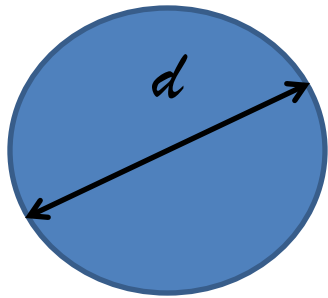


Mediciones indirectas

Magnitudes con incertidumbres instrumentales

Magnitudes que no pueden ser medidas directamente con un instrumento:

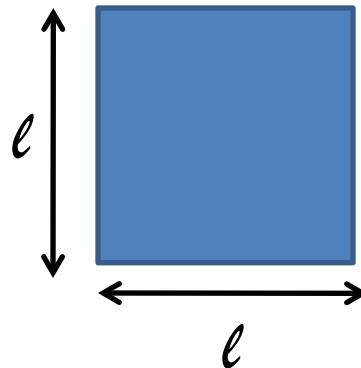
Por ej: AREA de un objeto



$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$d = d_0 \pm \Delta d$$

$$A = A_0 \pm \Delta A$$



$$A = l^2$$

$$l = l_0 \pm \Delta l$$

Propagación de incertidumbres

Area del cuadrado:

$$A_{\max} = (\ell_0 + \Delta\ell)^2$$

$$A_{\min} = (\ell_0 - \Delta\ell)^2$$

$$A_0 = \frac{A_{\max} + A_{\min}}{2}$$

$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2}$$

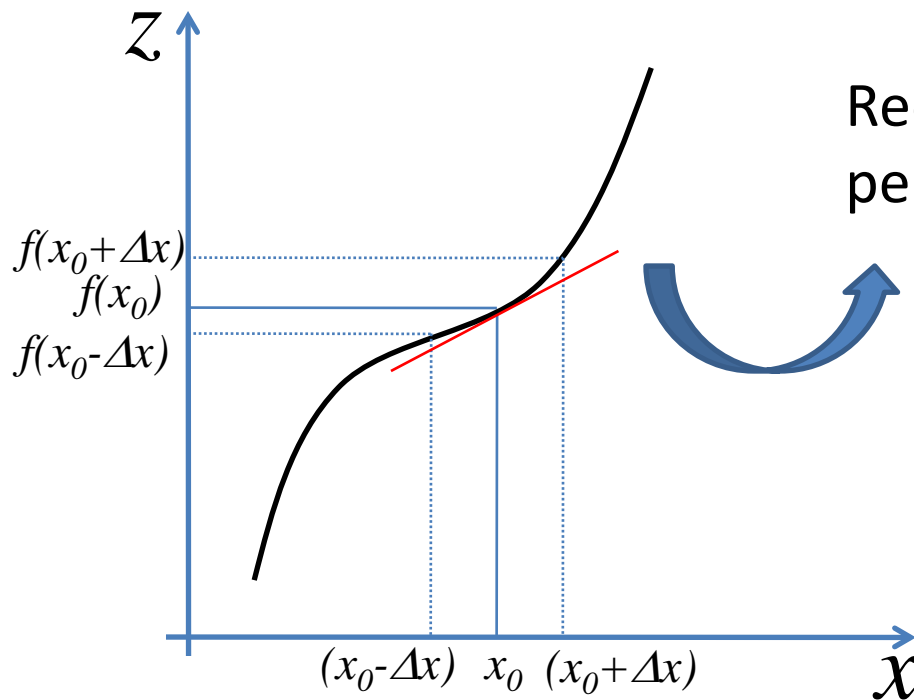
$$A_0 = \frac{2\ell_0^2 + \cancel{2\Delta\ell^2}}{2} \approx \ell_0^2$$

$$\Delta A = \frac{4\ell_0\Delta\ell}{2} = 2\ell_0\Delta\ell$$

Queremos determinar el valor de una magnitud z
partir de la medición directa de una magnitud x

$$z = f(x)$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)$$



Recta tangente a $f(x_0)$

pendiente: $\frac{df}{dx}|_{x_0}$

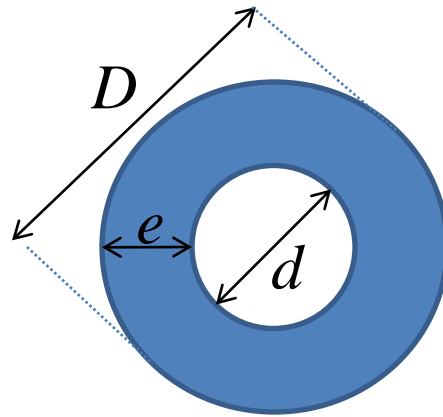
$$z = (z_0 \pm \Delta z)$$

$$z_0 = f(x_0)$$

$$\Delta z = \frac{df}{dx}|_{x_0} * \Delta x$$

Magnitudes determinadas a partir de la medición directa de varias magnitudes

Ejemplos



$$e = D - d$$

$$e_{max} = (D_0 + \Delta D) - (d_0 - \Delta d) = D_0 - d_0 + (\Delta D + \Delta d)$$

$$e_{min} = (D_0 - \Delta D) - (d_0 + \Delta d) = D_0 - d_0 - (\Delta D + \Delta d)$$

$$e = e_0 \pm \Delta e$$

$$e = D_0 - d_0 \quad \Delta e = \Delta D + \Delta d$$



L

$$A = l * L$$

$$A_{max} = (l_0 + \Delta l) * (L_0 + \Delta L)$$

$$A_{max} = l_0 * L_0 + l_0 * \Delta L + L_0 * \Delta l + \cancel{\Delta L * \Delta l}$$

$$A_{min} = (l_0 - \Delta l) * (L_0 - \Delta L)$$

$$A_{min} = l_0 * L_0 - l_0 * \Delta L - L_0 * \Delta l + \cancel{\Delta L * \Delta l}$$

$$A = (A_0 + \Delta A)$$

$$A_0 = l_0 * L_0$$

$$\Delta A = l_0 * \Delta L + L_0 * \Delta l$$

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\varepsilon_A = \varepsilon_L + \varepsilon_l$$

Función de varias magnitudes

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots) \quad x_i = (x_{i0} \pm \Delta x_i)$$

x_i magnitudes independientes

$$z = z_0 + \Delta z$$

$$z_0 = f(x_{1_0}, x_{2_0}, \dots, x_{i_0}, \dots)$$

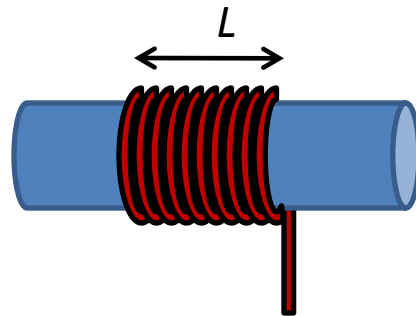
$$\Delta z = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| * \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| * \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| * \Delta x_i + \dots$$

Medir el volumen de un cuerpo (V)

- Medir directamente sumergiendo el cuerpo en agua
- Medir las dimensiones y determinar el volumen a partir de su geometría
- Medir la masa y determinar el volumen tomando el valor de densidad del Al

Medir el diámetro de un alambre (d)

- Tomar un trozo de alambre y medir su diámetro con calibre en 10 puntos distintos
- Enrollar el alambre en un cilindro



$$d = L/n^{\circ} \text{ de vueltas}$$