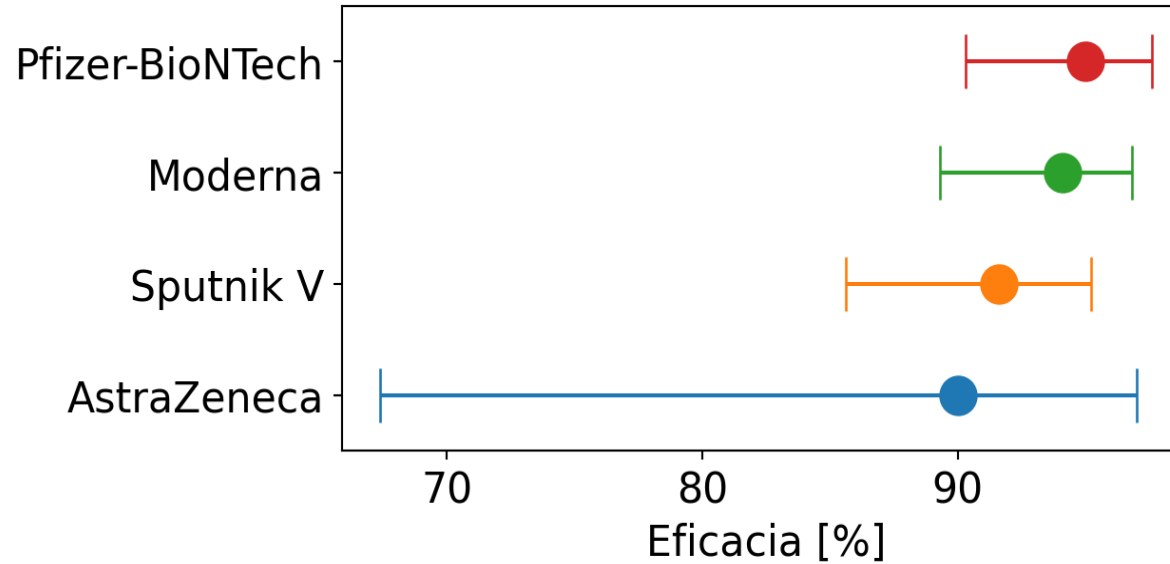


# Repaso

# Eficacia de las vacunas

En los medios, se reportaban estos valores para la eficacia de las vacunas:



¿Cuál prefieren?

¡No comparar sin errores!

# Medición → Intervalo

1. Una medición  $x$  es un intervalo:

$$[x_1, x_2] = x_0 \pm \Delta x$$

donde  $\Delta x$  es nuestro error (incerteza).

2. Para combinar mediciones (independientes),

usamos propagación de errores:

$$z = f(x, y)$$

$$(\Delta z)^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \right)^2$$

# Estimando errores

Hay dos casos principales:

1. Limitados por la resolución instrumental  $\Delta x$

*Ejemplo: cuando medimos con la regla (no siempre, ¡ojo!)*

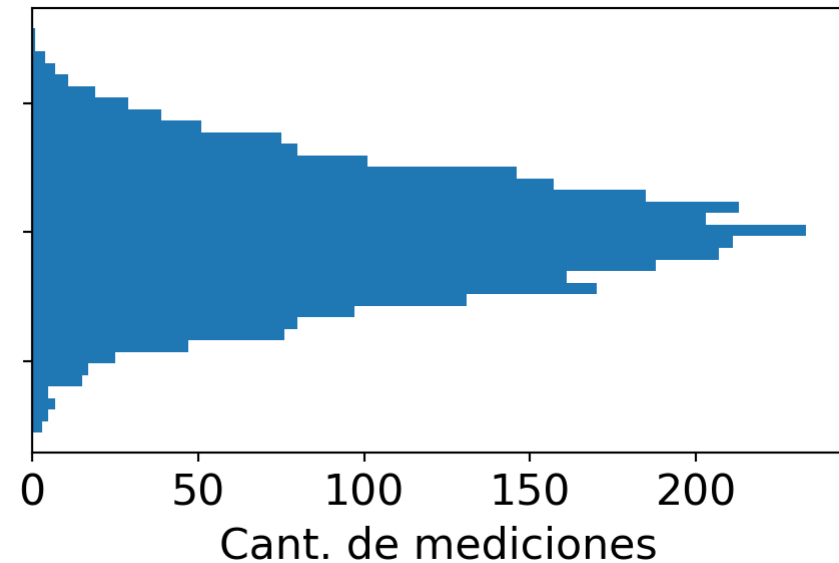
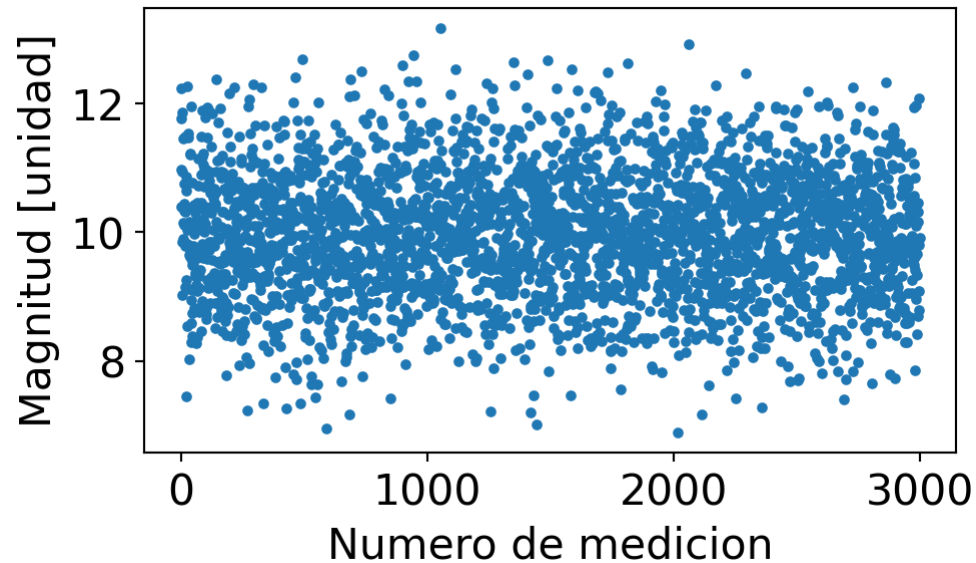
2. Errores aleatorios no repetibles

*Ejemplo: cuando medimos con el cronometro.*

Si no conocemos a priori la incerteza, tenemos que “calibrar” midiendo múltiples veces.

# Calibrando errores aleatorios

1. Hacemos muchas mediciones
2. Las visualizamos (**IMPORTANTE**)

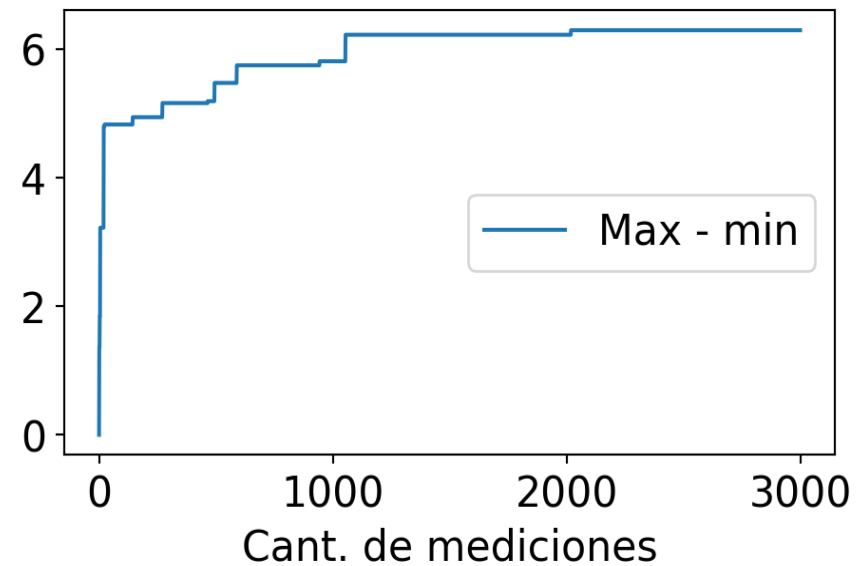
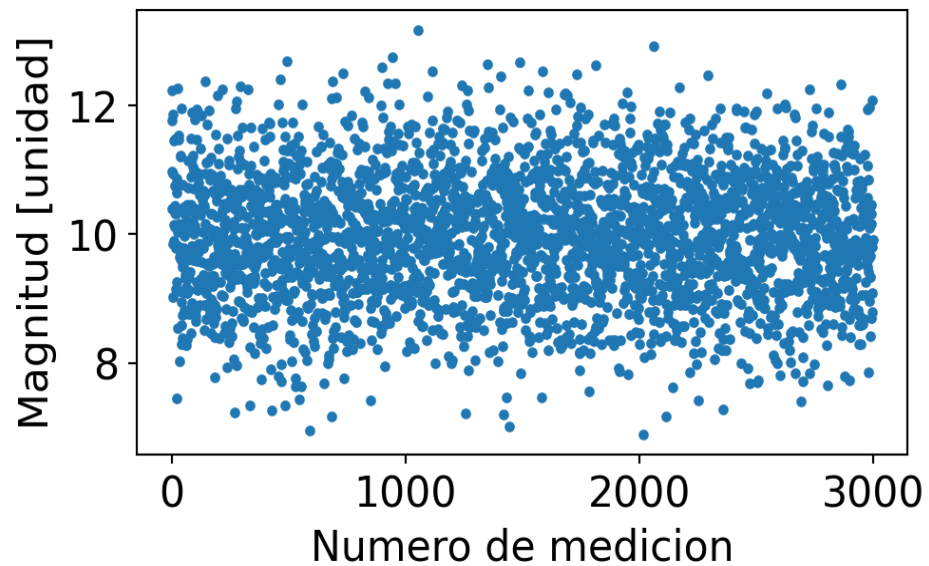


3. Estimamos el error de **UNA** medicion con alguna medida de la dispersión de los datos

# Medidas de dispersión

Hay muchas medidas:

## 1. Máximo - mínimo (MALA ELECCION)

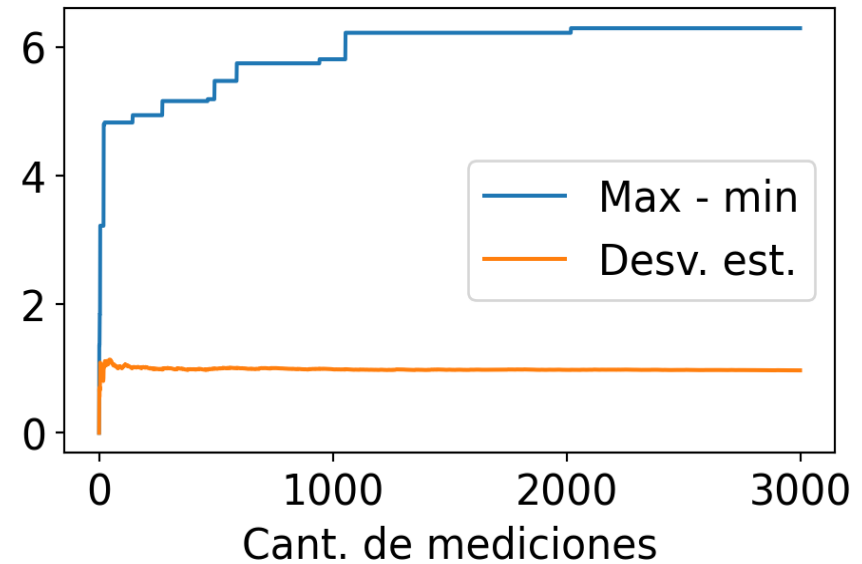
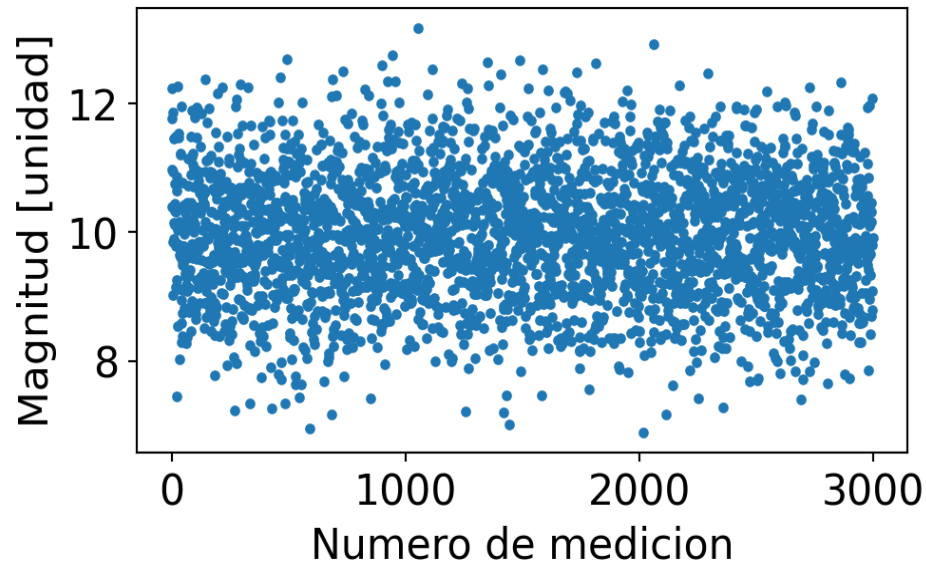


Depende de la cantidad de datos que tomemos.

# Medidas de dispersión

Hay muchas medidas:

## 2. Desviación estándar ( $\sigma$ )



$$\text{donde } \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^2$$

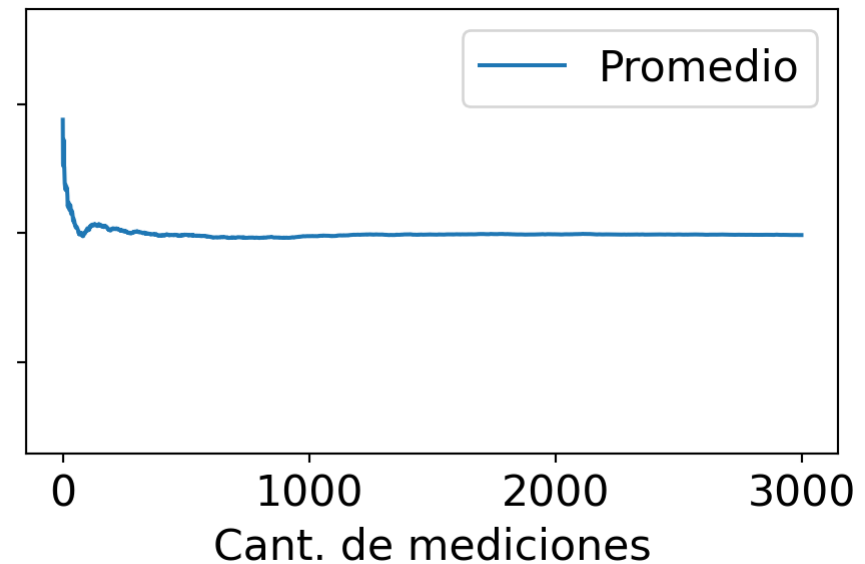
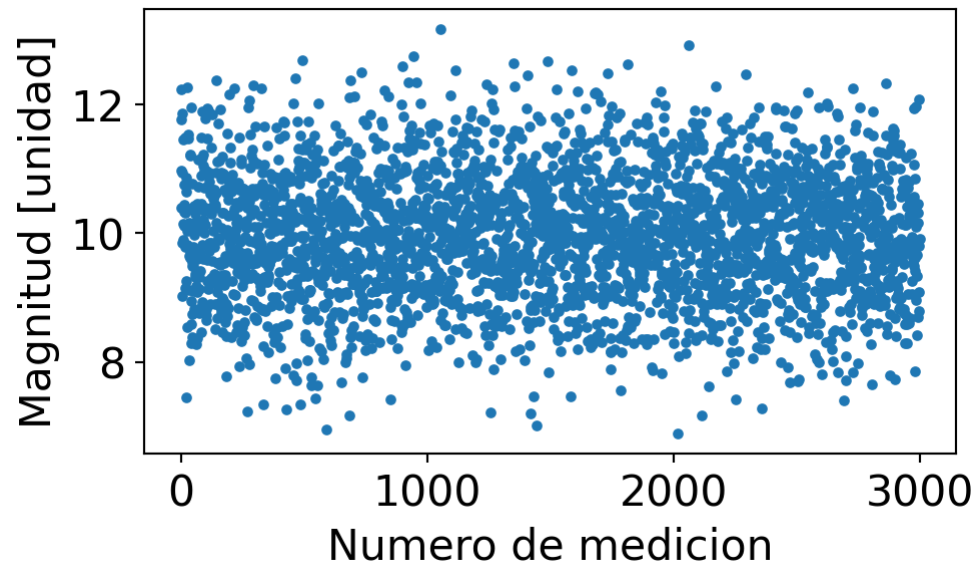
y  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i x_i$  es el promedio.

# Mejorando la precisión

La desviación estándar  $\sigma$  es el error de una medición.

¿Podemos mejorar la precisión para nuestra magnitud de interés?

¡Sí! Realizando un promedio ( $\bar{x}$ ) de multiples mediciones.



El error del promedio es:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$





# Limites en la precisión

Si realizamos  $N$  mediciones  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  
podemos reportar

$$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$$

donde error del promedio  $\sigma_{\bar{x}}$  es:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

¿Hasta que  $N$  tiene sentido? ¿Cuántas veces medimos?

# Limites en la precisión

## Limitado por otra magnitud

Tenemos  $z = a x + b y$ ,

donde  $a$  y  $b$  lo determinamos como un promedio de  $N$  mediciones.

Propagando:

$$(\Delta z)^2 = (a \cdot \Delta x)^2 + \left( b \cdot \frac{\sigma_y}{\sqrt{N}} \right)^2$$

Para un  $N$  grande, el error de  $z$  ya no cambia.

Poniendo numeros:

$$(\Delta z)^2 = (1.0)^2 + (0.1)^2 = 1.01 \approx 1.0$$

# Limites en la precisión

## Limitado por la teoría

Queremos medir la aceleración de la gravedad  $g$  con un péndulo.

El periodo  $T$  de un pendulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

...bajo pequeñas oscilaciones:

$$\sin(\theta) \approx \theta$$

En realidad, el periodo  $T$  depende del angulo  $\theta$ .

Si medimos con demasiada precisión, no va a coincidir con  $g$ .

(porque la formula es del periodo para  $\theta = 0$ )

# Limites en la precisión

## Limitado por la calibración instrumental

Todo instrumento es calibrado contra un patrón,  
con cierta precisión  $\sigma_{\text{inst}}$ .

El error total es:

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{inst}}^2 + \sigma_{\text{est}}^2$$

Tomar multiples mediciones nos permite reducir el  $\sigma_{\text{est}}$ .

¿Cuál es el  $\sigma_{\text{inst}}$  de un cronómetro de mano al medir un tiempo  $t$ ?

Alrededor de  $\frac{1 \text{ s}}{\text{día}} t \approx 10^{-5} t$ .

Para una medicion de  $t = 1 \text{ s}$ , el error es  $\sigma_{\text{inst}} = 10 \mu\text{s}$ .

Con el error que tenemos, podemos promediar hasta  $N = 10^6$ , un millon de veces.

# Resumen

- Medicion → Intervalo (valor  $\pm$  error)
- Medicion indirecta → Propagacion de errores
- Estimar incertezas:
  - Errores aleatorios → desviacion estandar  $\sigma$
  - Errores no-aleatorios → resolución instrumental
- Reducir incertezas aleatorias → Promediando
  - Error del promedio  $\rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$
  - Limites:
    - otra magnitud
    - aproximaciones teoricas
    - calibracion instrumental

