



LABORATORIO 1A

2do. CUAT 2024

- Cinemática. Caída Libre.
- Relaciones no-lineales.
- Tracker.

Miércoles 8 – 14 hs

Gustavo Grinblat - Laura Ribba – Ayelén Santos – Delfina Rodríguez Juiz



REPASO DE LAS CLASES PASADAS

Queremos obtener una expresión válida para una determinada **magnitud física**

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ Unidades}$$

Valor más representativo

Incerteza absoluta

➔ Fuentes de incerteza

Error total, error absoluto y error relativo

$$\Delta x \equiv \sigma_{total} = \sqrt{\sigma_{ap}^2 + \sigma_{exac}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{est}^2 + \dots}$$

(Fuentes de error independientes entre sí)

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \begin{cases} \text{Error absoluto: } \Delta x \\ \text{Error relativo: } \varepsilon_r = \Delta x / \bar{x} \end{cases}$$

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

expresamos las incertidumbres con **una o dos cifras significativas**



$$L = (84 \pm 1) \text{ mm}$$

$$L = (83,9 \pm 0,5) \text{ mm}$$



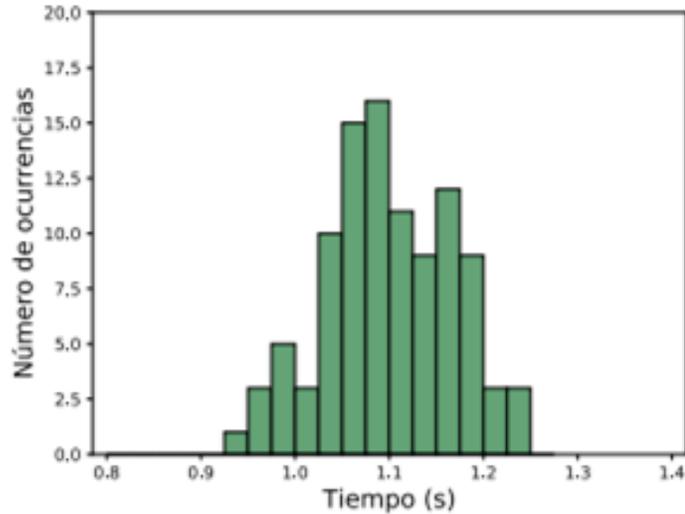
$$L = (83,923 \pm 1) \text{ mm}$$

$$L = (83,923 \pm 1,052) \text{ mm}$$

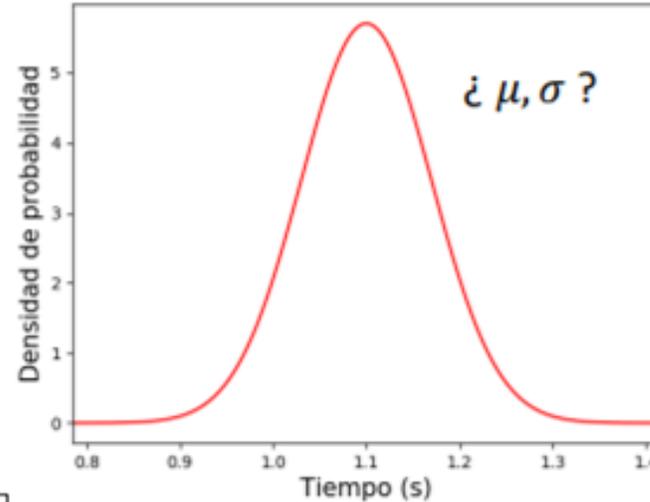


REPASO DE LAS CLASES PASADAS

Datos obtenidos



¿De qué distribución de probabilidad provienen mis datos?



La distribución de Gauss es una buena *aproximación* para muchísimos casos*

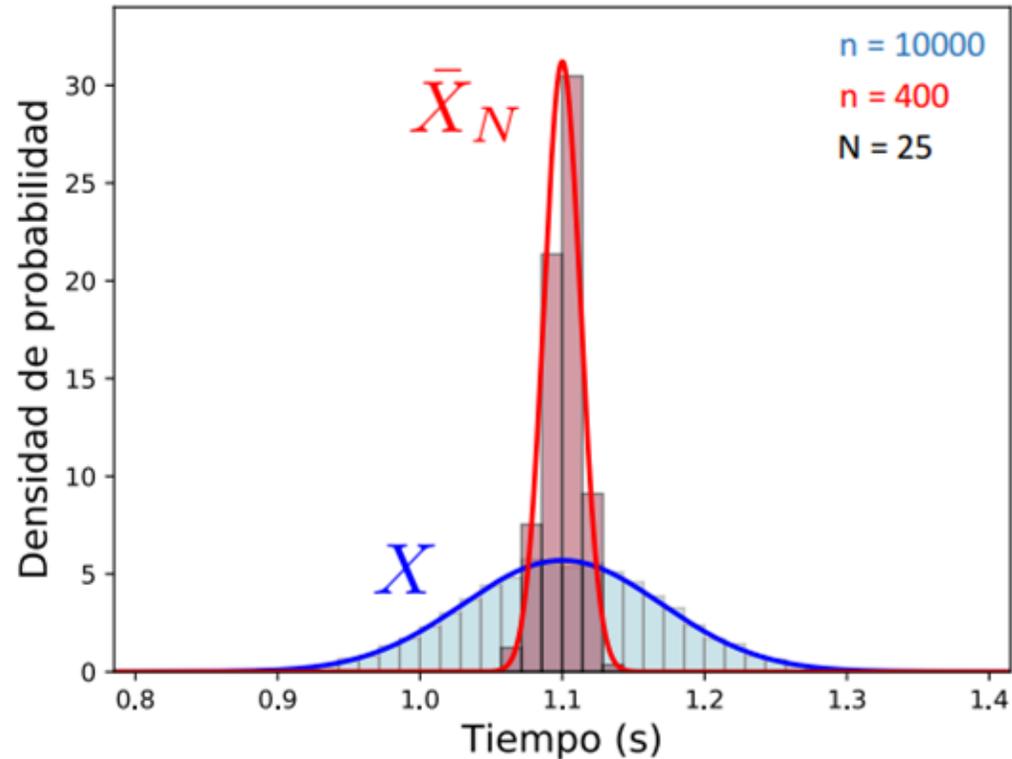
$$G_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_{\mu,\sigma}(x) dx = 1$$

- Está centrada en $x = \mu$
- Es simétrica alrededor de $x = \mu$
- Tiende exponencialmente a 0 para $|x - \mu| \gg \sigma$
- El parámetro σ da una medida de su ancho



REPASO DE LAS CLASES PASADAS



$$\sigma_{\bar{X}_N} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{N}}^*$$

X : variable aleatoria "una medición"

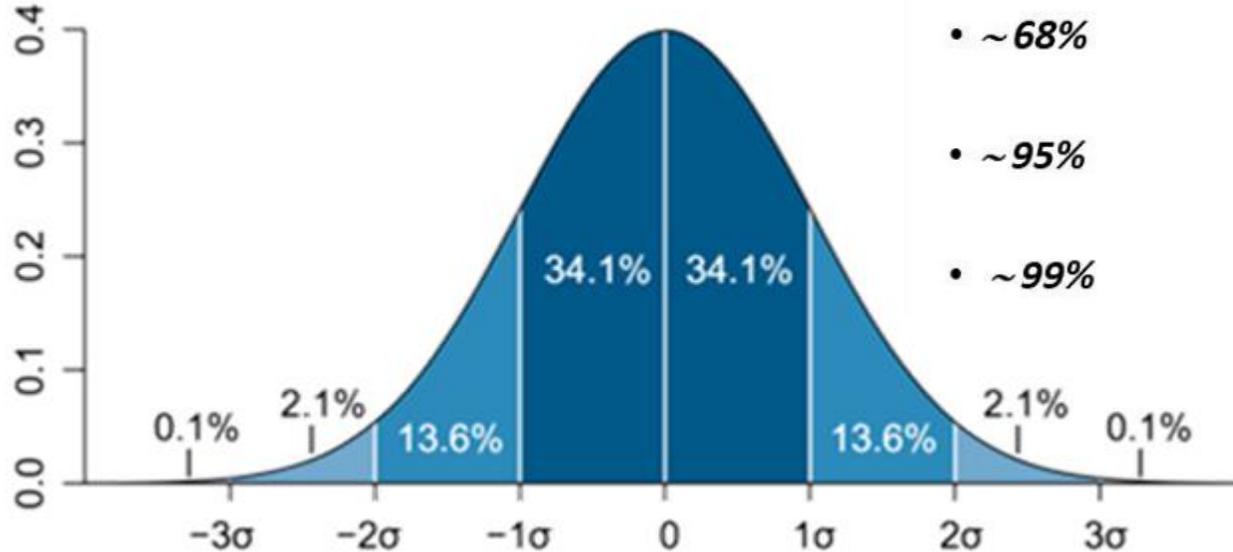
\bar{X}_N : variable aleatoria "promedio de N mediciones"

n : número de cuentas en el histograma

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ Unid} \quad \Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2} \quad \sigma_e = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$



REPASO DE LAS CLASES PASADAS



PROBABILIDAD

- ~68%
- ~95%
- ~99%

Una nueva medida de x_i

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$$

$$(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$$

$$(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$$

una nueva medida de \bar{x}_i

$$(\bar{x} - \sigma_e, \bar{x} + \sigma_e)$$

$$(\bar{x} - 2\sigma_e, \bar{x} + 2\sigma_e)$$

$$(\bar{x} - 3\sigma_e, \bar{x} + 3\sigma_e)$$

→ Desviación Estándar (de la muestra)

- Permite predecir probabilidad de hallar valores al medir
- SD o σ

→ Valor medio

- Estimación del valor real que se trata de medir
- μ o x_0 o $\langle x \rangle$ o \bar{x}

→ Error Estándar

- SD/\sqrt{N}
- Incerteza del valor medio μ o x_0
- SE o σ_{x_0}



Medición directa

La medida deseada se obtiene de la lectura del instrumento (ej. temperatura, masa y longitud pueden determinarse directamente utilizando un termómetro, una balanza, y una regla, respectivamente).

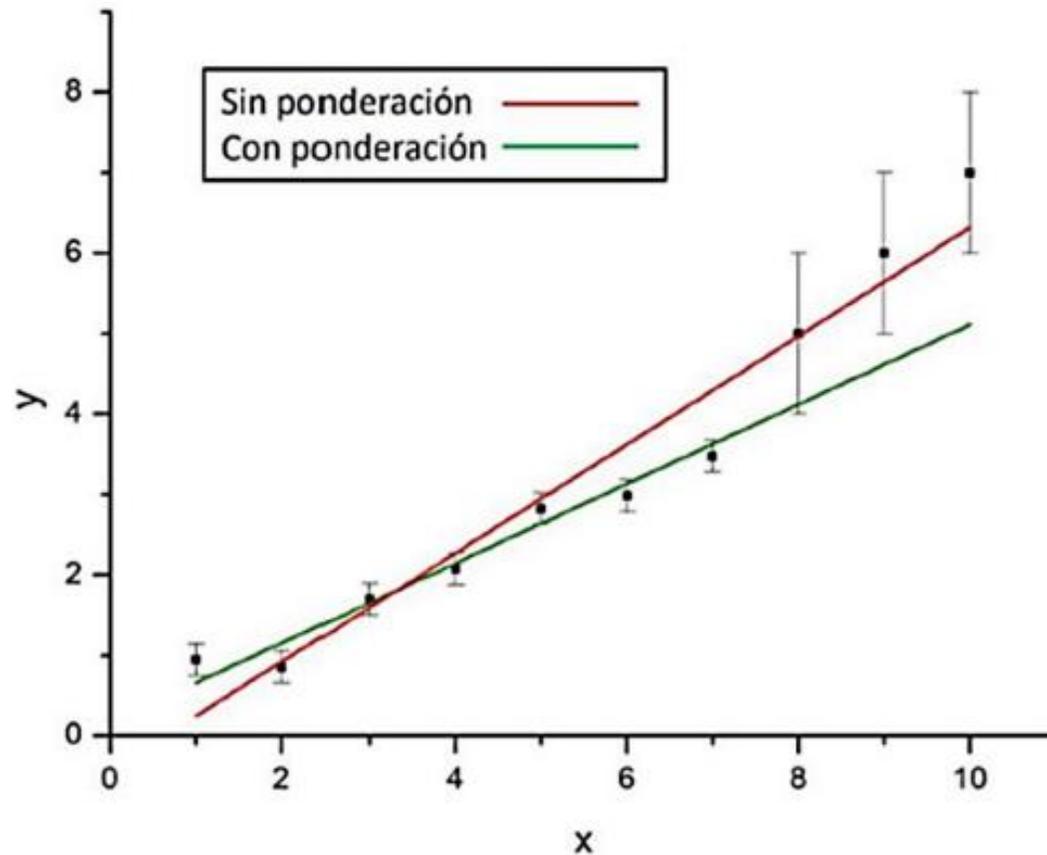
Medición indirecta

Cuando la magnitud se determina a partir de relaciones matemáticas con otras magnitudes que fueron medidas directamente (ej. superficie de un objeto a partir de la medida de sus lados)

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)^2 \Delta y^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)^2 \Delta z^2 + \dots}$$



Ajuste ponderado por el error (considera las medidas más precisas como las más relevantes)



$$S = \sum_{i=1}^N |(mx_i + q) - y_i|^2$$

vs

$$S_p = \sum_{i=1}^N \left| \frac{(mx_i + q) - y_i}{\sigma_{y_i}} \right|^2$$



Validez de un ajuste

Coefficiente de determinación R^2 : Mientras más cercano a 1, mejor es el ajuste

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

Chi cuadrado reducido (χ_v^2): Dimensiona cuánto difieren los datos experimentales de los del modelo, pesando con la incerteza en y .

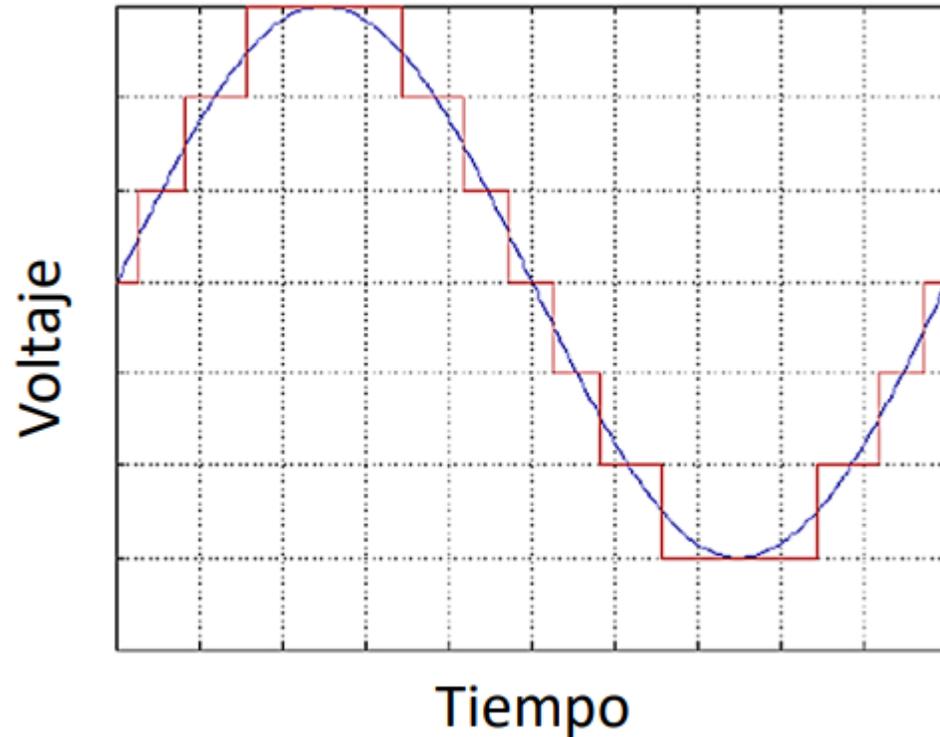
$$\chi_v^2 = \frac{1}{N - n} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_{y_i}^2}$$

Coefficiente de correlación de Pearson: Indica cuán fuerte es la correlación entre las variables x e y

$$r = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x)\text{Var}(y)}} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$



REPASO DE LAS CLASES PASADAS



Adquisición digital de datos



- Resolución (tensión): 13 bits
- Frecuencia de muestreo máxima: 48000 Hz
- 3 canales analógicos, 1 digital

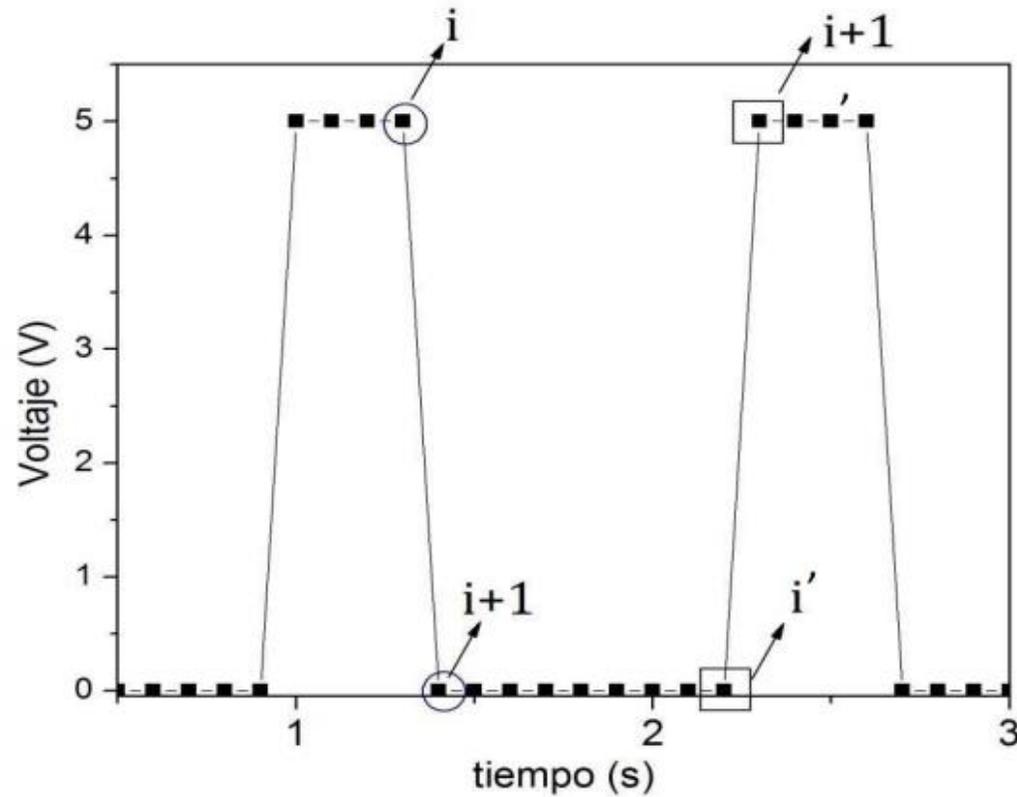


Cuando el detector está recibiendo el haz, la señal de salida es de $\sim 0V$, mientras que si algo obtura al haz, la salida es de $+5V$



REPASO DE LAS CLASES PASADAS

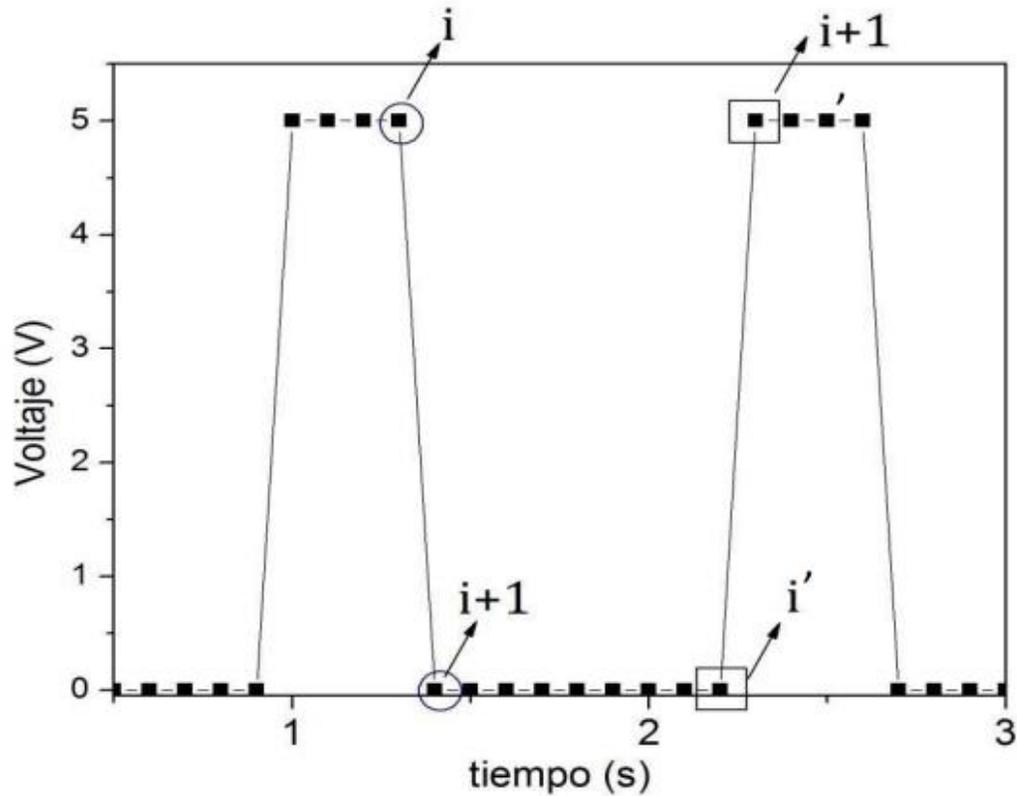
Adquisición digital de datos



Cuando el detector está recibiendo el haz, la señal de salida es de $\sim 0V$, mientras que si algo obtura al haz, la salida es de $+5V$



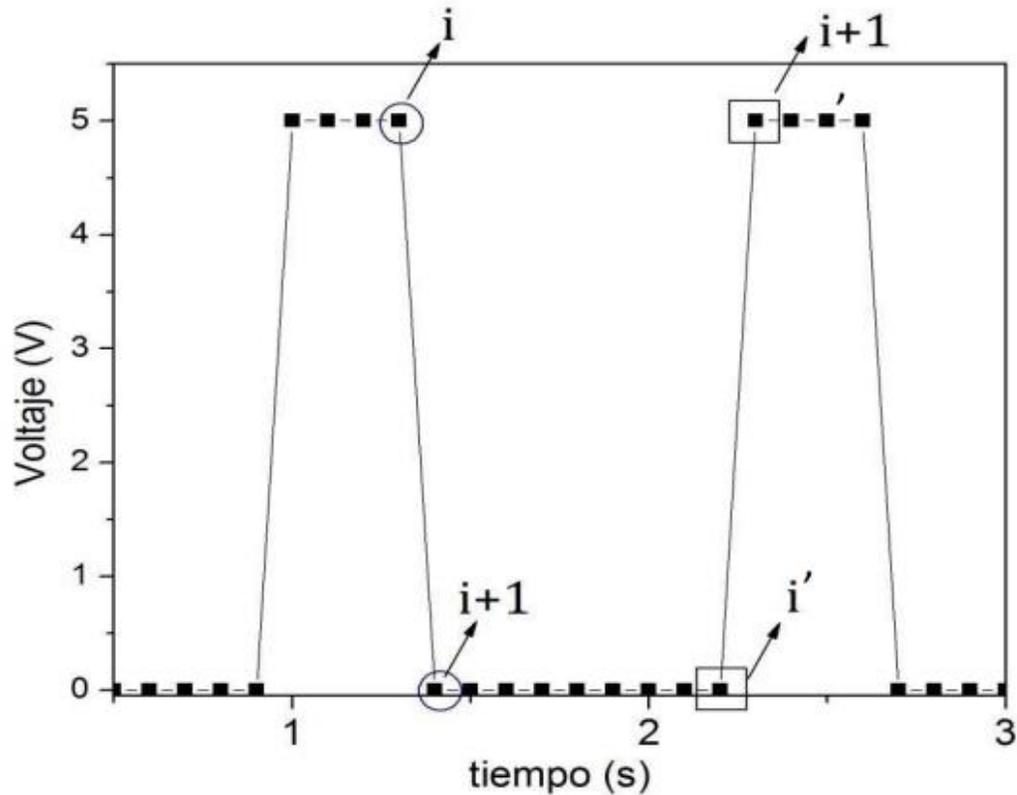
Adquisición digital de datos



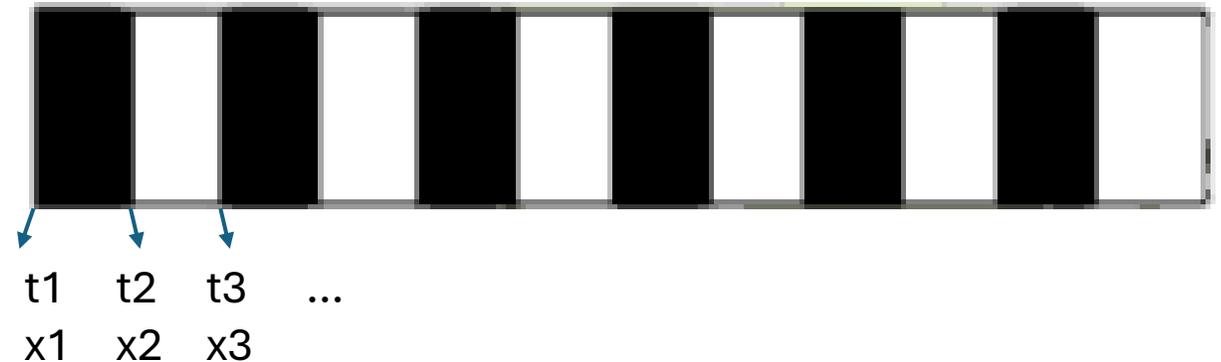
- ¿Podríamos estudiar el movimiento de un cuerpo usando este dispositivo?
- ¿Cómo se les ocurre?



Adquisición digital de datos



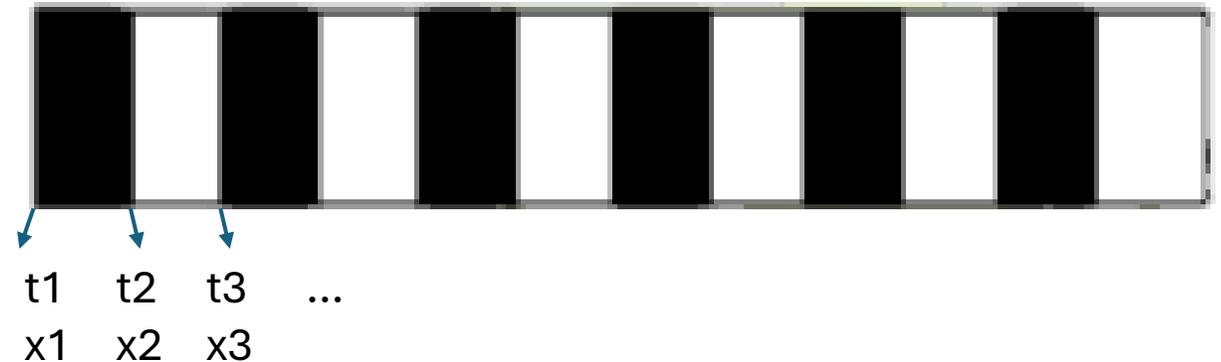
- ¿Podríamos estudiar el movimiento de un cuerpo usando este dispositivo?
- ¿Cómo se les ocurre?
- ¿Cómo podríamos obtener la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo?





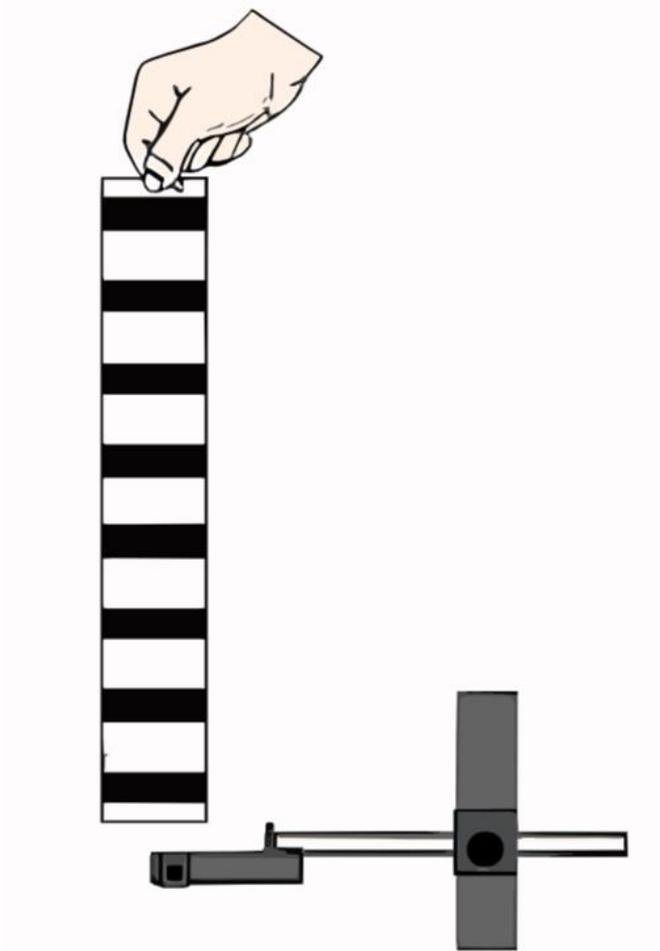
Adquisición digital de datos

- ¿Podríamos estudiar el movimiento de un cuerpo usando este dispositivo?
- ¿Cómo se les ocurre?
- ¿Cómo podríamos obtener la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo?





ACTIVIDAD 1



- Dejen caer la regla 3 veces desde la misma altura (anoten dicha altura)
- Obtengan la posición y en función del tiempo t .
- Grafiquen $y(t)$ de cada medición en un único gráfico (puntos con incertezas). ¿Qué incertezas les colocarían a los datos de posición? ¿Cuáles a los del tiempo? ¿Qué tipo de relación esperan para los datos? Ajusten y analicen los parámetros de ajuste.
- ¿Se superponen las curvas? ¿Qué significa si se superponen?
- Calculen y grafiquen la velocidad v y aceleración a en función del tiempo. ¿Qué tipo de relación esperan para los datos? Ajusten y analicen los parámetros de ajuste cuando corresponda.



- ¿De qué otra manera puedo estudiar el movimiento de un cuerpo?
- ¿Qué otra herramienta para adquirir las posiciones en el tiempo tengo?



- ¿Cómo transformo el video en una tabla $x(t)$?



Un video es una secuencia de fotogramas a una velocidad determinada por la cantidad de frames por segundo (FPS)

Mayor FPS → Movimiento más fluido



Mayor FPS → Movimiento más fluido

La cantidad de **frames por segundo** está asociada con la **frecuencia de adquisición** de la cámara

¿Cuál es la **resolución temporal** de la cámara?

Intervalo de tiempo entre dos imágenes consecutivas

$$\text{Resolución temporal} = \frac{1}{\text{fps}}$$

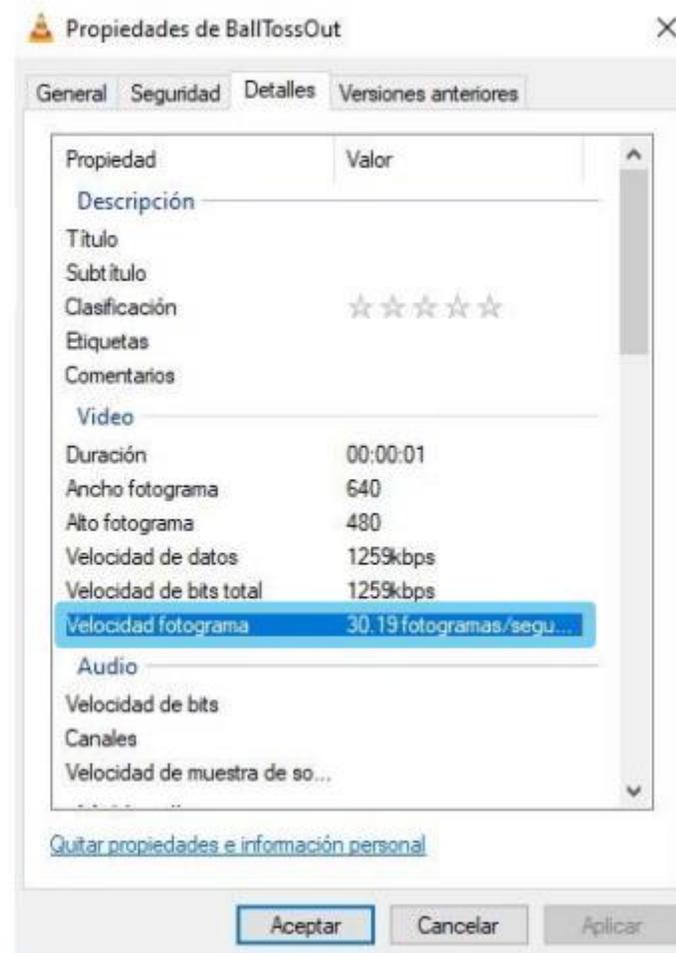


$$\text{Resolución temporal} = \frac{1}{\text{fps}}$$

¿Cómo averiguo los FPS de mis videos?

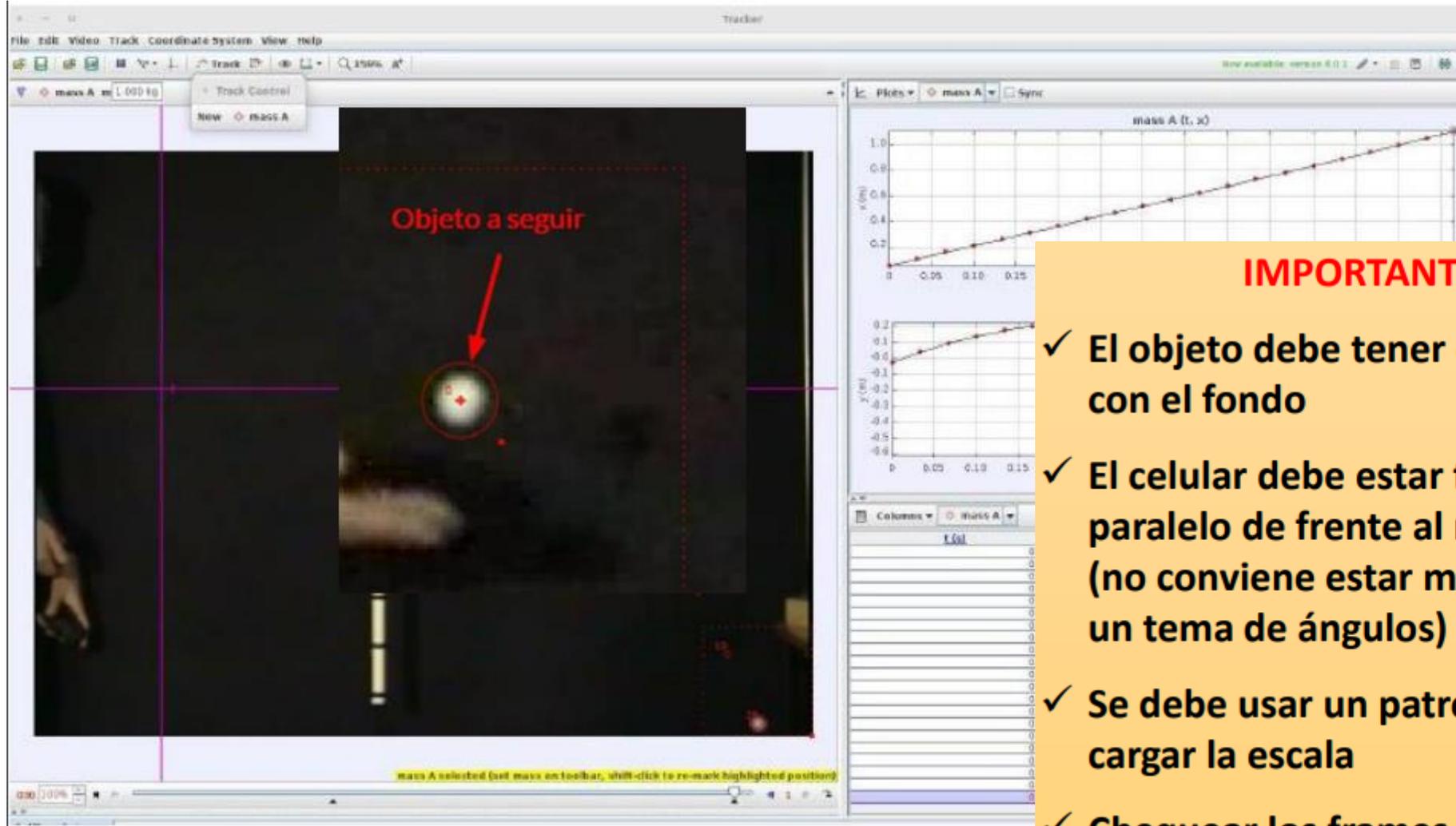
Propiedades del video →

Velocidad fotograma 30.19 fotogramas/segu...





Permite seguir la posición de un objeto en una filmación



IMPORTANTE

- ✓ El objeto debe tener contraste con el fondo
- ✓ El celular debe estar filmando en paralelo de frente al movimiento (no conviene estar muy cerca por un tema de ángulos)
- ✓ Se debe usar un patrón para cargar la escala
- ✓ Chequear los frames del teléfono



Tracker: cargar video y seguir objeto

The screenshot displays the Tracker software interface with a video of a ball being tracked. A central dialog box titled "Autotracker: mass A position" is open, showing search parameters and a match score of 0.61. To the right, two plots show the position of mass A over time: a linear graph for x(m) vs t(s) and a parabolic graph for y(m) vs t(s). At the bottom, a data table lists the coordinates for each frame.

Autotracker: mass A position

Search: X-axis Only Look Ahead Autoskip

Target: Track **mass A** Point **position**

Frame 30 (match score 0.61: The match was marked automatically)

mass A (t, x)

t (s)	x (m)
0.000	0.000
0.0125	0.159
0.025	0.318
0.0375	0.477
0.050	0.636
0.0625	0.795
0.075	0.954
0.0875	1.113
0.100	1.272
0.1125	1.431
0.125	1.590
0.1375	1.749
0.150	1.908
0.1625	2.067
0.175	2.226
0.1875	2.385
0.200	2.544
0.2125	2.703
0.225	2.862
0.2375	3.021
0.250	3.180
0.2625	3.339
0.275	3.498
0.2875	3.657
0.300	3.816
0.3125	3.975
0.325	4.134
0.3375	4.293
0.350	4.452
0.3625	4.611
0.375	4.770
0.3875	4.929
0.400	5.088
0.4125	5.247
0.425	5.406
0.4375	5.565
0.450	5.724
0.4625	5.883
0.475	6.042
0.4875	6.201
0.500	6.360
0.5125	6.519
0.525	6.678
0.5375	6.837
0.550	6.996
0.5625	7.155
0.575	7.314
0.5875	7.473
0.600	7.632
0.6125	7.791
0.625	7.950
0.6375	8.109
0.650	8.268

mass A (t, y)

t (s)	y (m)
0.000	-0.0178
0.0125	0.159
0.025	0.318
0.0375	0.477
0.050	0.636
0.0625	0.795
0.075	0.954
0.0875	1.113
0.100	1.272
0.1125	1.431
0.125	1.590
0.1375	1.749
0.150	1.908
0.1625	2.067
0.175	2.226
0.1875	2.385
0.200	2.544
0.2125	2.703
0.225	2.862
0.2375	3.021
0.250	3.180
0.2625	3.339
0.275	3.498
0.2875	3.657
0.300	3.816
0.3125	3.975
0.325	4.134
0.3375	4.293
0.350	4.452
0.3625	4.611
0.375	4.770
0.3875	4.929
0.400	5.088
0.4125	5.247
0.425	5.406
0.4375	5.565
0.450	5.724
0.4625	5.883
0.475	6.042
0.4875	6.201
0.500	6.360
0.5125	6.519
0.525	6.678
0.5375	6.837
0.550	6.996
0.5625	7.155
0.575	7.314
0.5875	7.473
0.600	7.632
0.6125	7.791
0.625	7.950
0.6375	8.109
0.650	8.268



Tracker: cargar video y seguir objeto

(1) Importar video

Archivo/Importar/Video

(2) Seleccionar rango de interés del video → Cuadro inicial y final

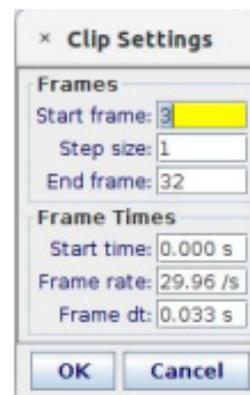


(3) Verificar paso temporal entre cuadros

Video/Ajustes del Corte [*Clip settings*]

o

Click derecho sobre video → *Clip Settings*



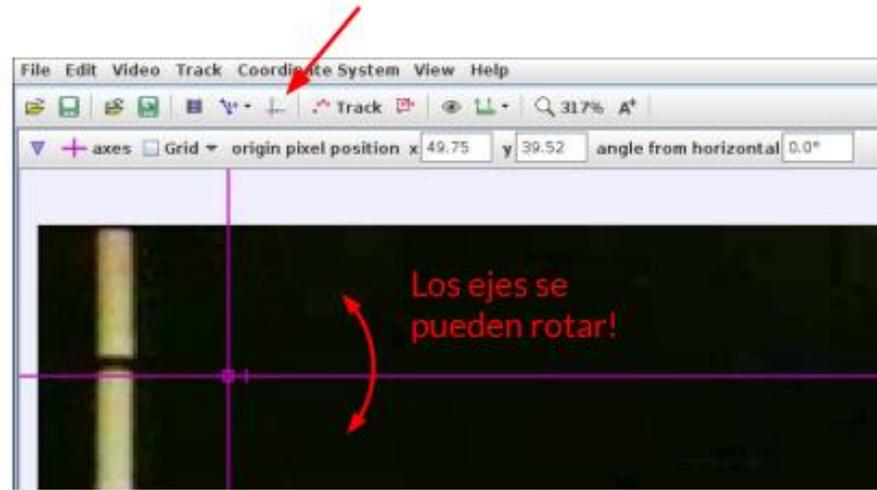
Frame rate = cuadros por segundo (frecuencia!)

Frame dt = paso temporal = $1/\text{frame rate}$

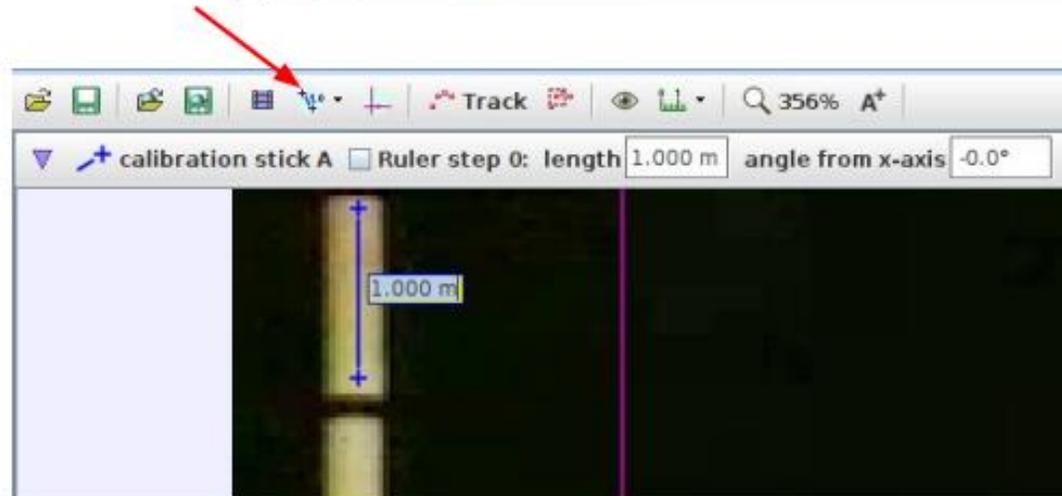


Tracker: cargar video y seguir objeto

(4) Fijar sistema de referencia



(5) Definir escala





Tracker: cargar video y seguir objeto

(6) Identificar objeto a seguir y trackear

Track/Nuevo/Punto de masa

→ *shift + ctrl + click* en 'centro' del objeto de interés

Seguir objeto en todos los cuadros de interés del video

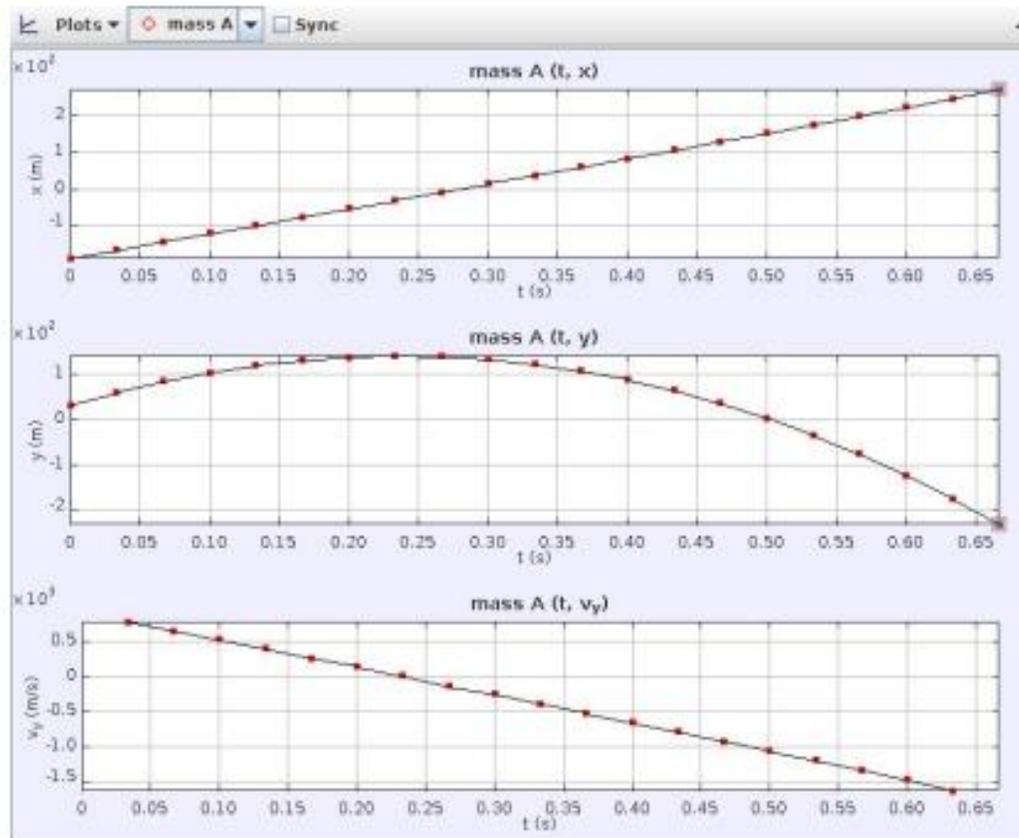


Región de búsqueda





Tracker: visualizar datos



Columns window for mass A:

t (s)	x (m)	y (m)	v _x (m/s)	v _y (m/s)
0.000	-189.0	32.41		
0.033	-166.3	61.23	677.1	797.2
0.067	-143.8	85.56	679.6	664.6
0.100	-121.0	105.5	683.4	537.3
0.133	-98.30	121.3	681.8	406.8
0.167	-75.61	132.6	680.2	273.3
0.200	-52.95	139.6	684.7	153.5
0.233	-29.96	142.9	686.9	14.25
0.267	-7.161	140.5	686.0	-127.1
0.300	15.77	134.4	688.8	-245.5
0.333	38.76	124.1	691.1	-378.1
0.367	61.85	109.2	691.5	-517.3
0.400	84.86	89.70	692.4	-652.1



Exportar datos y visualizarlos en Python

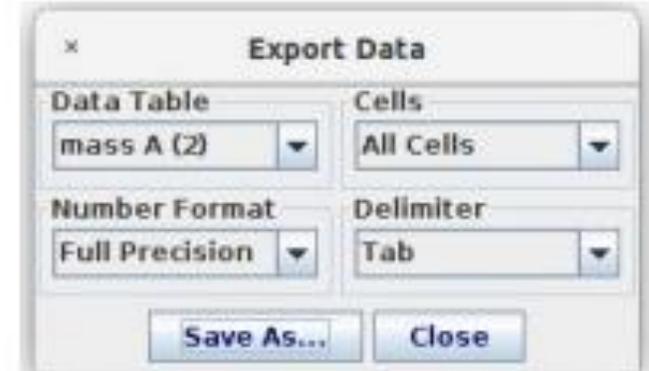
Contenidos del archivo exportado 'data.txt' [nombre arbitrario!]

mass_A	x	y	v_{x}	v_{y}	a_{x}	a_{y}
0.0	0.05852191387806602	-0.02617357461012726	NaN	NaN	NaN	NaN
0.03333333333333331	0.1095763629282316	0.038840941022693365	1.5260831581858385	1.7966683040331852	NaN	NaN
0.06666666666666668	0.1602607910904553	0.09360431232541849	1.5315128220147798	1.497159486071346	0.16464495311572436	-8.773151890094256
0.1	0.21167721772921697	0.13865157342744983	1.5411774356916241	1.2120302839391508	0.11379412025806147	-8.743942324772553
0.13333333333333336	0.26300595346989697	0.17440633125469523	1.537493130627552	0.9174024092320537	-0.12601569826881845	-8.8936949032829
0.16666666666666669	0.31417675977105386	0.19981173404292008	1.532642049162853	0.6156112517883282	0.6016060708509395	-9.15388593860285

```
import numpy as np

archivo = 'data.txt'
data = np.loadtxt(archivo, skiprows=2)

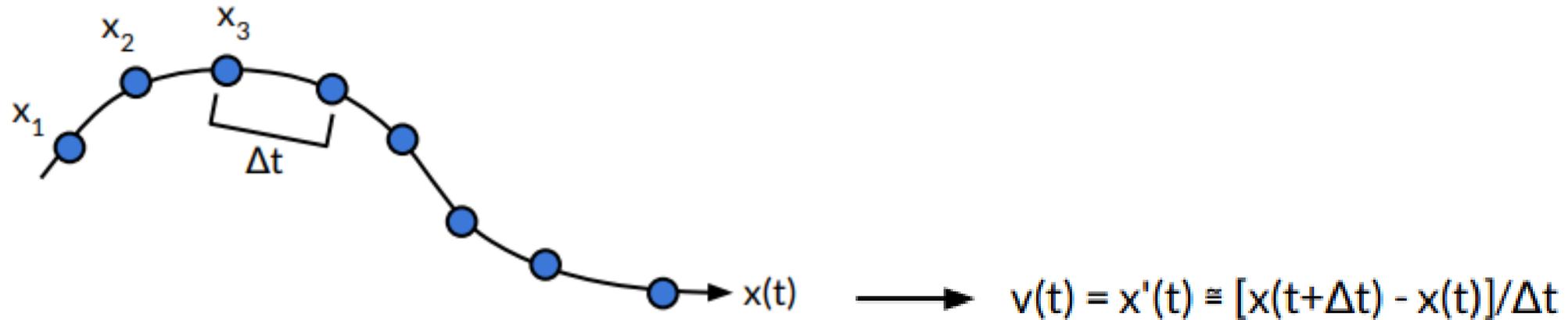
t = data[:,0]
x = data[:,1]
y = data[:,2]
```





Tracker: calculando $a(t)$

¿Cómo calcula la aceleración Tracker? ¿Es confiable?



$$x_n = x(t_n) \longrightarrow v_{n+1} \cong [x(t_{n+1}) - x(t_n)]/\Delta t \longrightarrow a(t) = v'(t) \dots$$



Modelado del movimiento

$$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

$t_0 = 0$ ¿Pero es $v_0 = 0$?

No podemos Asumir:
 $v_0 = 0$

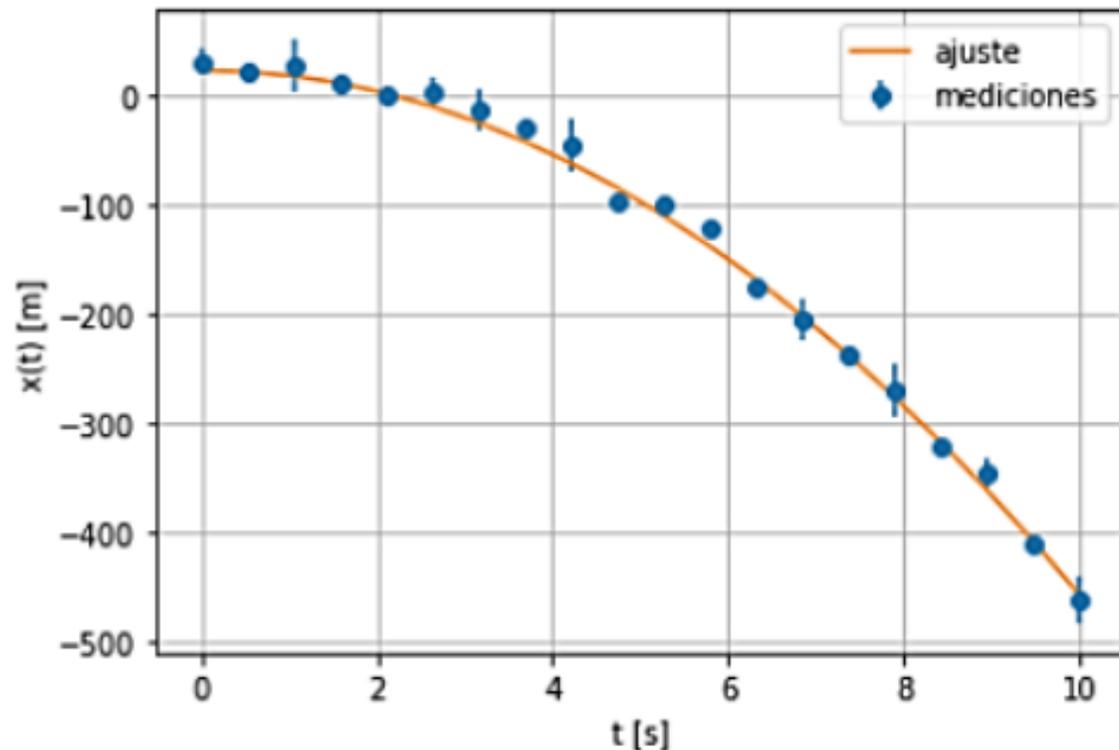
Modelo No lineal

Polinomio de grado 2

¿Cuántos parámetros tiene?

$$y(t) = C + Bt + At^2$$

¿Qué son los parámetros
C, B y A?





ACTIVIDAD 2



- Tomen 2 mediciones de la caída libre de los siguientes objetos:
 - 1 esfera metálica de dos tamaños diferentes
 - 1 esfera hecha con papel tratando de conservar el diámetro similar a la esfera de mayor diámetro.
- Realicen **una figura** por cada objeto que contenga las 2 curvas de $y(t)$ de cada esfera superpuesta. ¿Qué incertezas les colocaría a los datos de posición y de tiempo? ¿Podría decir que los experimentos son repetitivos? ¿Con qué objeto observó las mayores diferencias en el duplicado? ¿Por qué cree que ocurrió eso?
- Obtengan el valor de g a partir de los modelos. Realicen un gráfico con los resultados de g y discutan: ¿Presentan diferencias significativas los resultados de g ? ¿Con qué objeto se obtuvo el resultado más preciso? ¿Con cuál el más exacto? ¿Por qué creen que ocurrió eso?



ENTREGA

Para el Viernes 4/10. INFORME 2 grupal (¡¡Grupos Nuevos!!)