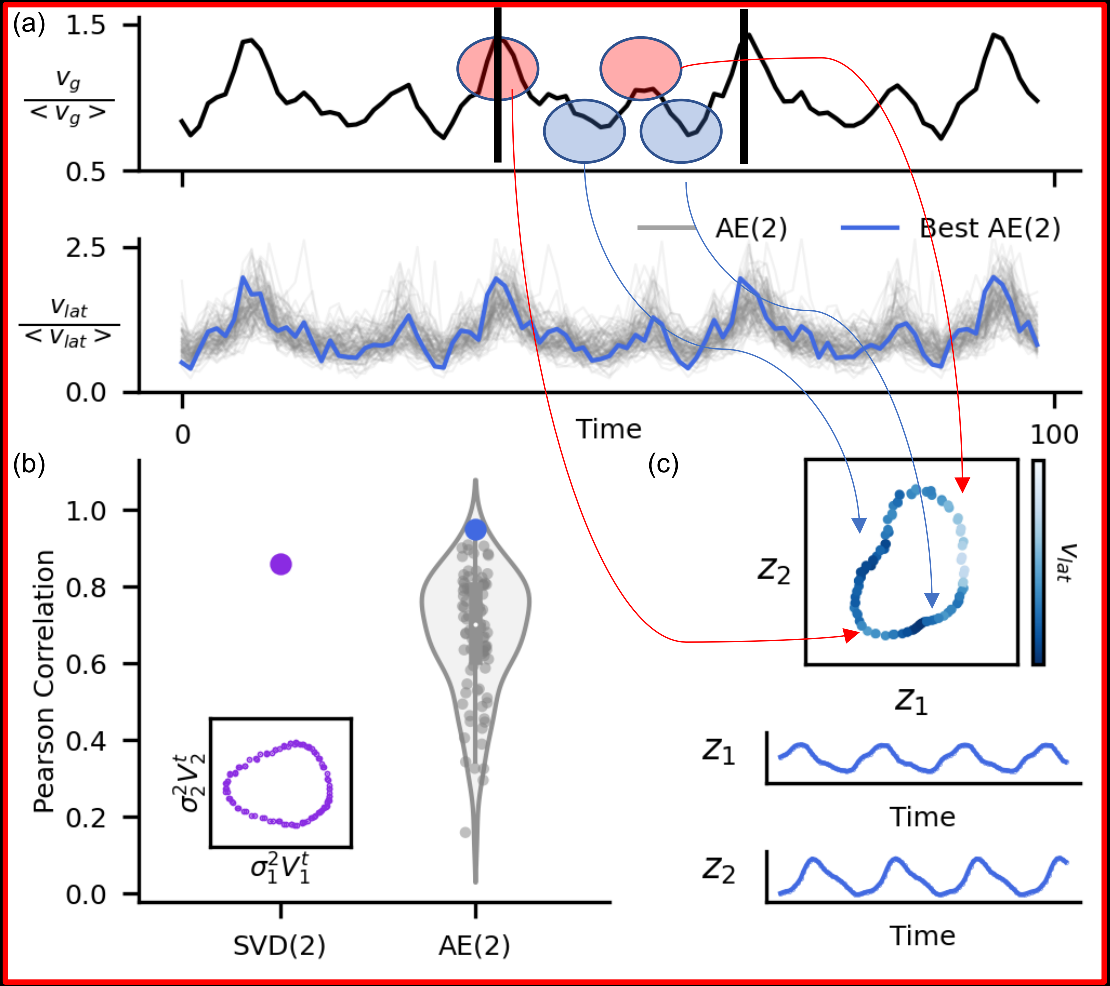




(a)
1.5
0.5
AE(2)
Best AE(2)
2.5
0.0
Time
0
100
(b)
Pearson Correlation
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
SVD(2)
AE(2)
(c)
z_2
z_1
v_{lat}
Time



(a)
1.5
0.5
$\frac{v_g}{<v_g>}$
AE(2)
Best AE(2)
2.5
0.0
$\frac{v_{lat}}{<v_{lat}>}$
0
Time
100
(b)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
Pearson Correlation
$\sigma_2^2 V_2^t$
$\sigma_1^2 V_1^t$
SVD(2)
AE(2)
(c)
z_2
z_1
v_{lat}
z_1
Time
z_2
Time

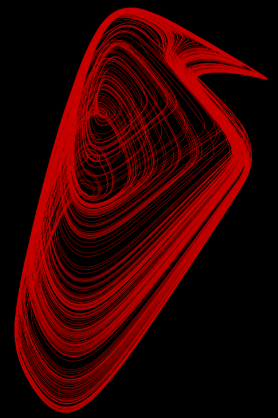

(a)
1.5
0.5
$\frac{v_g}{< v_g >}$
AE(2)
Best AE(2)
2.5
0.0
$\frac{v_{lat}}{< v_{lat} >}$
0
Time
100
(b)
Pearson Correlation
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
$\sigma_2^2 V_2^t$
$\sigma_1^2 V_1^t$
SVD(2)
AE(2)
(c)
z_2
z_1
v_{lat}
z_1
Time
z_2
Time

Un cambio de coordenadas no lineal
Puede llevar a nuestra ecuacion a
una mas sencilla. El procedimiento
se conoce como computo de la
forma normal

(uno gana, por ejemplo, sacarse de
encima varios parametros)

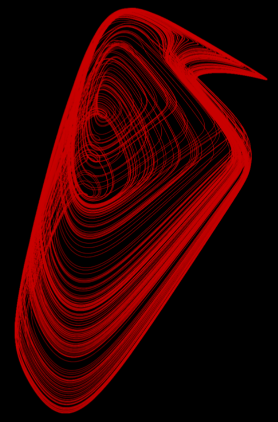
$$\boxed{\frac{dZ}{dt} = (a + i\omega - |Z|^2)Z}$$

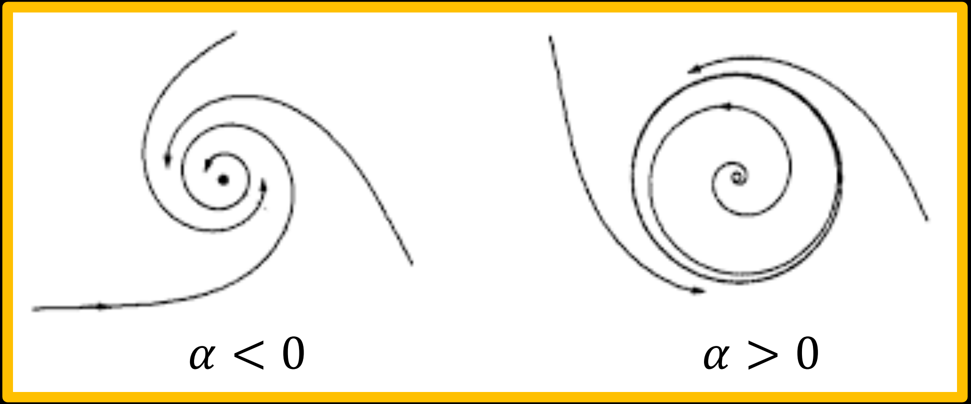
$Z \epsilon C$



Y al tener menos parámetros, puede realizar un estudio exhaustivo de las soluciones del problema

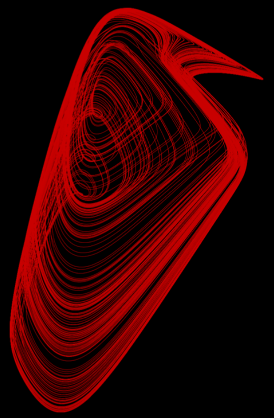
$$\boxed{\frac{dZ}{dt} = (\alpha + i\omega \; - |Z|^2)Z}$$





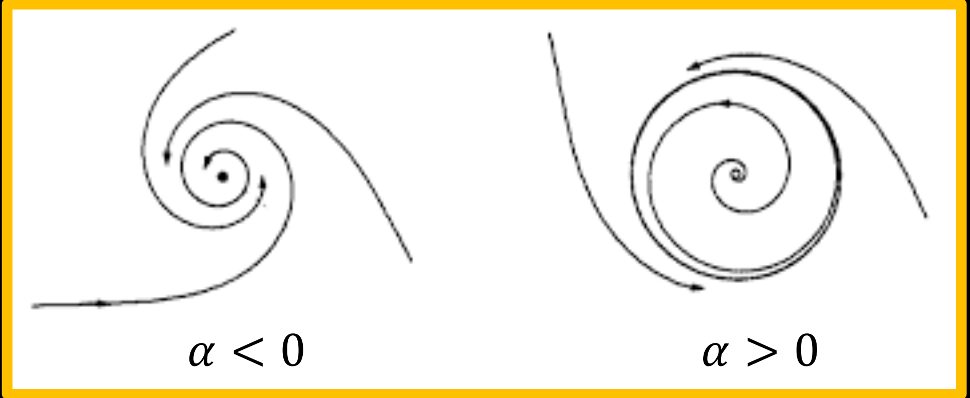
Este cambio cualitativo en el flujo de un sistema dinamico se conoce como bifurcacion.

Y la bifurcacion en la que nace una oscilacion periodica, con amplitud cero y frecuencia finita, se conoce como bifurcacion de Hopf

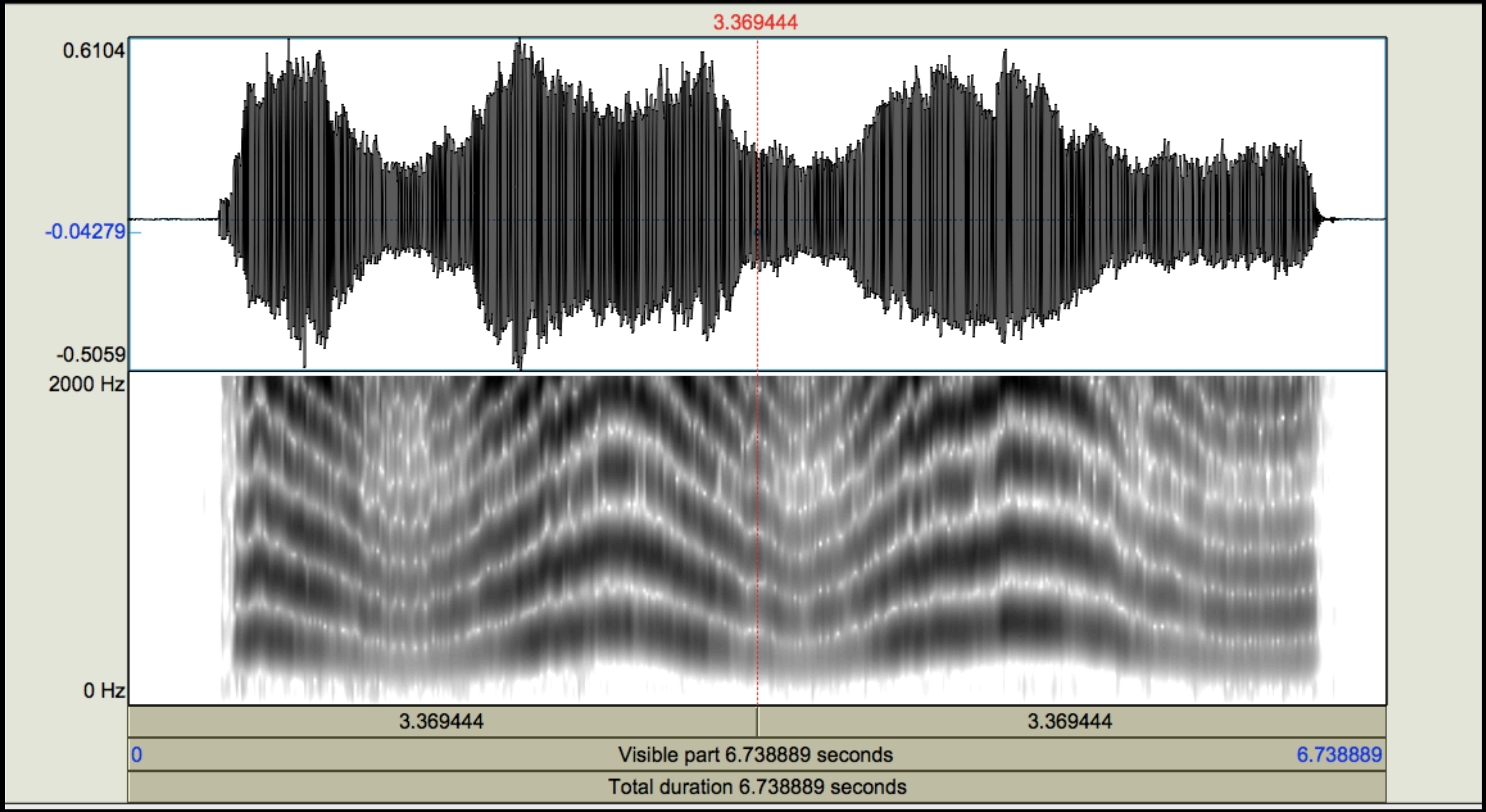


Y al tener menos parámetros, puede realizar un estudio exhaustivo de las soluciones del problema

$$\frac{dZ}{dt} = (\alpha + i\omega - |Z|^2)Z$$

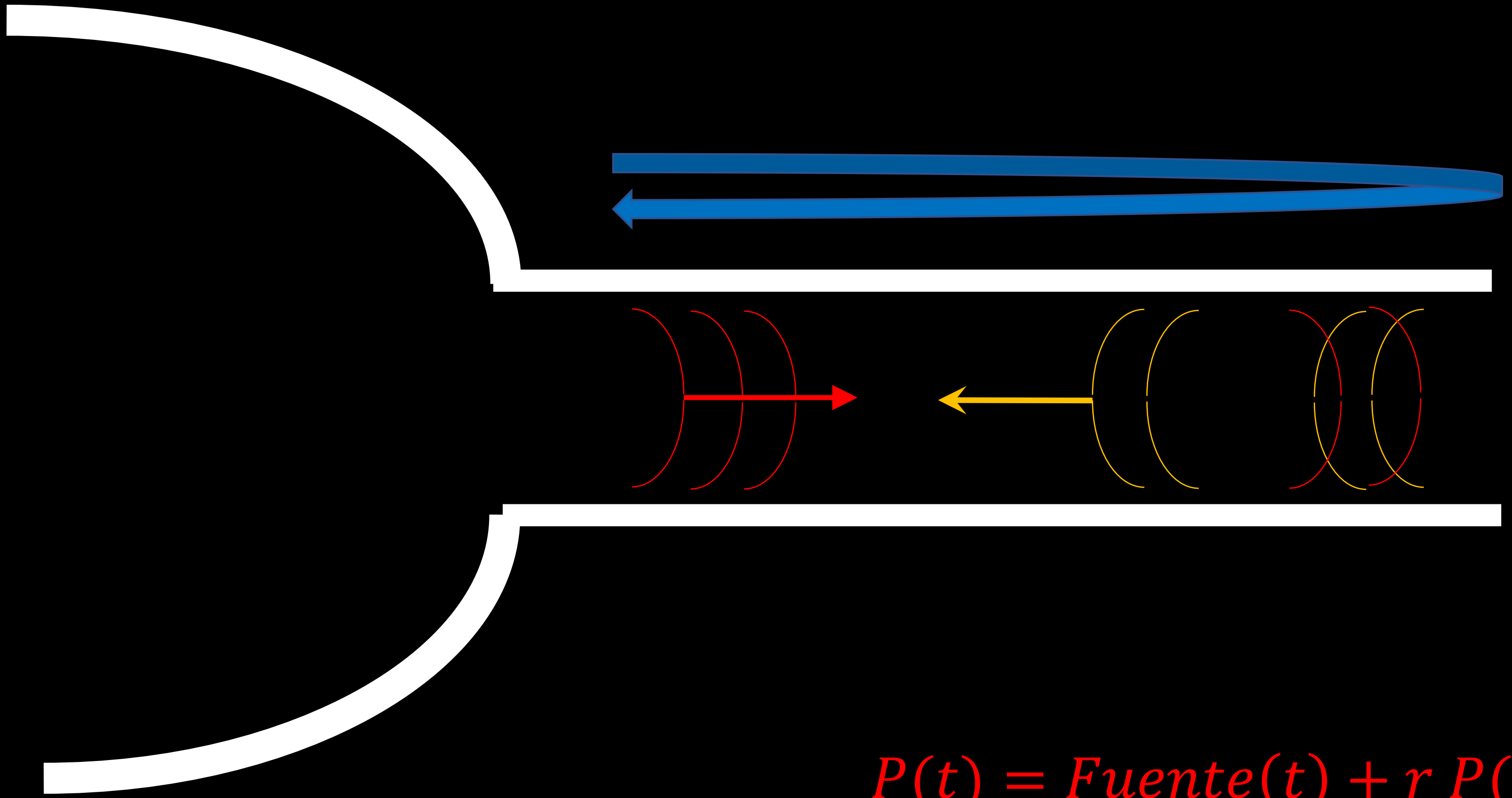


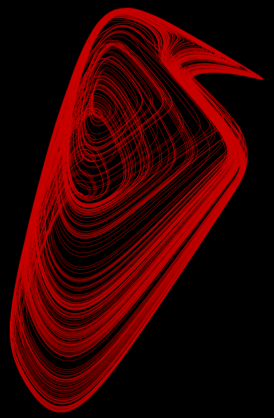
Cualquier frecuencia puede ocurrir aqui:
ω es un parametro


3.369444
0.6104
-0.04279
-0.5059
2000 Hz
0 Hz
3.369444
3.369444
0
Visible part 6.738889 seconds
6.738889
Total duration 6.738889 seconds

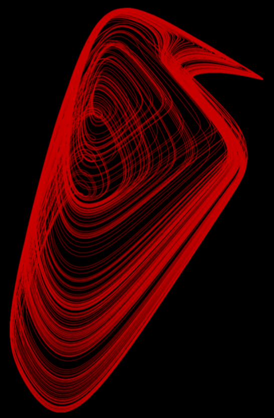
Pero esto no es lo que ocurre en una trompeta

Tipico ejercicio de flexibilidad (Collins)
Prestar atencion a los dedos del musico.





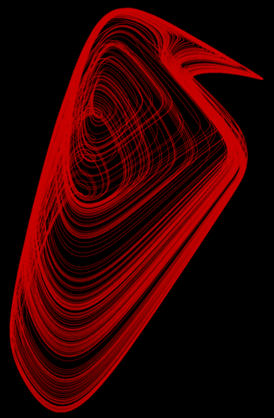
$$P(t) = Fuente(t) + r\,P(t - \tau)$$



$$\boxed{\frac{dZ(t)}{dt} = (a + i\omega \; - |Z(t)|^2)Z(t) - KZ(t-\tau)}$$

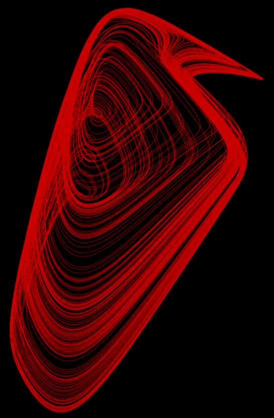
Con lo que nos metemos en el mundo de las ecuaciones diferenciales con retrasos

$$\boxed{\frac{dZ(t)}{dt} = (a + i\omega - |Z(t)|^2)Z(t) - KZ(t-\tau)}$$



Con lo que nos metemos en el mundo de las ecuaciones diferenciales con retrasos

Nos vamos del mundo Newtoniano!



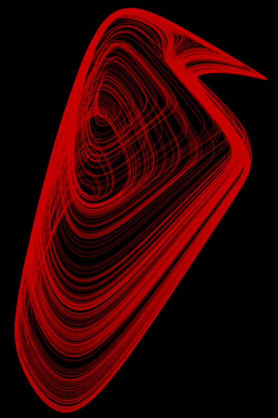
Son posibles soluciones periodicas para este sistema?

Propongamos $Z = Re^{i\Omega t}$

Reemplazando en la ecuacion, y con un poco de algebra,
Tenemos que soluciones de est pinta son poibles si:

$$\boxed{R = (1 - K\cos(\Omega\tau))^{1/2}}$$

$$\boxed{\Omega = \omega + K\sin(\Omega\tau)}$$



Son posibles soluciones periodicas para este sistema?

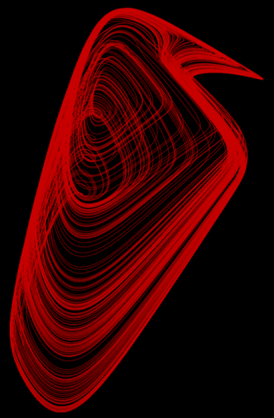
Propongamos $Z = Re^{i\Omega t}$

Reemplazando en la ecuacion, y con un poco de algebra,
Tenemos que soluciones de est pinta son poibles si:

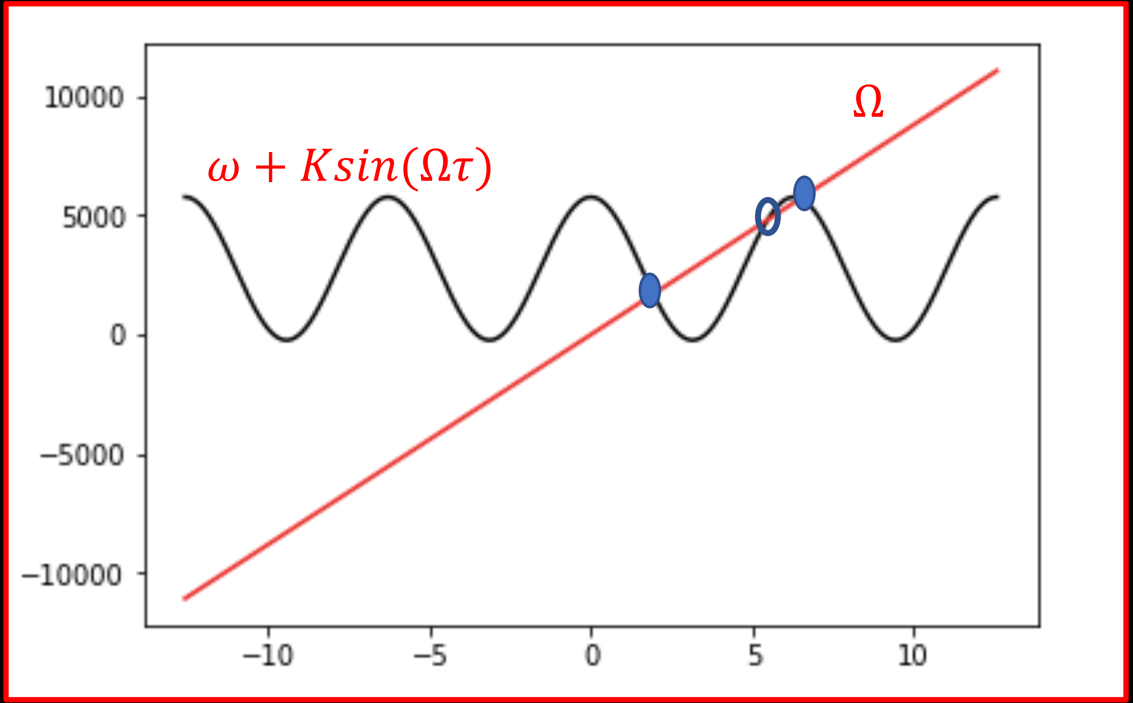
$$R = (1 - Kcos(\Omega\tau))^{1/2}$$

$$\boxed{\Omega = \omega + Ksin(\Omega\tau)}$$

Notemos que ahora
No cualquier frecuencia
se la banca.

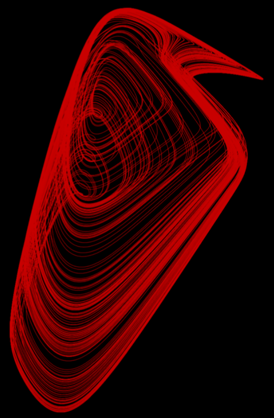


$$\boxed{\Omega = \omega + K\sin(\Omega\tau)}$$



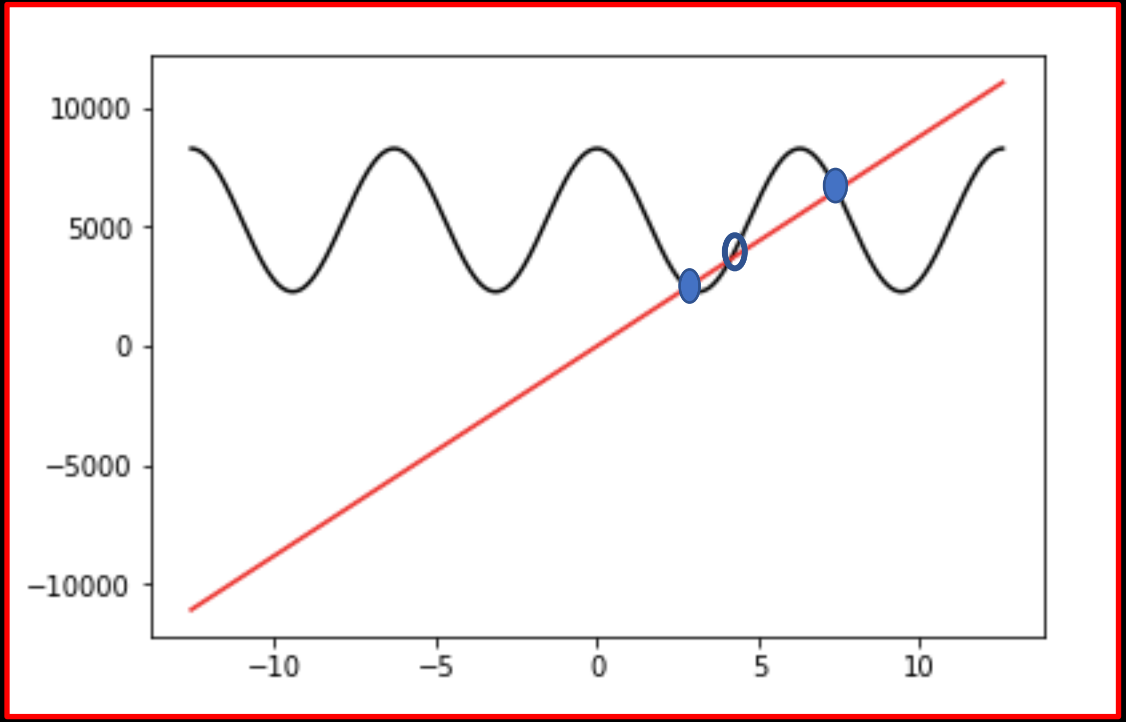
Aparecen restricciones,
y esas, dan coexistencias

Two attractors

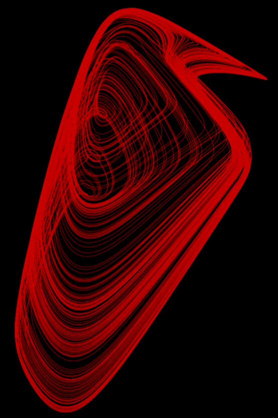


$$\Omega = \omega + K sin(\Omega\tau)$$

Aumentamos ω

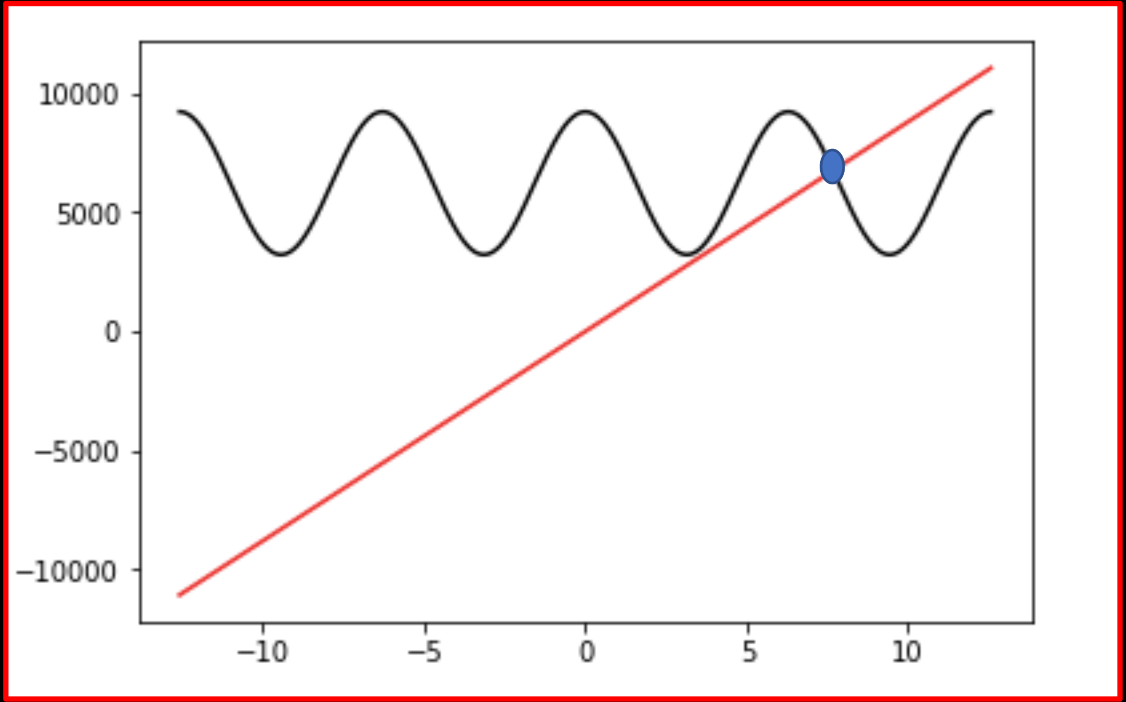


Two attractors

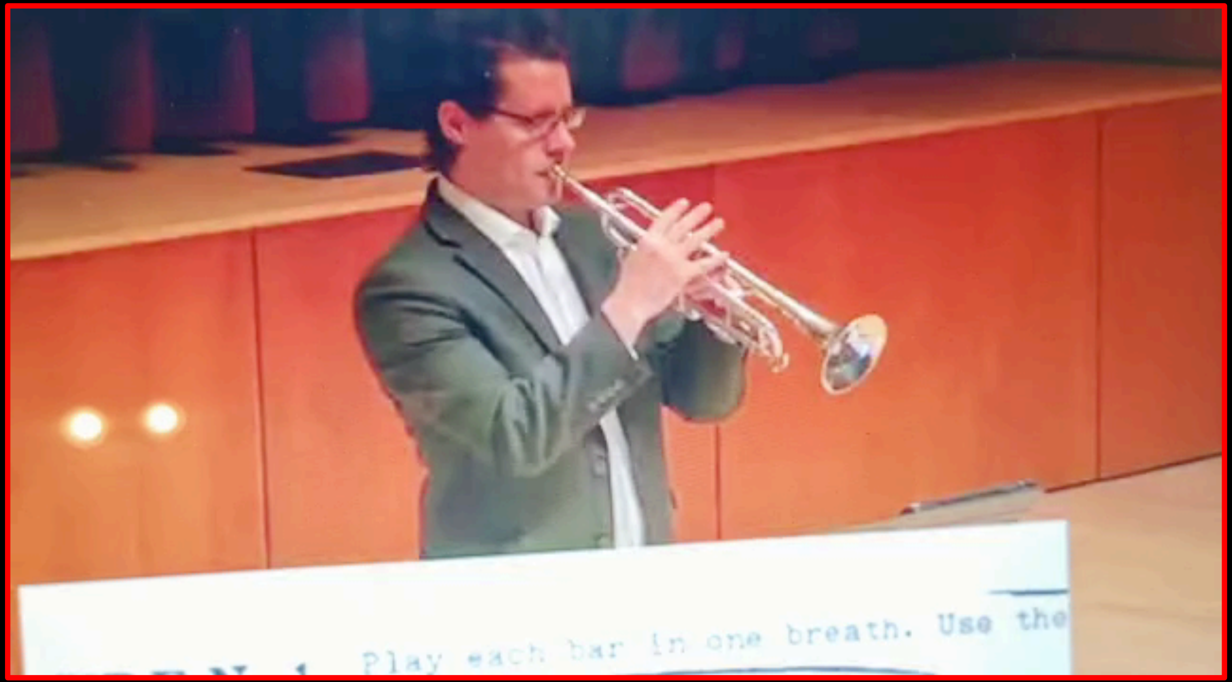


$$\Omega = \omega + K sin(\Omega\tau)$$

Aumentamos ω



one attractor!

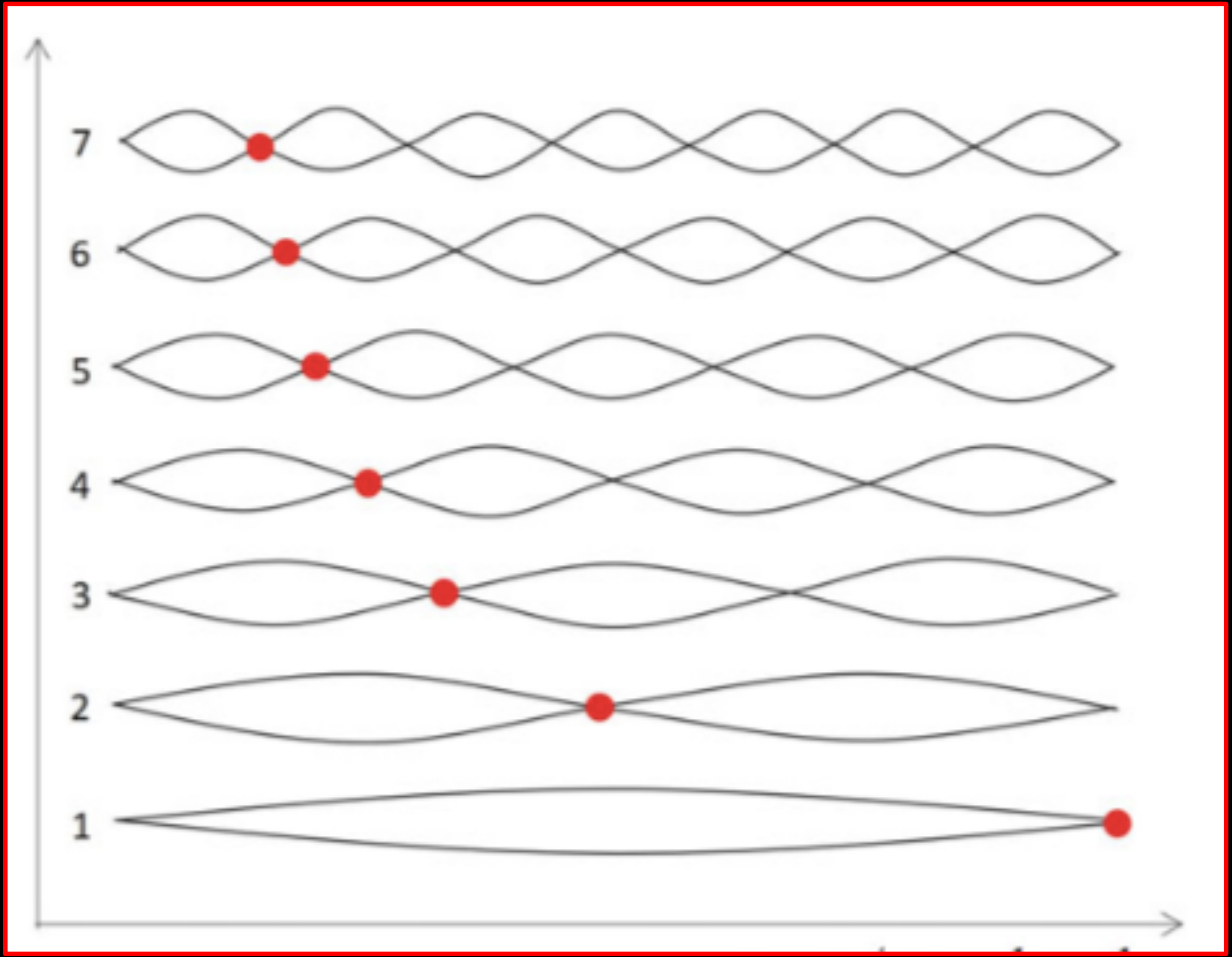


Tipico ejercicio de flexibilidad (Collins)
Prestar atencion a los dedos del musico.

El ejercicio dinamico anterior nos permite entender las bifurcaciones a traves de las que pasamos para transitar de un armonico a otro.

Pero aca hay algo raro...

Envolventes para los modos sucesivos



Variable espacial para una cuerda fija

7 Bb 4

6 G4

5 E4

4 C4

3 G3

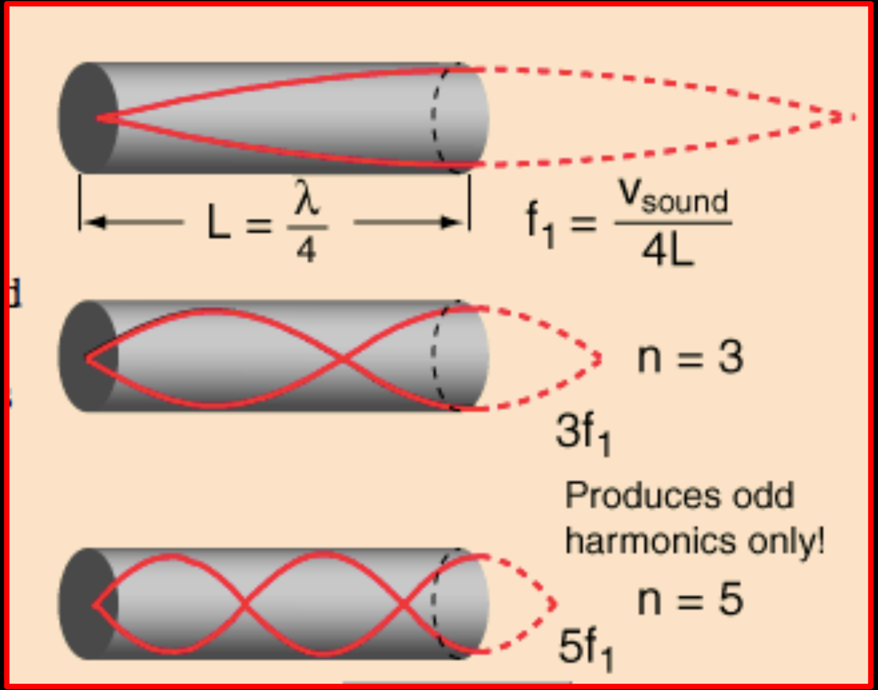
2 C3

1 C2 65 Hz

En el ejercicio de flexibilidad
que mostramos recien,
se tocaron
estos armonicos

Pero en este instrumento, tenemos un tubo cerrado en la boquilla, y abierto en el otro extremo

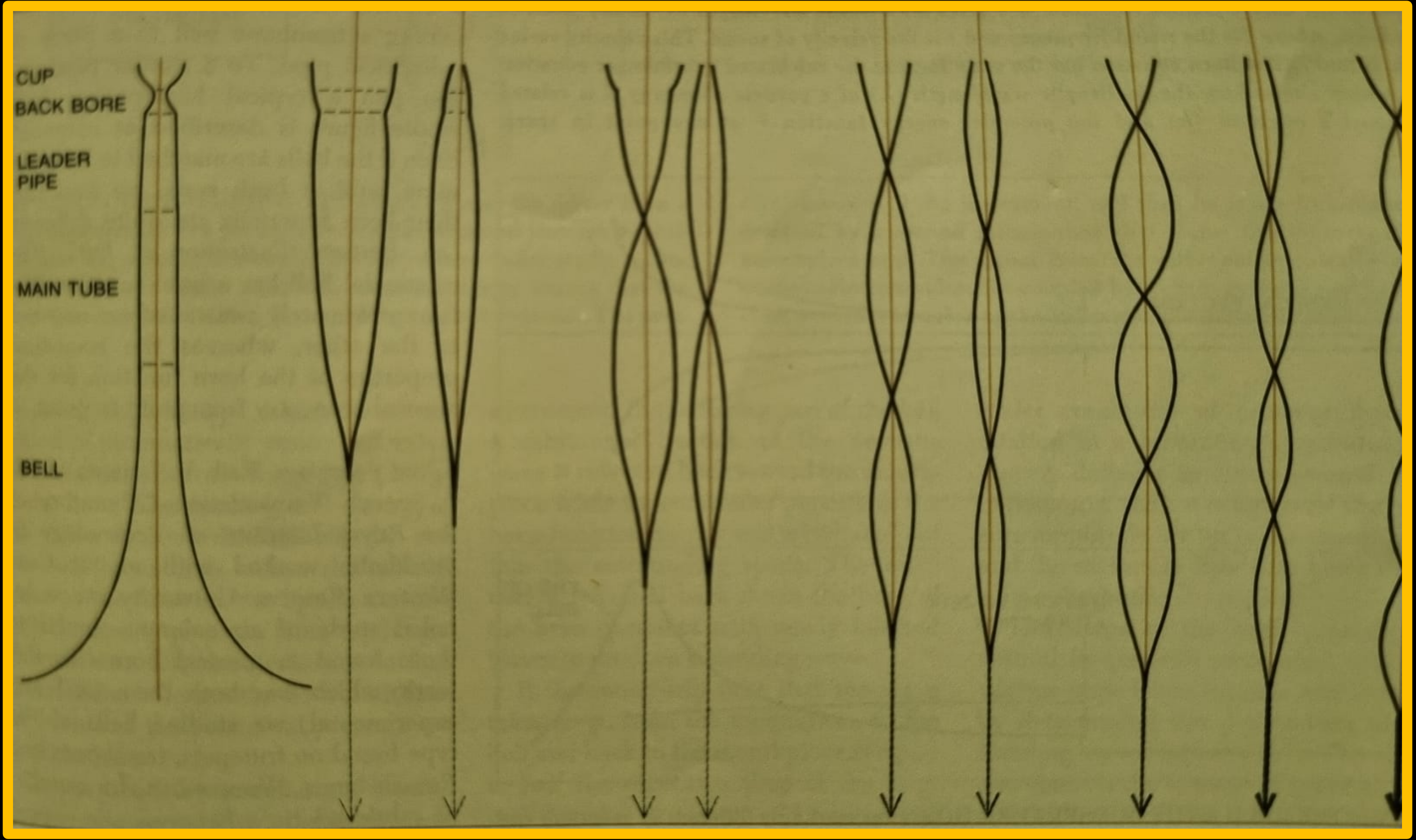
Un tubo abierto cerrado tiene solo armonicos impares



Como hacemos si queremos tener una serie armonica completa?

No es un cilindro!

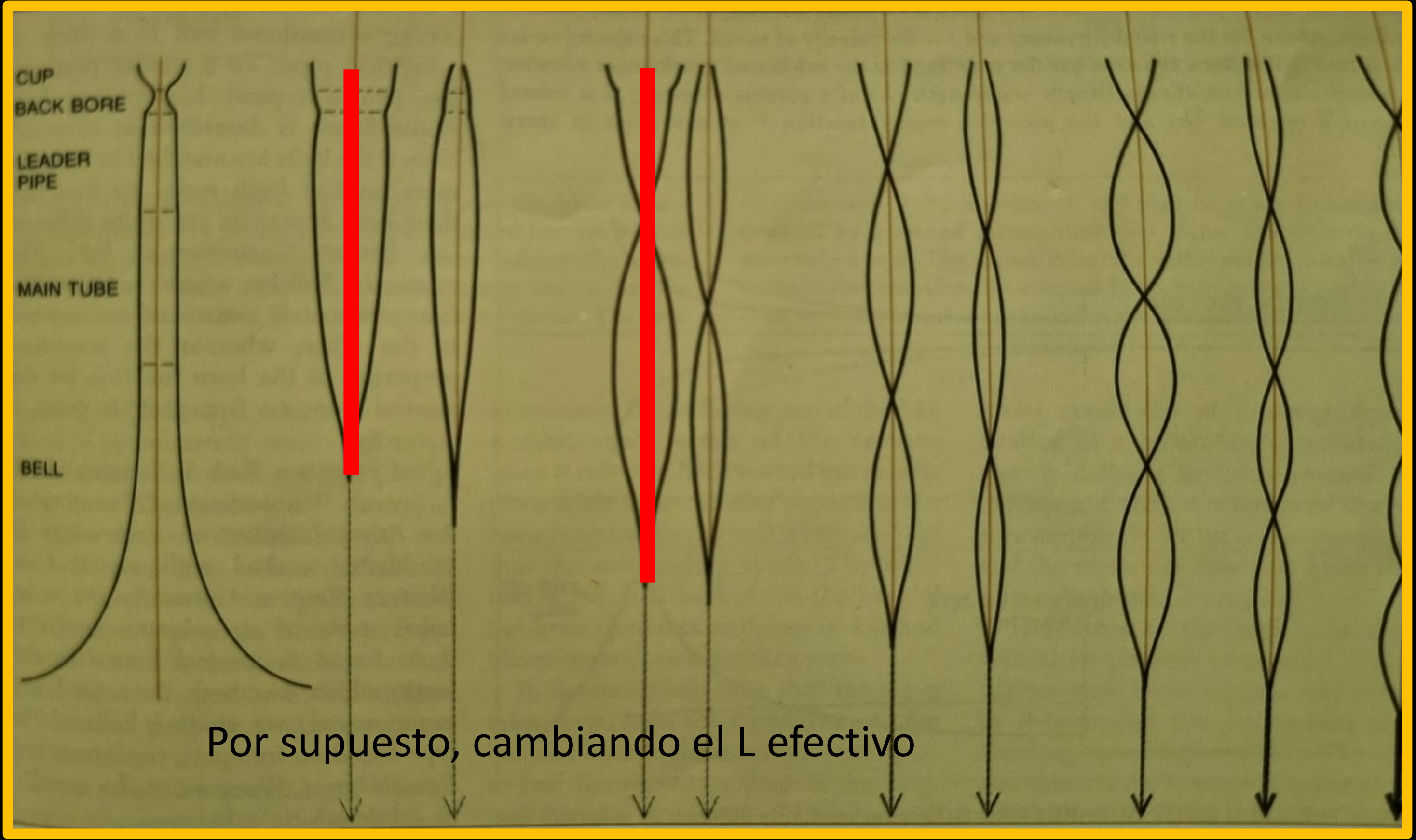
Observacion: las frecuencias sucesivas estan asociadas a modos de mayor orden, pero una trompeta no es un tubo recto cerrado-abierto. Los nodos de presion no se dan todos en el mismo sitio exactamente:



125 Hz   250 Hz   375 Hz

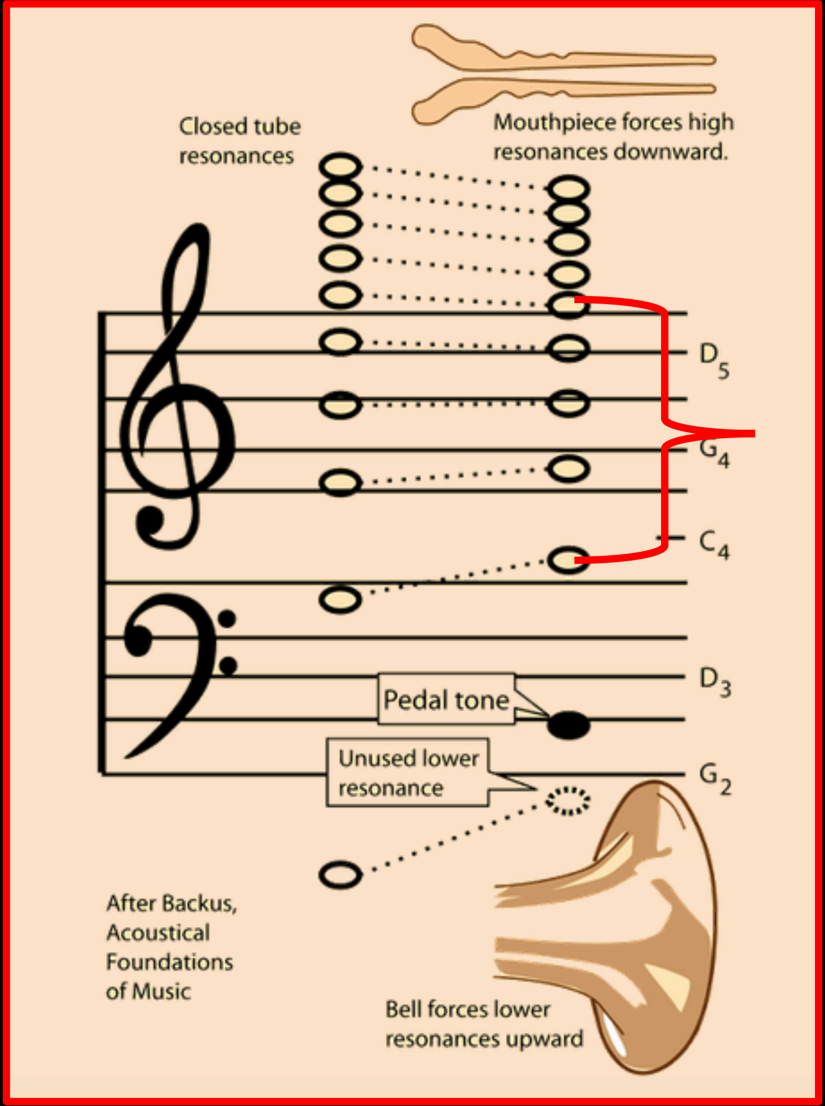
Se ajusta la campana para que si el primer modo es de frecuencia ν_1, el segundo en lugar de en $3\nu_1$, caiga en $2\nu_1$, etc

Observacion: las frecuencias sucesivas estan asociadas a modos de mayor orden, pero una trompeta no es un tubo recto cerrado-abierto. Los nodos de presion no se dan todos en el mismo sitio exactamente:



125 Hz 250 Hz 375 Hz

Se ajusta la campana para que si el primer modo es de frecuencia ν_1, el segundo en lugar de en $3\nu_1$, caiga en $2\nu_1$, etc



fa
re
si
fa
si

Que se ejecutan con la primera valvula baja

Armónico	Frecuencia Hz	Nota	Intervalo Musical
1º armónico	66	Do2 (C2)	Fundamental
2º armónico	132	Do3 (C3)	Octava
3º armónico	198	Sol3 (G3)	Quinta
4º armónico	264	Do4 (C4)	Octava
5º armónico	330	Mi4 (E4)	Tercera mayor
6º armónico	396	Sol4 (G4)	Quinta

Hay dos temas entonces:

1. Para estudiar los modos, hay que elegir entre resolver posta

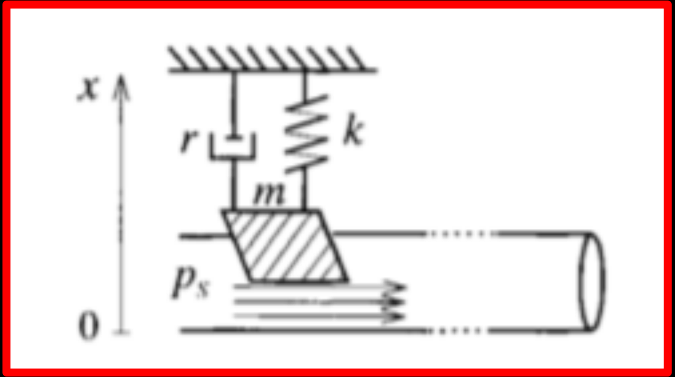
$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$$\vec{n}.\nabla p = 0$$

O derivamos una ecuacion ad-hoc planteando conservacion de masa en una geometria particular

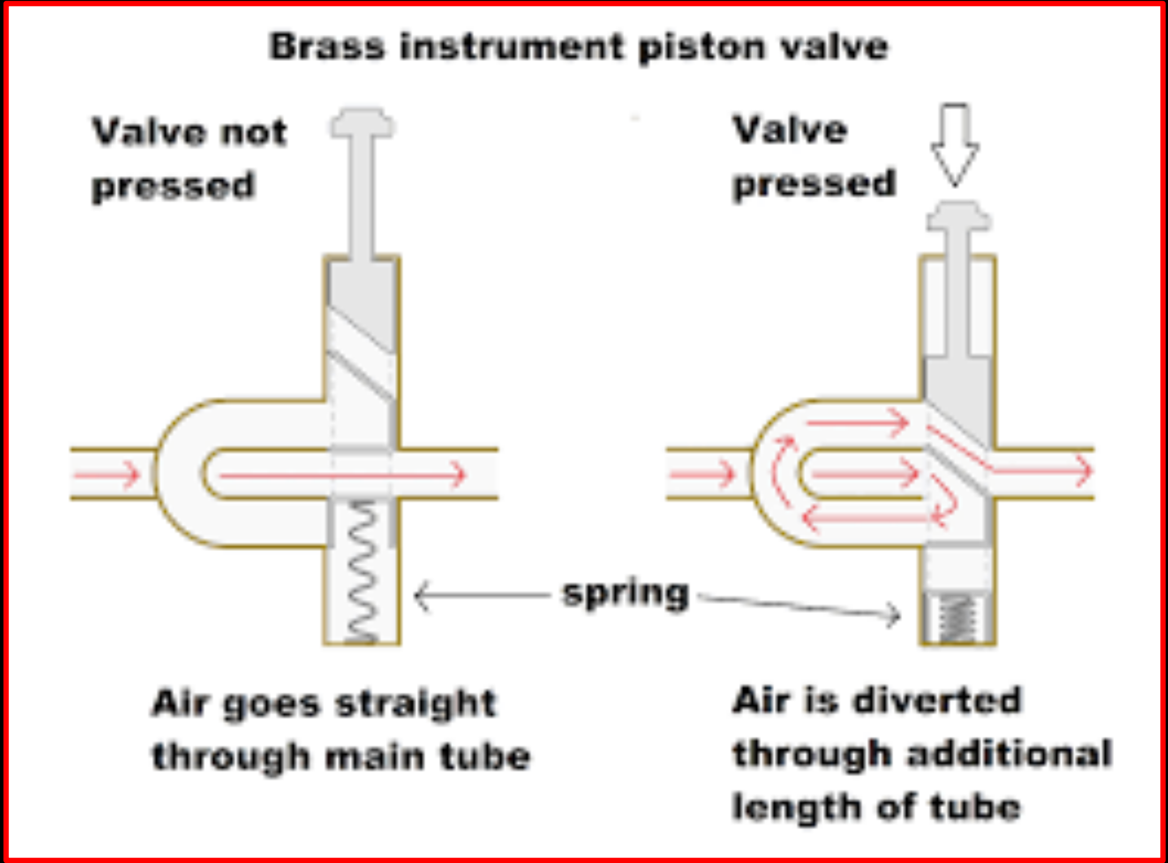
$$\boxed{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{S}\frac{\partial}{\partial x}(S\frac{\partial p}{\partial x})}$$

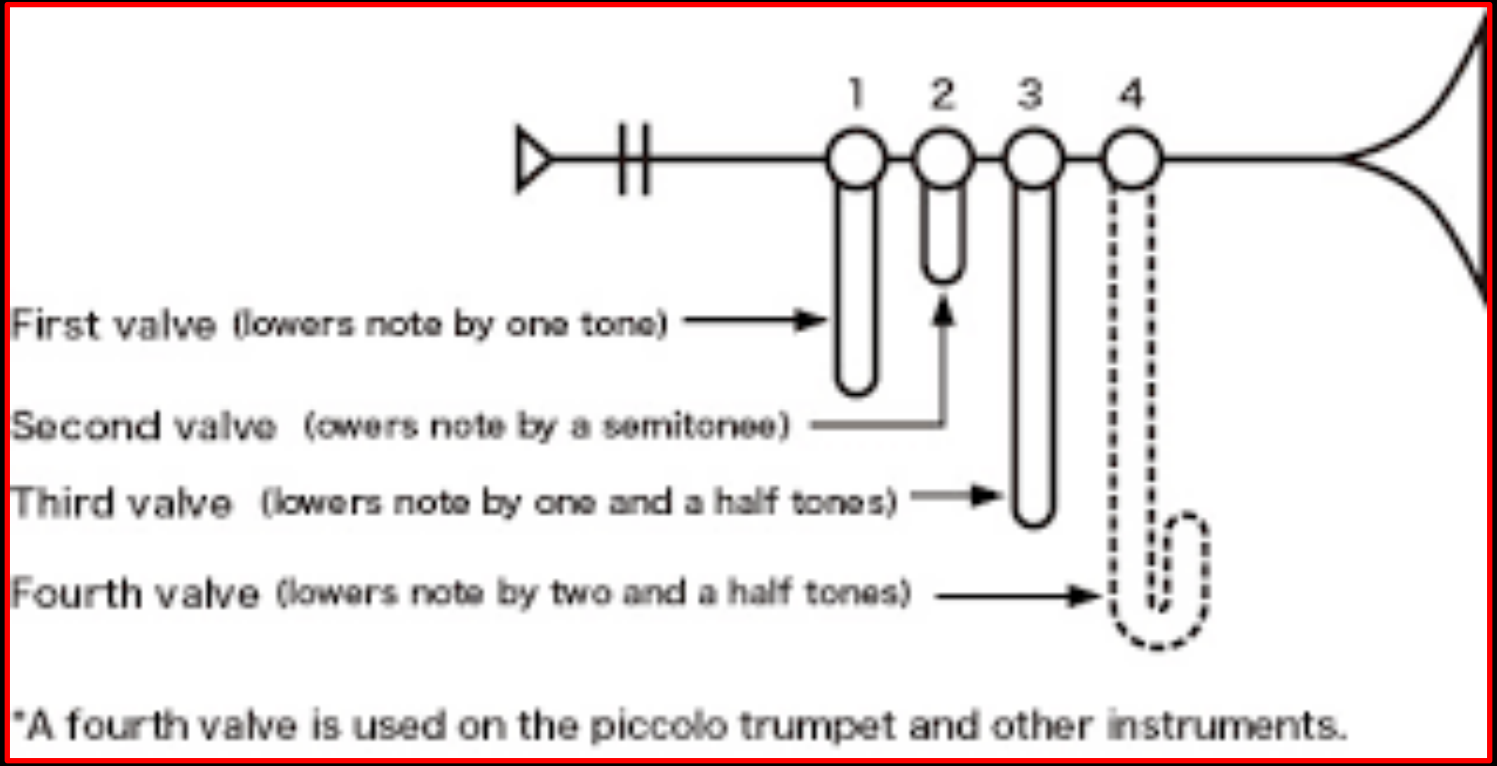
2. Para estudiar la dinamica completa



$$\boxed{\begin{gathered} m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = \gamma\big(p_s - p(t)\big) \\ p(t) = (g * u)(t) \\ u(t) = \gamma_2 x(t)\sqrt{p_s - p(t)} \end{gathered}}$$

Con $g(t) = \frac{\rho c}{A}\left(\delta(t) + 2\sum_1^{\infty} R^i\, \delta(t - iT)\right)$


Brass instrument piston valve
Valve not pressed
Valve pressed
spring
Air goes straight through main tube
Air is diverted through additional length of tube

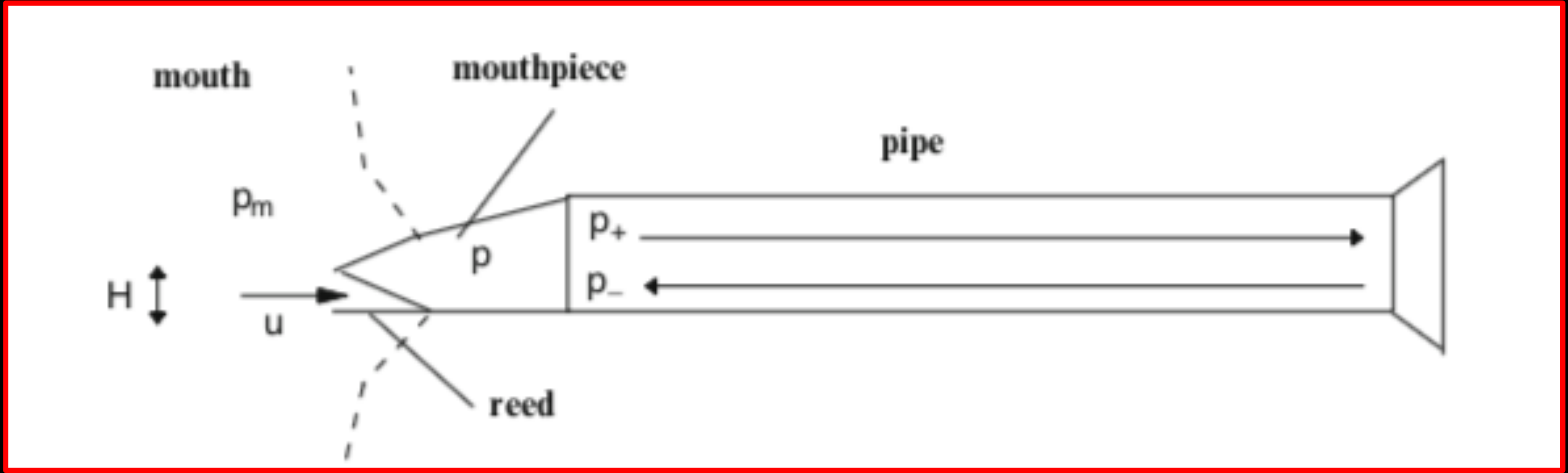


En la trompeta se puede tocar G_4 libre, o con las valvulas 1 y 3

¿Es la misma nota?

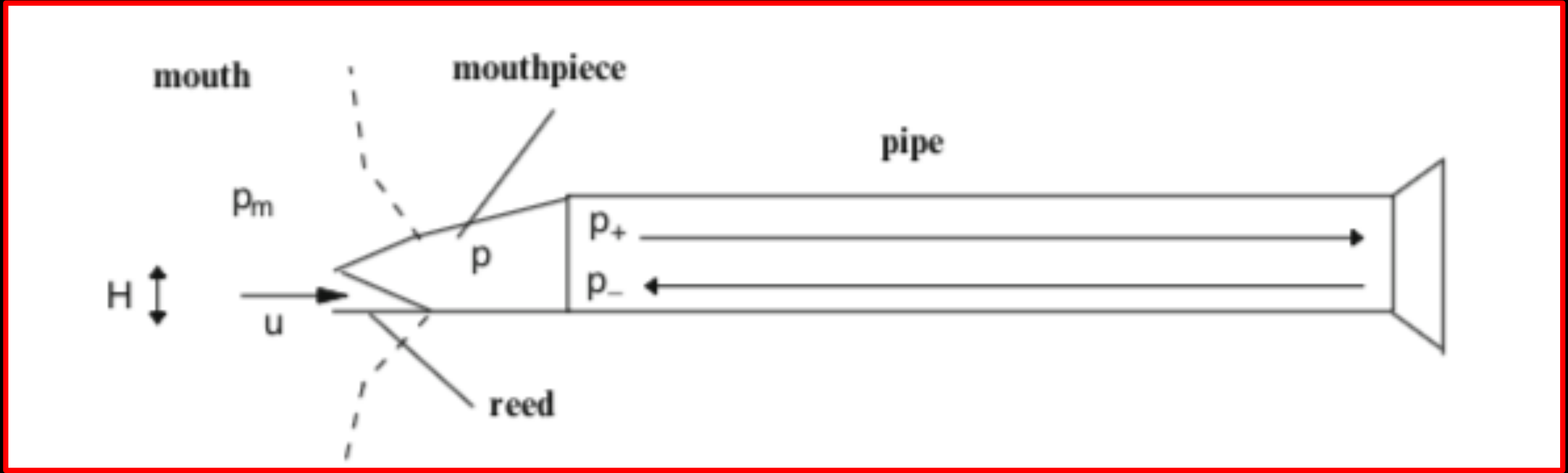
Listo!

Otro amigo del acople fuenet filtro: el clarinete



$$\phi = wH\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \qquad \Delta p = p_m - p$$

Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete

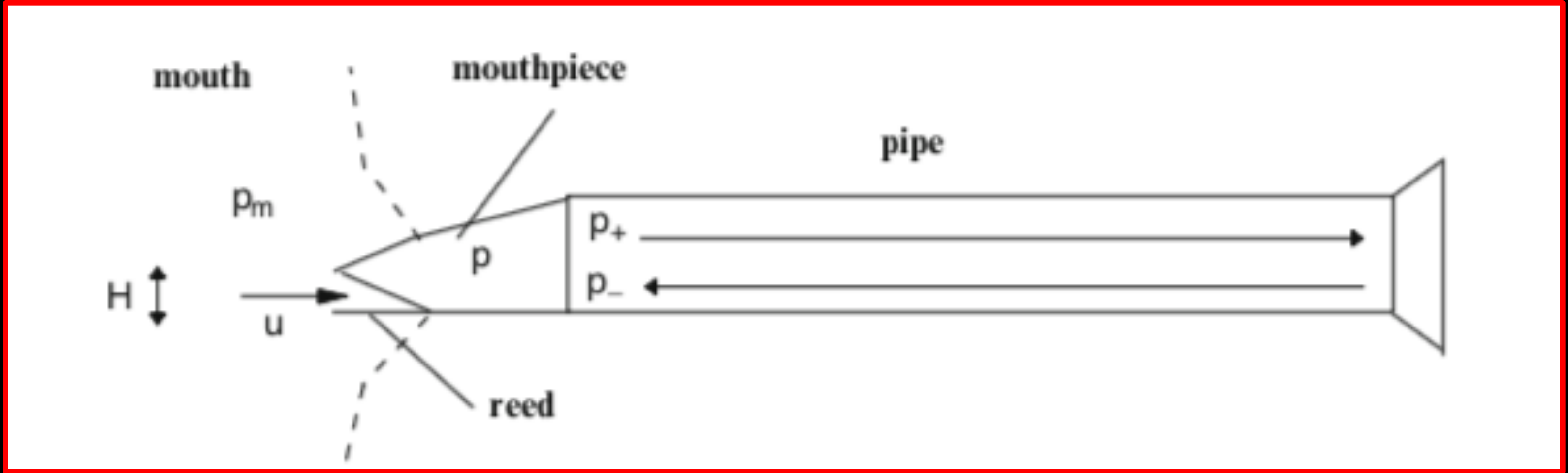


$$H = H_0\left(1 - \frac{\Delta p}{p_m}\right), \qquad si.\Delta p \leq KH_0,$$

$$H = 0 \qquad si\Delta p > KH_0$$

K constante
Elastica de la lengueta

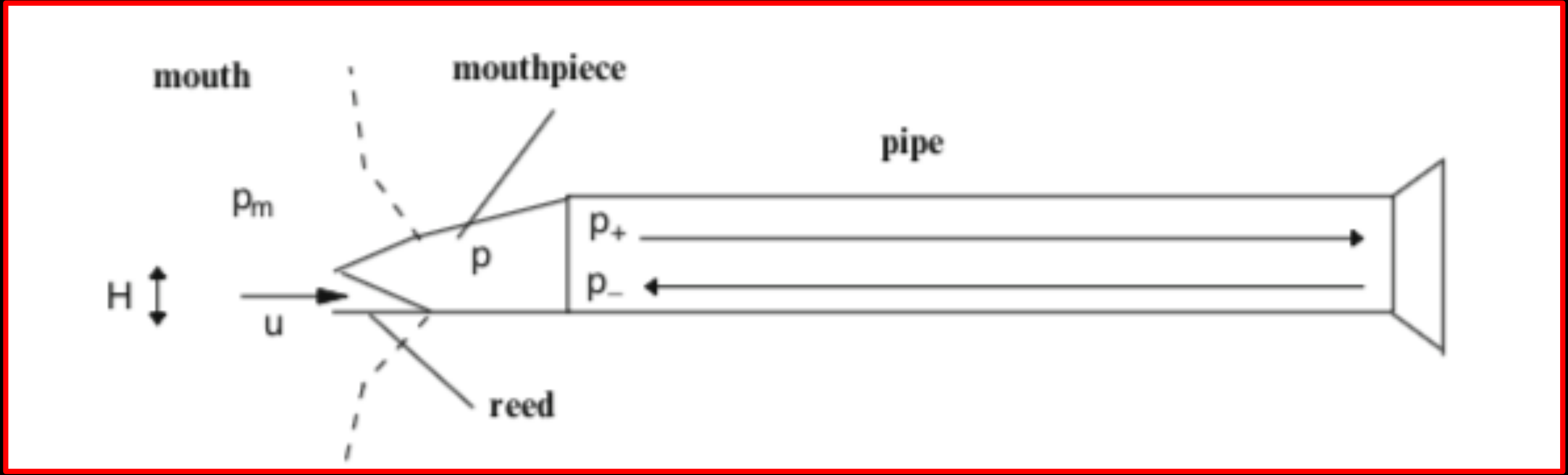
Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete



$$\phi = \phi_0\left(1 - \frac{\Delta p}{p_m}\right)\sqrt{\frac{\Delta p}{p_m}} \qquad si.\,\Delta p \leq KH_0$$

$$\phi = 0 \qquad si \quad \Delta p > KH_0$$

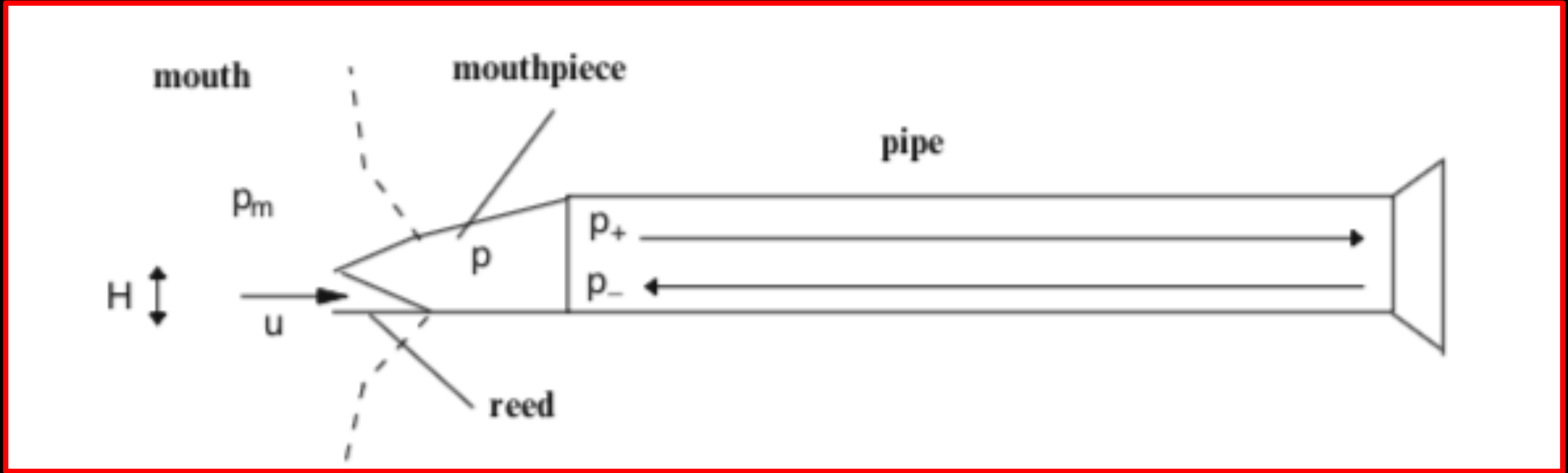
Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete



$$p = p^{+} + p^{-}$$

Para una onda libre, $\phi = \dfrac{p^{+}}{Z}$, $Z = \rho c/S$

Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete

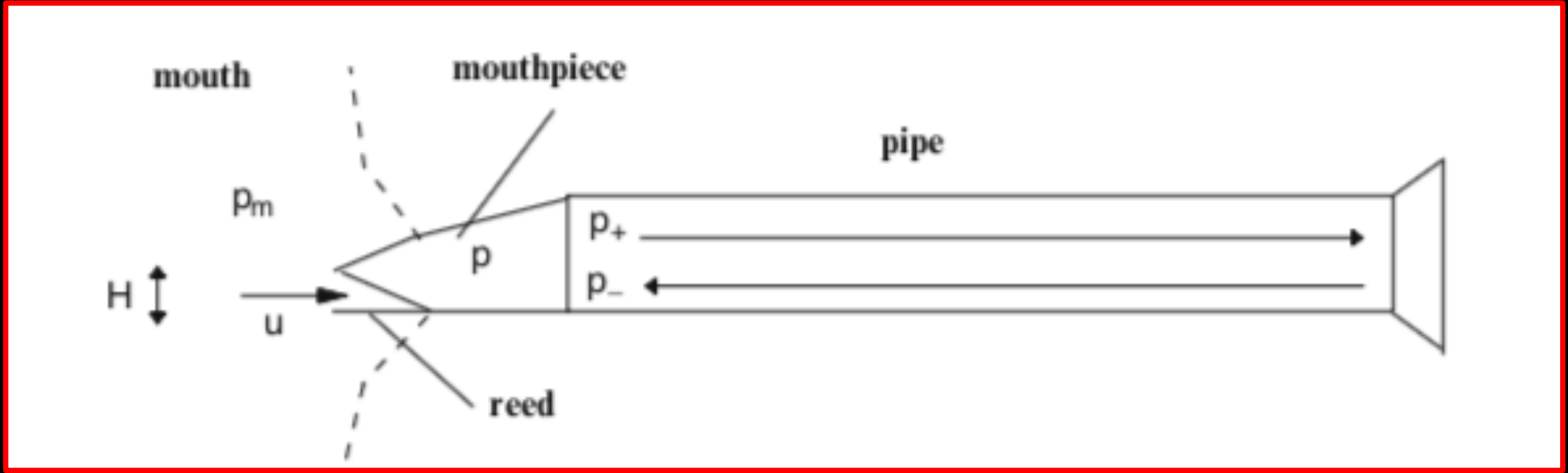


$$\phi = \frac{1}{Z}(p^+ - p^-)$$

Cuando hay tubo,

$$p^-(t) = -\mathrm{r}p^+(t-\tau), \quad r = e^{-2\alpha L}$$

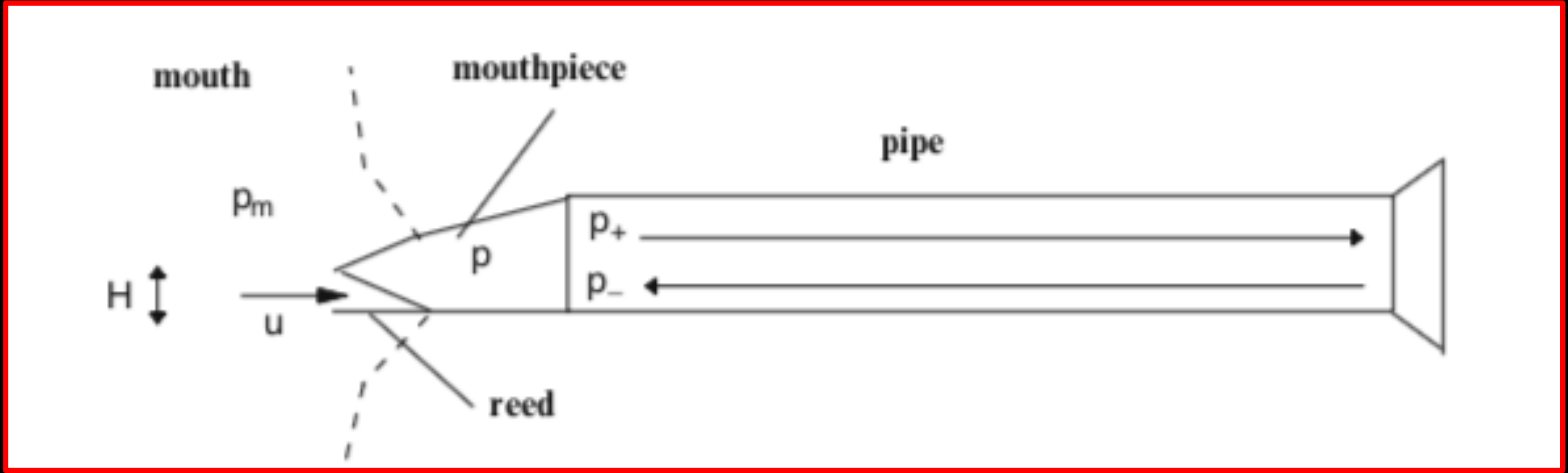
Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete



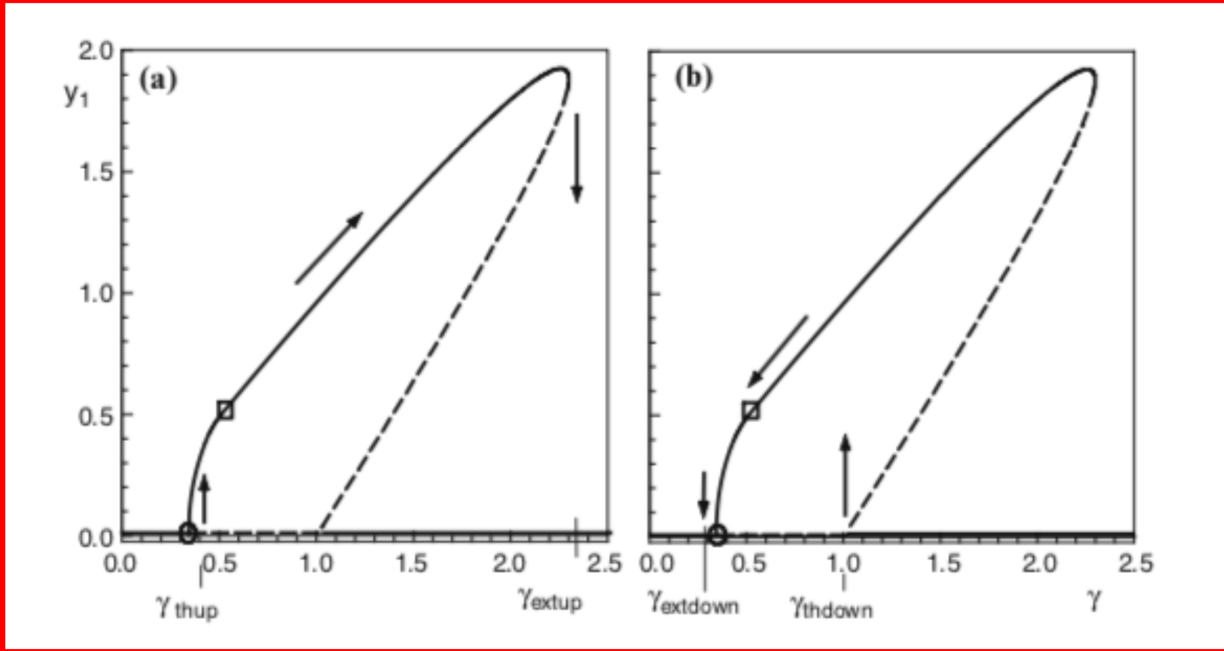
$$p(t) - Z\phi(t) = e^{-2\alpha L} p(t-\tau) + Z\phi(t-\tau)$$

Si definimos para un t $\quad p_n = p(t), \quad p_{n-1} = p(t-\tau)$

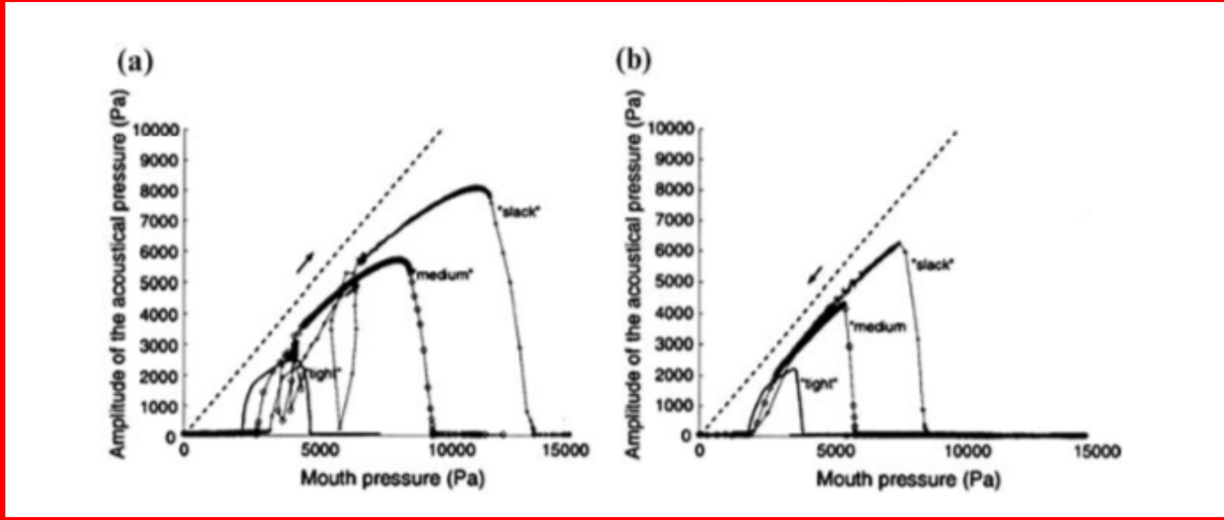
Otro amigo del acople fuent filtro: el clarinete



Podemos definir un mapa en terminos del cual calcular las orbitas periodicas de modo sencillo: Habra orbitas con periodos multiplos del tiempo tau si existen puntos fijos de ese mapa.



Modelo



Datos