movimiento oscilatorio

ley de Hooke → modelado de sistemas oscilatorios

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

ley de Hooke → modelado de sistemas oscilatorios

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

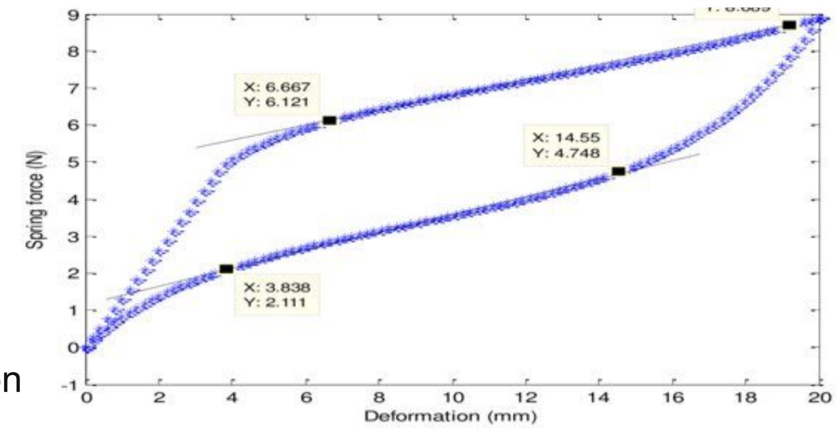
¿por qué usamos k(x-l0) y
no k(x-l0)^3 o a la 5?

ley de Hooke → modelado de sistemas oscilatorios

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

¿por qué usamos k(x-l0) y no k(x-l0)^3 o a la 5?



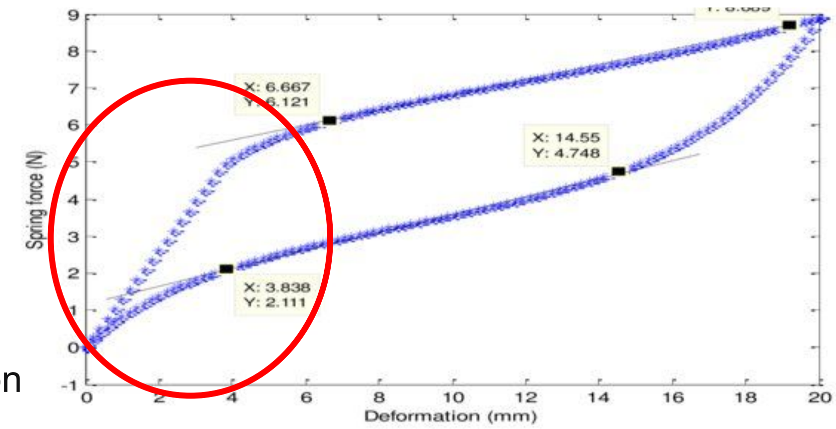
"Influence of NiTi Spring Dimensions and Temperature on the Actuator Properties"

ley de Hooke → modelado de sistemas oscilatorios

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

¿por qué usamos k(x-l0) y no k(x-l0)^3 o a la 5?



“Influence of NiTi Spring Dimensions and Temperature on the Actuator Properties”

ley de Hooke

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

ley de Hooke (análisis estático)

$$\boxed{\begin{gathered} m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg \end{gathered}}$$

$$k(x - l_0) = mg$$

ley de Hooke

(análisis estático)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$k(x-l_0) = mg$$

$$m = \frac{kx}{g} - \frac{kl_0}{g}$$

ley de Hooke (análisis estático)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$k(x-l_0) = mg$$

$$m = \frac{kx}{g} - \frac{kl_0}{g}$$

¿qué relación hay entre la masa y la posición?

¿qué herramienta puedo usar?

ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x - l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{gathered} m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg \end{gathered}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

(propuesta)

$$x_h(t) = A\ \cos(\omega \mathrm{t}) + \mathrm{B}\ \sin(\omega \mathrm{t})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x - l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = A\ \cos(\omega \mathrm{t}) + \mathrm{B}\ \sin(\omega \mathrm{t})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x_p(t) = x_p = \frac{mg}{k} + l_0$$

ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x-l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = A\cos(\omega \mathrm{t}) + B\sin(\omega \mathrm{t})$$

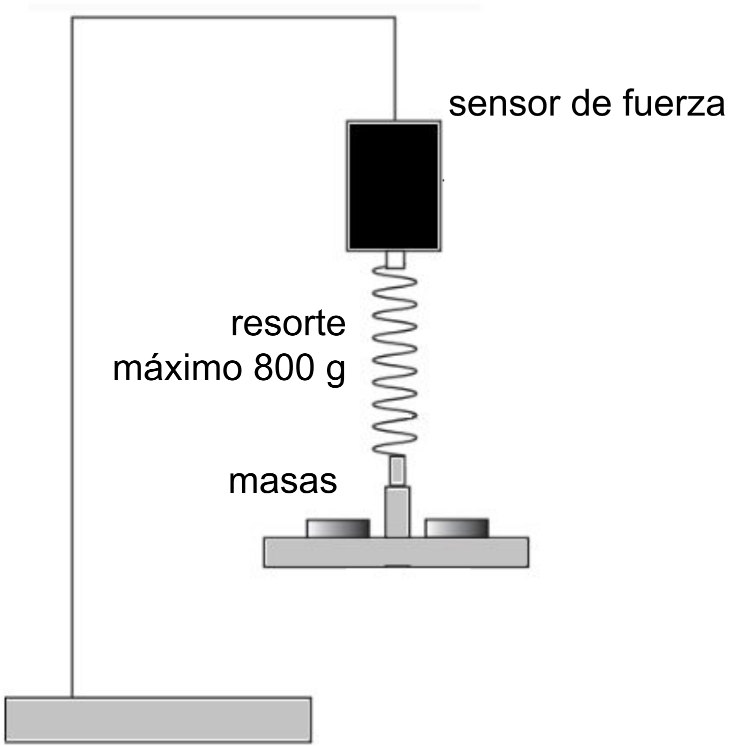
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x_p(t) = x_p = \frac{mg}{k} + l_0$$

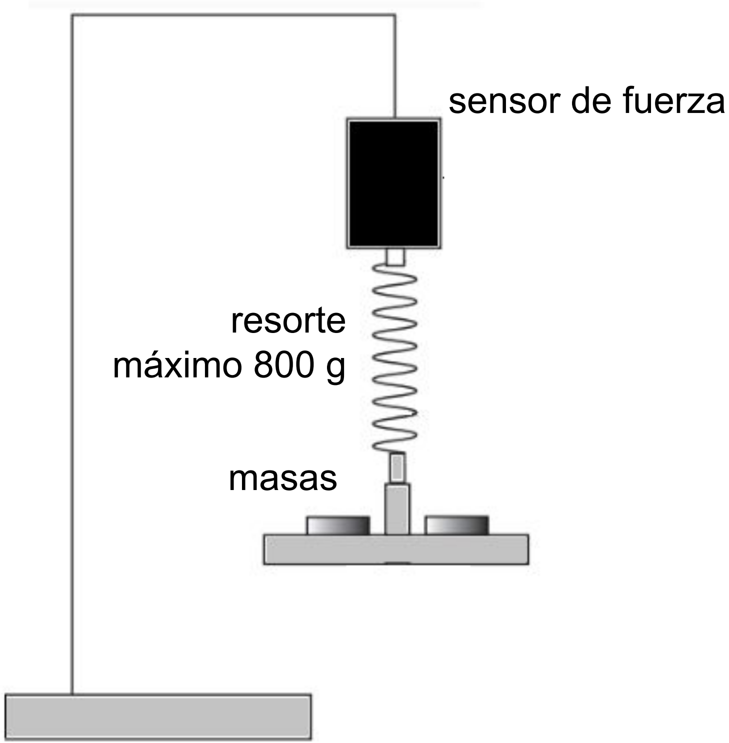
$$\boxed{\begin{aligned} x(0) &= x_0 \\ \dot{x}(0) &= v_0 \end{aligned}}$$

montaje

montaje



montaje

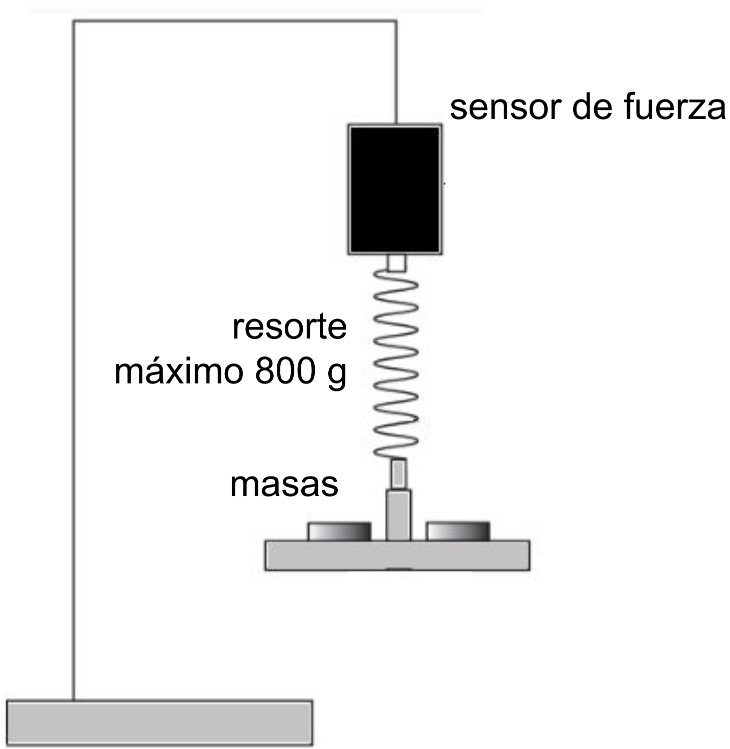


objetivo

ver si hay buen acuerdo entre el modelo (Hooke) y nuestro montaje

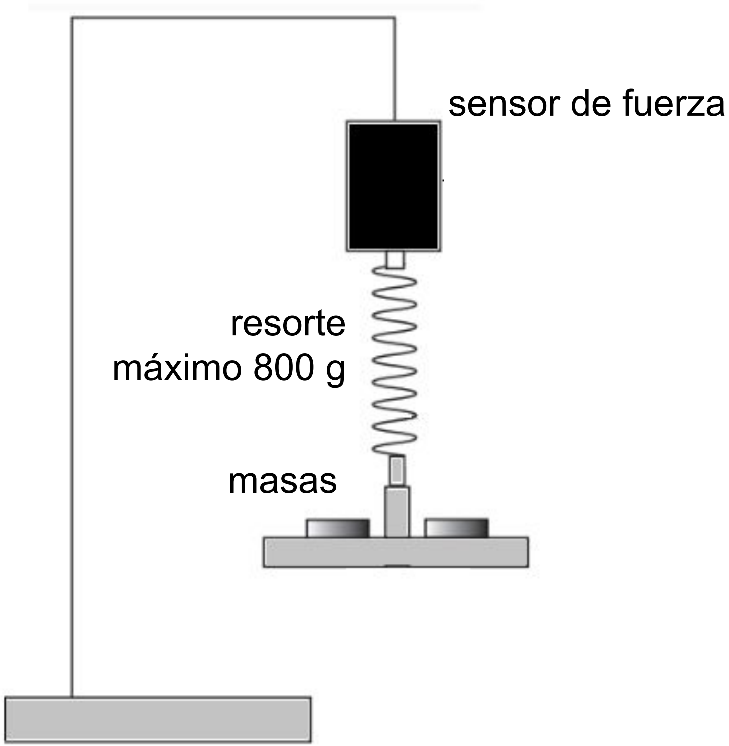
obtener la constante del resorte con el **método estático** y el **método dinámico**

montaje


sensor de fuerza
resorte
máximo 800 g
masas


±10N
±50N
DUAL-RANGE
FORCE SENSOR
Vernier

montaje



sensor de fuerza Vernier Dual-Range

- ➔ dos rangos, ±10N y ±50N
  ¿cuál elegirían?

- ➔ importante: no exceder el peso máximo del rango

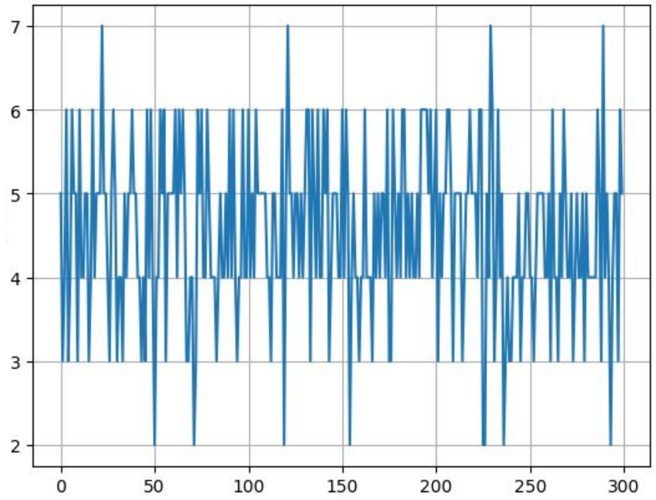
- ➔ calibración

calibración del sensor de fuerza

➔ sensor lineal: mido alguna cantidad que es proporcional a lo que quiero medir, en este caso, $V \propto F$

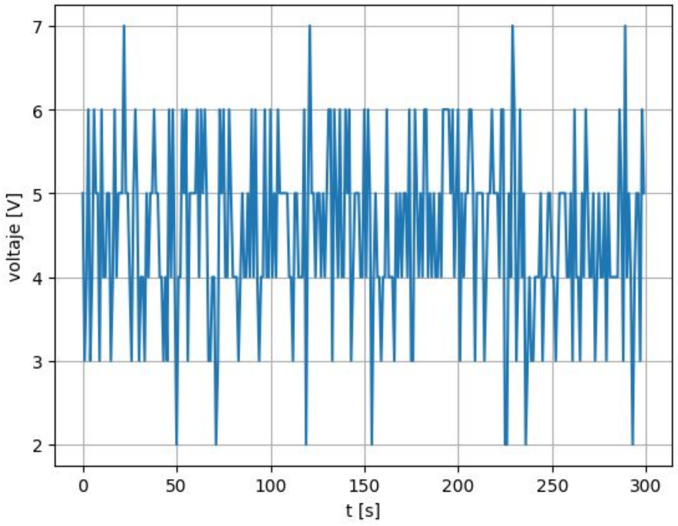
calibración del sensor de fuerza

➔ sensor lineal: mido alguna cantidad que es proporcional a lo que quiero medir, en este caso, $V \propto F$



calibración del sensor de fuerza

➔ sensor lineal: mido alguna cantidad que es proporcional a lo que quiero medir, en este caso, V ∝ F



calibración del sensor de fuerza

➔ sensor lineal: mido alguna cantidad que es proporcional a lo que quiero medir, en este caso, V ∝ F

$$F = k_1 V + k_0$$

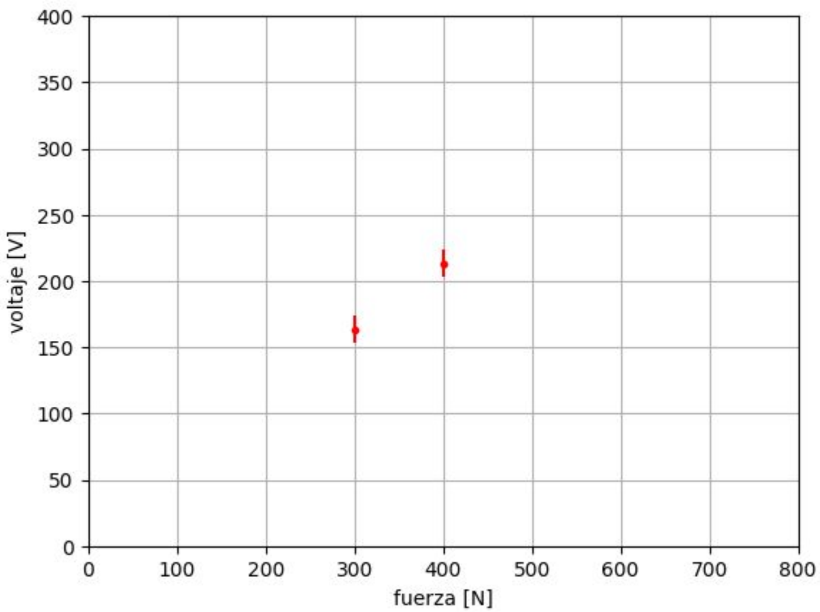
calibración del sensor de fuerza

- sensor lineal: mido alguna cantidad que es proporcional a lo que quiero medir, en este caso, $V \propto F$

$$F = k_1 V + k_0$$

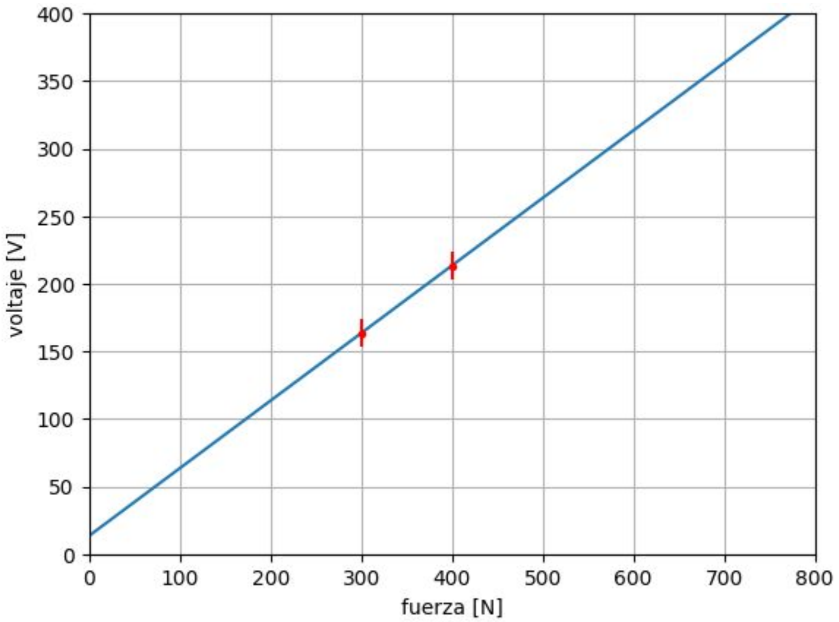
calibración del sensor de fuerza

$$F = k_1 V + k_0$$



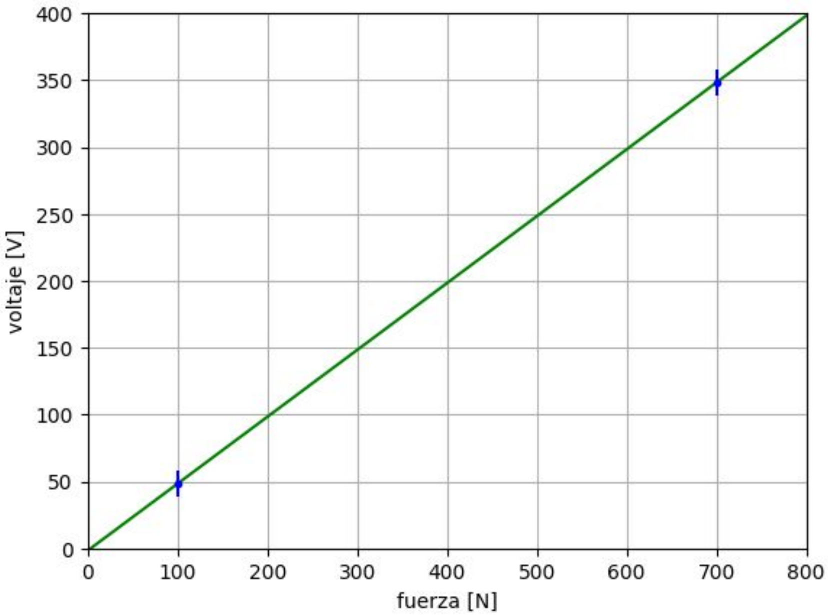
calibración del sensor de fuerza

$$F = k_1 V + k_0$$



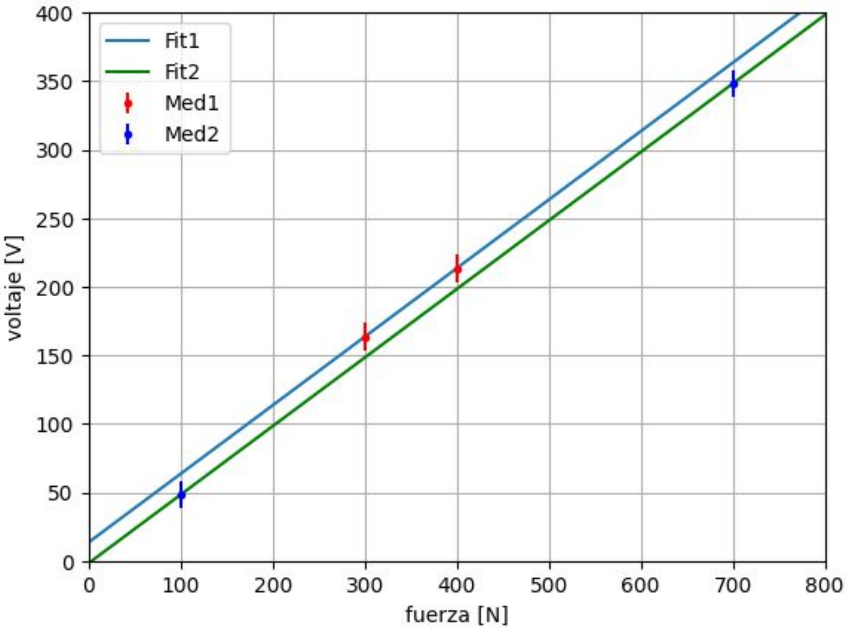
calibración del sensor de fuerza

$$F = k_1 V + k_0$$

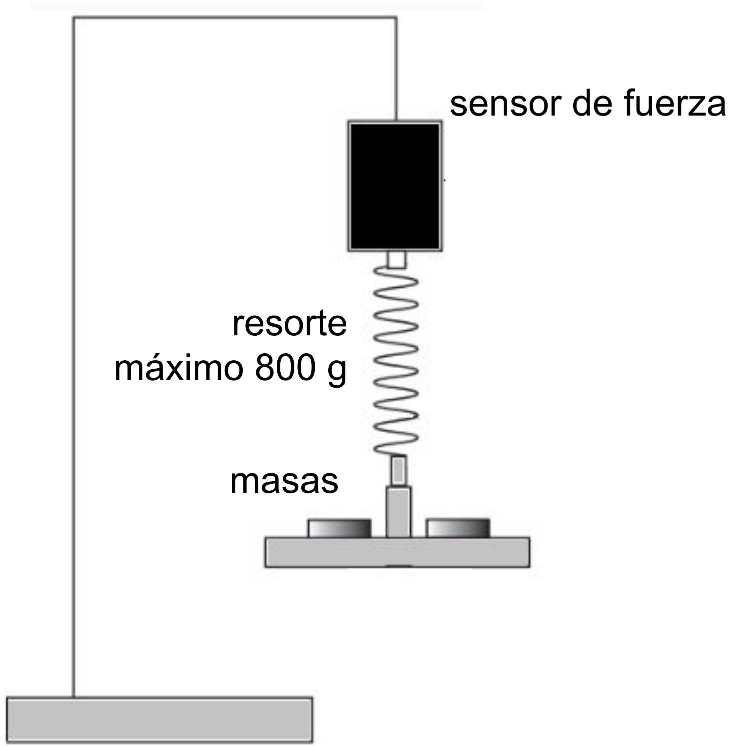


calibración del sensor de fuerza

$$F = k_1 V + k_0$$



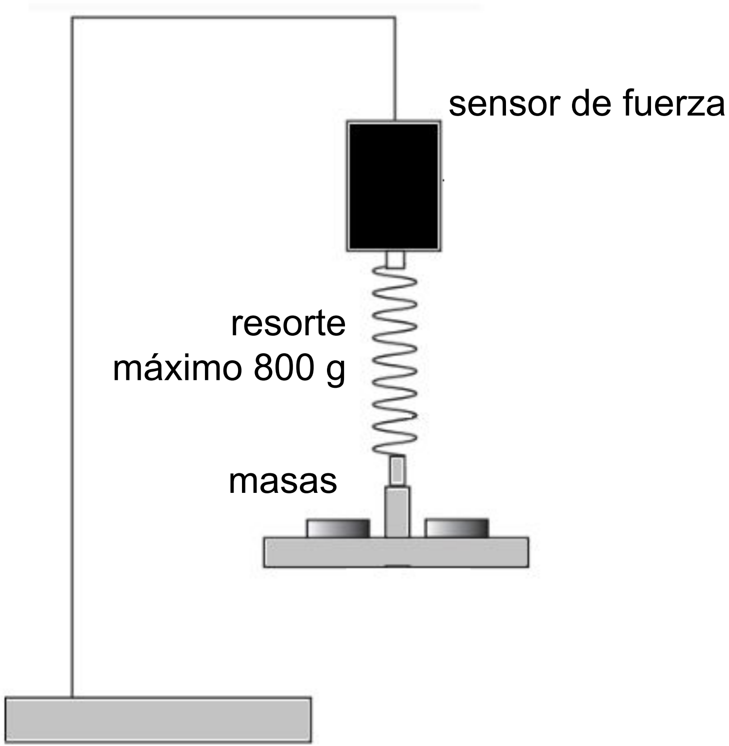
montaje



cuidados

- ➔ no cargar el resorte con más de 800 g
- ➔ el sensor tiene que estar perpendicular al piso, si no medimos una proyección de la fuerza, ¿qué tipo de error sería?
- ➔ tener en cuenta el peso del resorte y del soporte

montaje

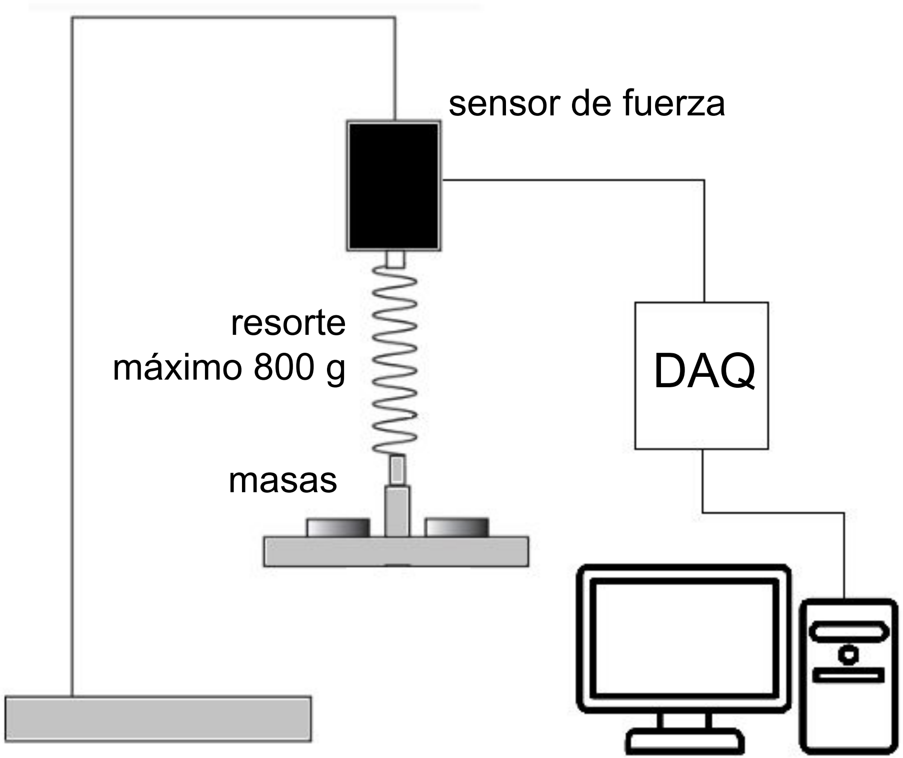


cuidados

- ➔ no cargar el resorte con más de 800 g
- ➔ el sensor tiene que estar perpendicular al piso, si no medimos una proyección de la fuerza, ¿qué tipo de error sería?
- ➔ tener en cuenta el peso del resorte y del soporte

¿setup completo?

montaje



placa DAQ

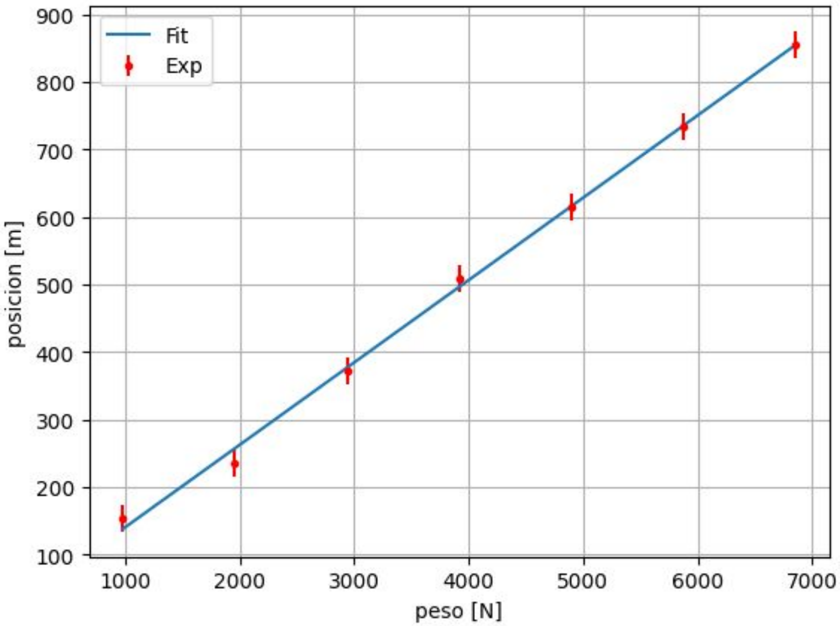
- ➔ ¿cómo elegimos la frecuencia de muestreo?
- ➔ ¿cómo elegimos el tiempo de medición?

análisis: método estático

$$mg = kx - kl_0$$

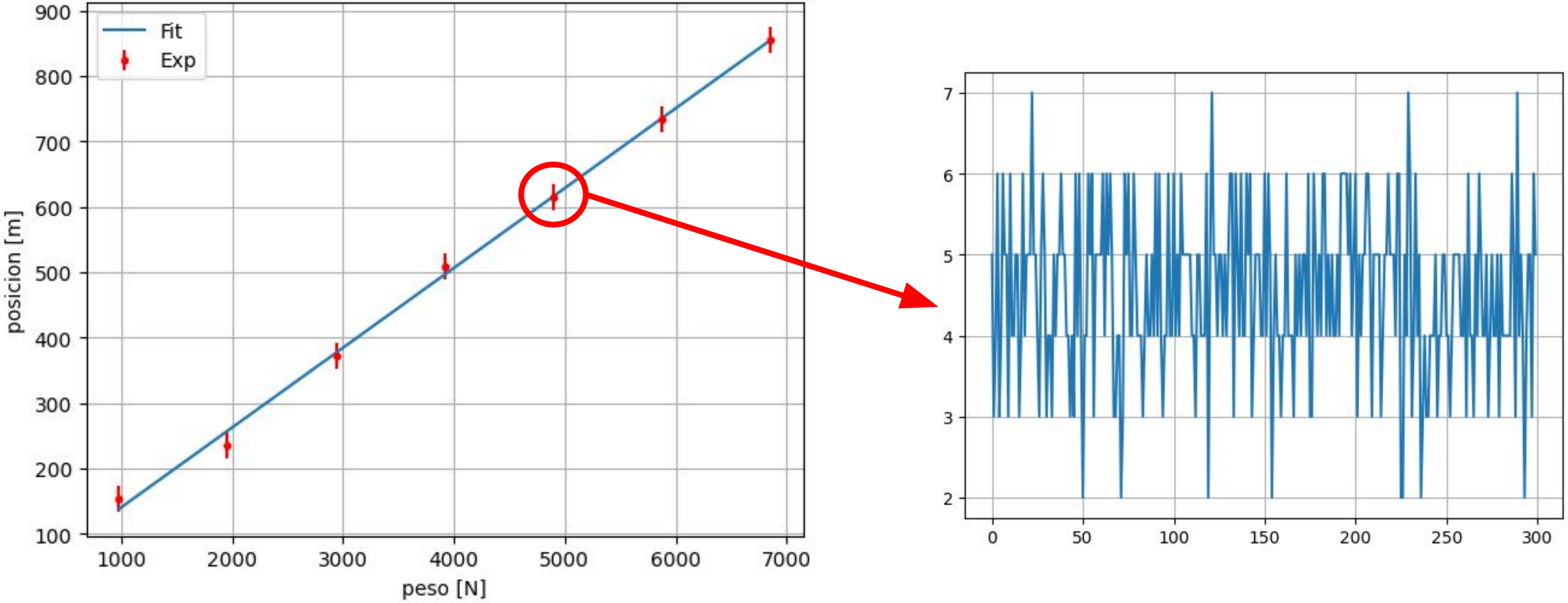
análisis: método estático

$$mg = kx - kl_0$$



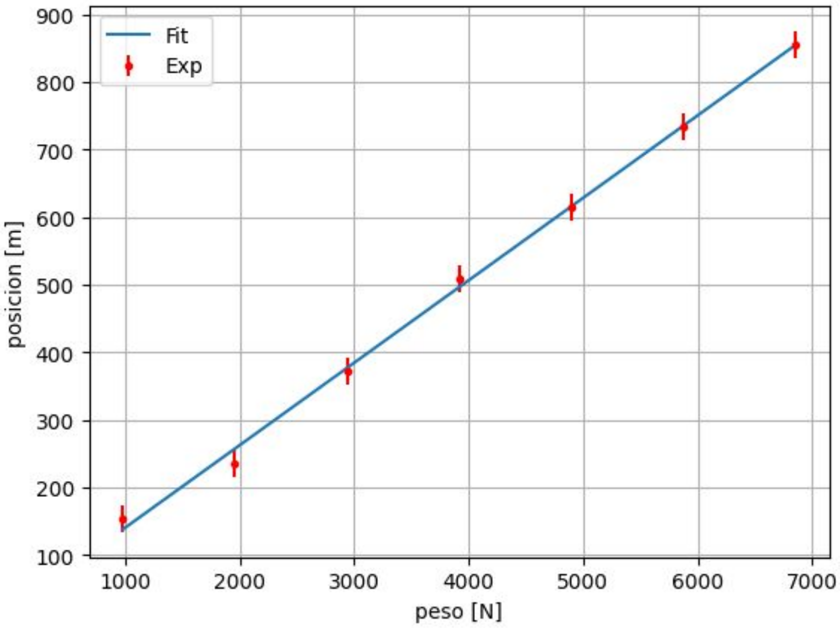
análisis: método estático

$$mg = kx - kl_0$$



análisis: método estático

$$mg = kx - kl_0$$



cuestiones a tener en cuenta

➔ ¿qué magnitud va en cada eje?

➔ ¿cómo cuantifican el error en cada variable?

➔ ¿cuántas veces miden por cada punto?

cuestiones generales

➔ cuantificación y fuentes de errores estadísticos y sistemáticos

cuestiones generales

- ➔ cuantificación y fuentes de errores estadísticos y sistemáticos
- ➔ discutan cuántas mediciones les parece razonable tomar.
  busquen una justificación

cuestiones generales

- ➔ cuantificación y fuentes de errores estadísticos y sistemáticos
- ➔ discutan cuántas mediciones les parece razonable tomar.
  busquen una justificación
- ➔ cuaderno de laboratorio

cuestiones generales

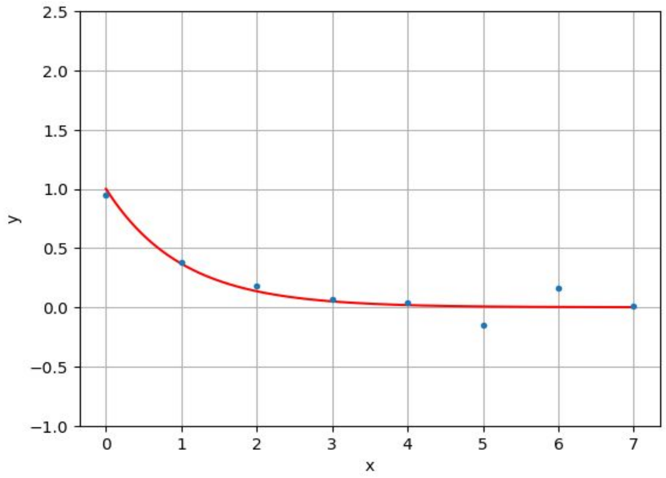
- ➔ cuantificación y fuentes de errores estadísticos y sistemáticos
- ➔ discutan cuántas mediciones les parece razonable tomar.
  busquen una justificación
- ➔ cuaderno de laboratorio
- ➔ análisis de chi cuadrado

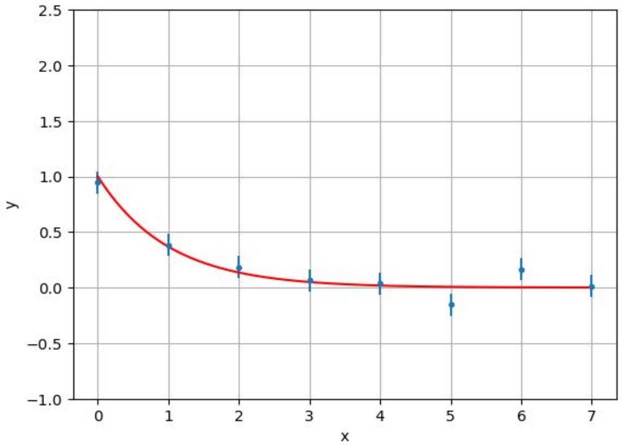
$$\chi^2 = \sum^{N} \frac{(x_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

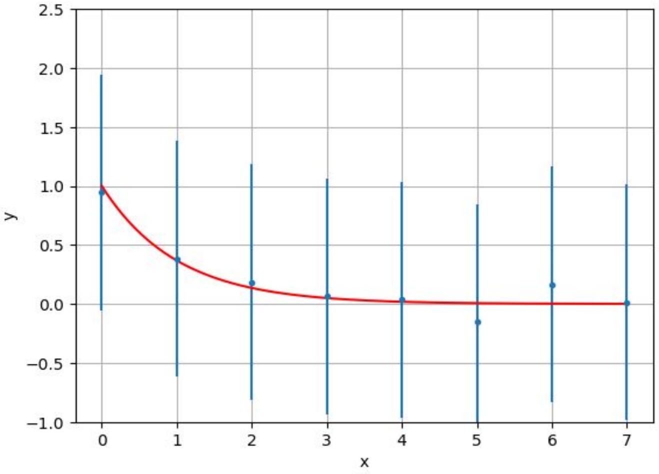
  - ◆ ¿suposiciones?
  - ◆ ¿que domina en la experiencia, error sistemático/instrumental o estadístico?
  - ◆ ¿qué me aporta, además de la bondad del ajuste?

chi cuadrado

$$\chi^2 = \sum^{N} \frac{(x_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

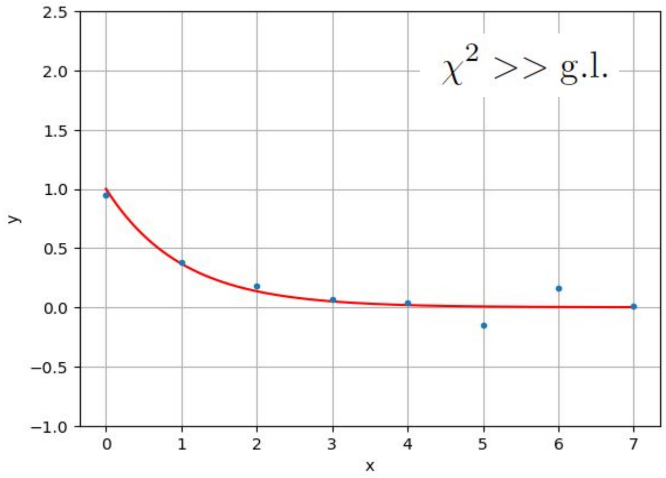


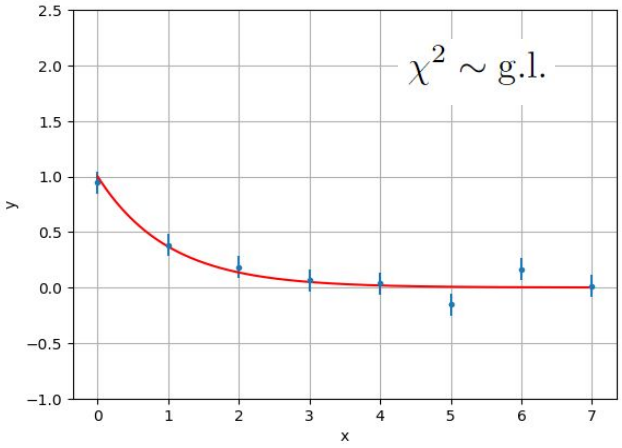


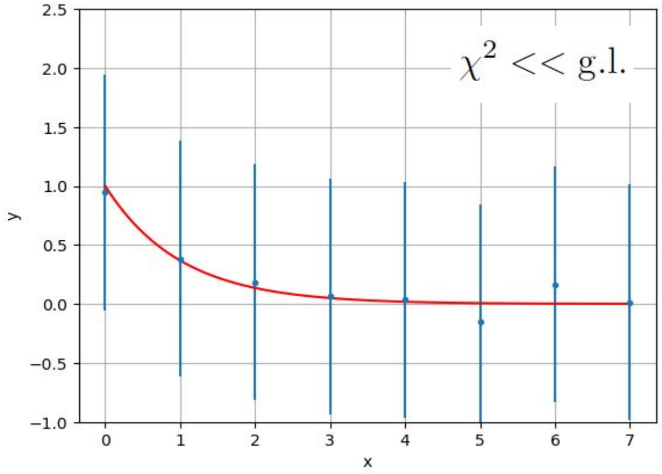


chi cuadrado

$$\chi^2 = \sum^{N} \frac{(x_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$







ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x - l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

repaso: ley de Hooke (análisis dinámico)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

repaso: ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= F_r + mg \\ m\frac{d^2x}{dt^2} &= -k(x - l_0) + mg \end{aligned}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

(propuesta)

$$x_h(t) = A\ \cos(\omega \mathrm{t}) + \mathrm{B}\ \sin(\omega \mathrm{t})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

repaso: ley de Hooke (análisis dinámico)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = \mathrm{A}\ \cos(\omega \mathrm{t}) + \mathrm{B}\ \sin(\omega \mathrm{t})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x_p(t) = x_p = \frac{mg}{k} + l_0$$

repaso: ley de Hooke (análisis dinámico)

$$\boxed{\begin{array}{l} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F_r + mg \\[2em] m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -k(x - l_0) + mg \end{array}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = g + \frac{kl_0}{m}$$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t)$$

$$x_h(t) = \text{A}\cos(\omega \text{t}) + \text{B}\sin(\omega \text{t})$$

$$x_p(t) = x_p = \frac{mg}{k} + l_0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{array}}$$

análisis: método dinámico

análisis: método dinámico

$$x(t) = A\,\cos(\omega\mathrm{t} + \omega\phi) + \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}} + \mathrm{l}_0$$

análisis: método dinámico

$$x(t) = A\cos(\omega \mathrm{t} + \omega\phi) + \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}} + \mathrm{l}_0$$

$$x(t) = A\cos(\omega \mathrm{t} + \omega\phi) + \mathrm{x}_1$$

análisis: método dinámico

$$x(t) = A\cos(\omega \mathrm{t} + \omega\phi) + \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}} + \mathrm{l}_0$$

$$x(t) = A\cos(\omega \mathrm{t} + \omega\phi) + \mathrm{x}_1$$

$$m\ddot{x} = F \rightarrow F = -m\omega^2 A\cos(\omega \mathrm{t} + \omega\phi)$$

análisis: método dinámico

$$x(t) = A\cos(\omega\mathrm{t} + \omega\phi) + \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}} + \mathrm{l}_0$$

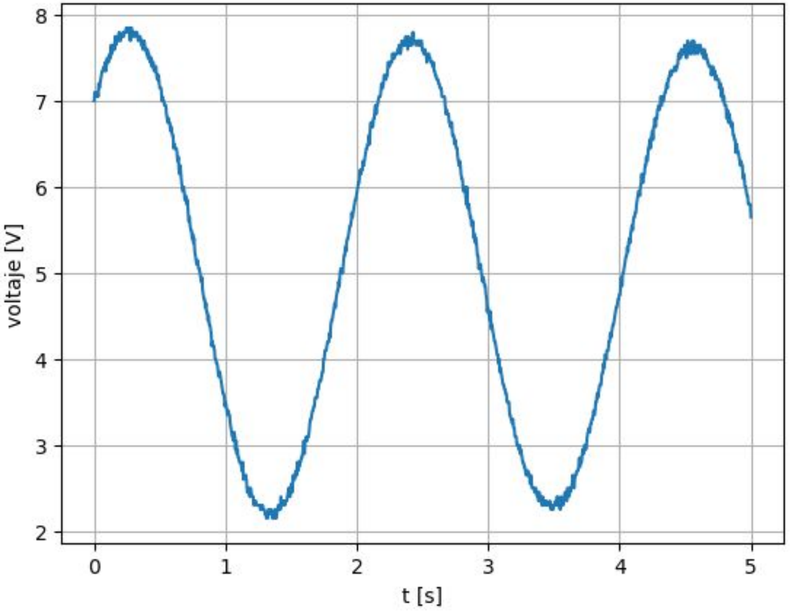
$$x(t) = A\cos(\omega\mathrm{t} + \omega\phi) + \mathrm{x}_1$$

$$m\ddot{x} = F \rightarrow F = -m\omega^2 A\cos(\omega\mathrm{t} + \omega\phi)$$

$$F(t) = -m\omega^2 A\cos(\omega\mathrm{t} + \phi) + \mathrm{F}_0$$

análisis: método dinámico

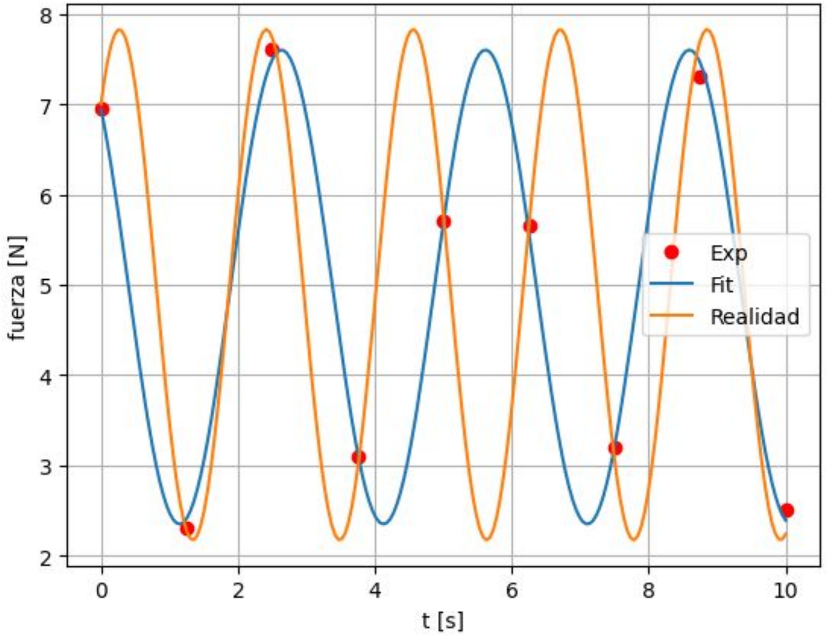
$$F(t) = -m\omega^2 A \cos(\omega \mathrm{t} + \phi) + \mathrm{F}_0$$



frecuencia de muestreo:
tienen que tener suficientes puntos para distinguir la frecuencia natural del sistema

análisis: método dinámico

$$F(t) = -m\omega^2 A\,\cos(\omega t + \phi) + F_0$$

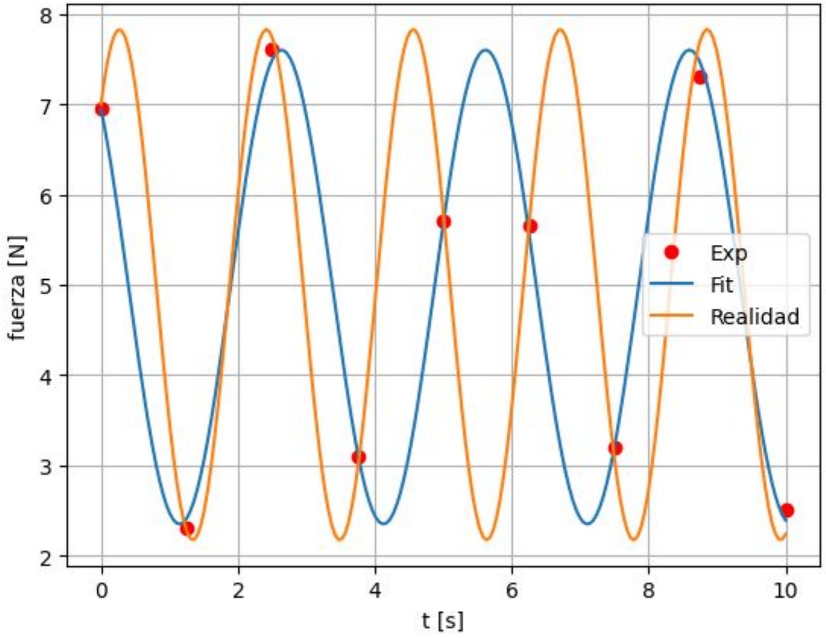


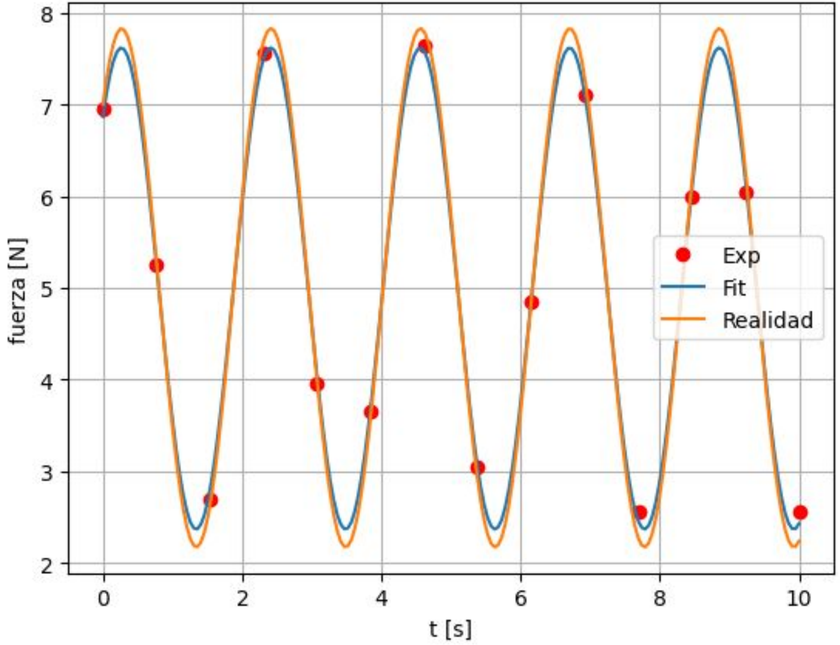
frecuencia de muestreo:
tienen que tener suficientes puntos para distinguir la frecuencia natural del sistema

análisis: método dinámico

$$F(t) = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) + F_0$$

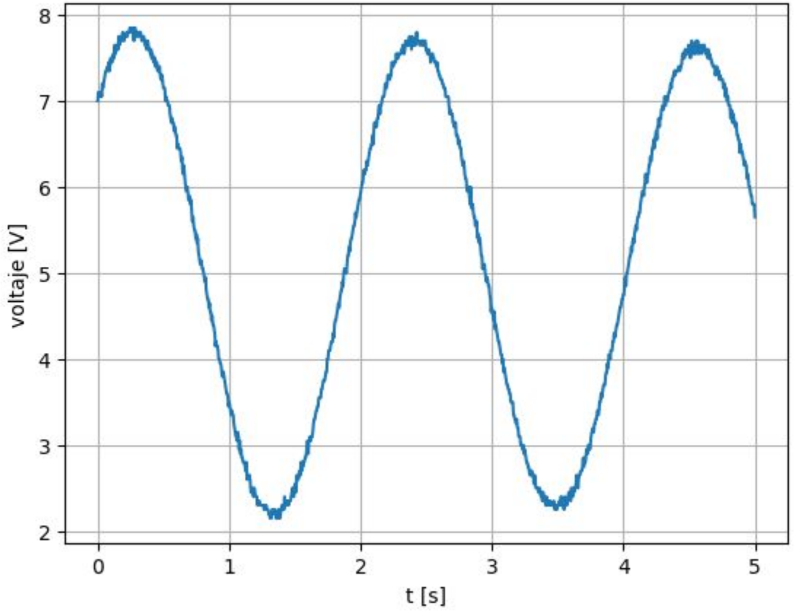
frecuencia de muestreo:
tienen que tener suficientes puntos para distinguir la frecuencia natural del sistema



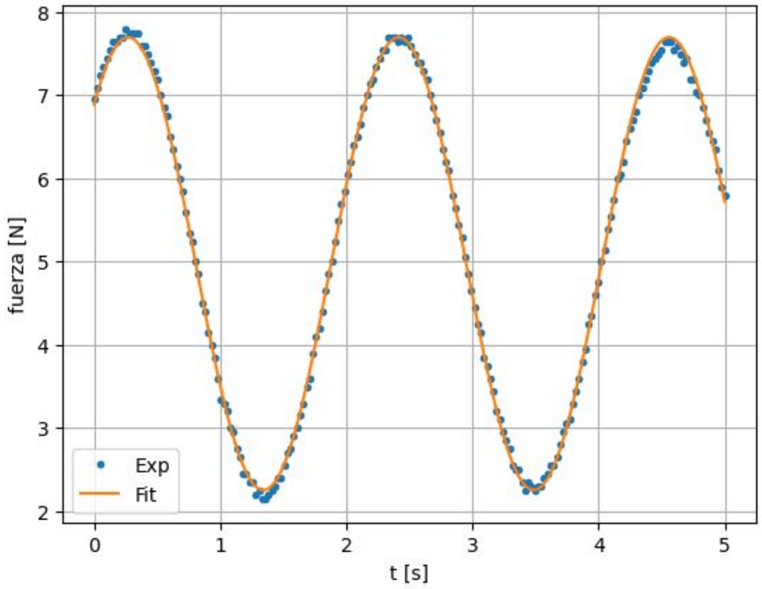


análisis: método dinámico

$$F(t) = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) + F_0$$

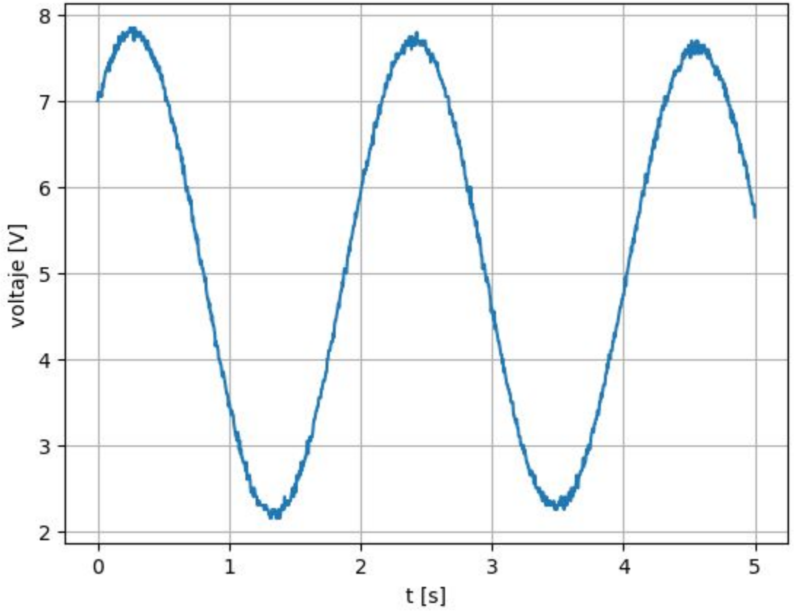



```python

def modelo(t, A, w, f0, phi):
  return A*np.cos(w*(t+phi))+f0

from scipy.optimize import curve_fit

popt, pcov = curve_fit(modelo, t, x, p0=[10, 3, 4, np.pi])

plt.plot(t, x, '.', label='Exp')
plt.plot(t, modelo(t, *popt), label='Fit')
plt.xlabel('t [s]')
plt.ylabel('fuerza [N]')
plt.legend()
plt.grid(True)

```

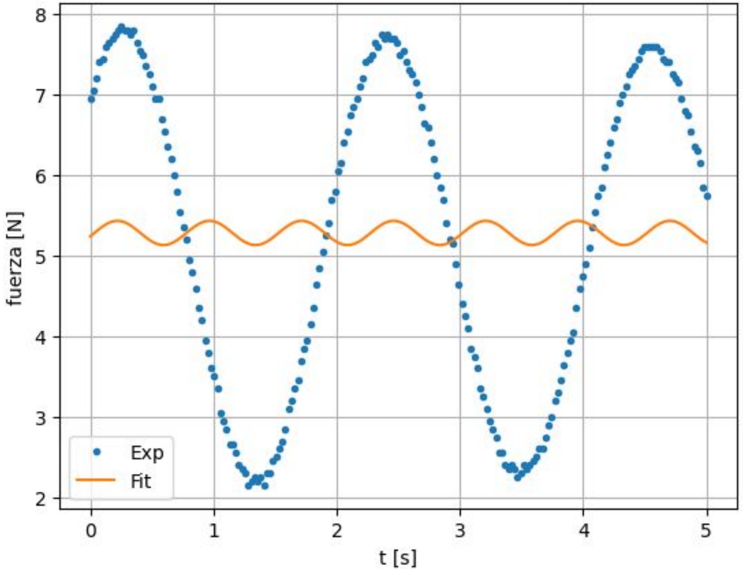


análisis: método dinámico

$$F(t) = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) + F_0$$



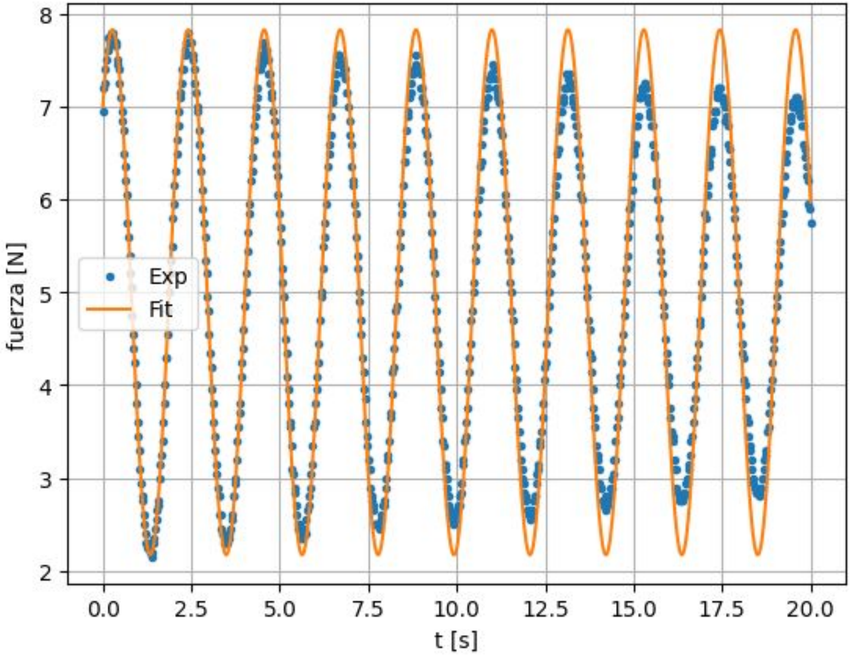

```python
def modelo(t, A, w, f0, phi):
  return A*np.cos(w*(t+phi))+f0

from scipy.optimize import curve_fit

popt, pcov = curve_fit(modelo, t, x, p0=[10, 9, 4, np.pi])

plt.plot(t, x, '.', label='Exp')
plt.plot(t, modelo(t, *popt), label='Fit')
plt.xlabel('t [s]')
plt.ylabel('fuerza [N]')
plt.legend()
plt.grid(True)
```



análisis: método dinámico

$$F(t) = \underbrace{-m\omega^2 A}_{B} \cos(\omega t + \phi) + F_0$$

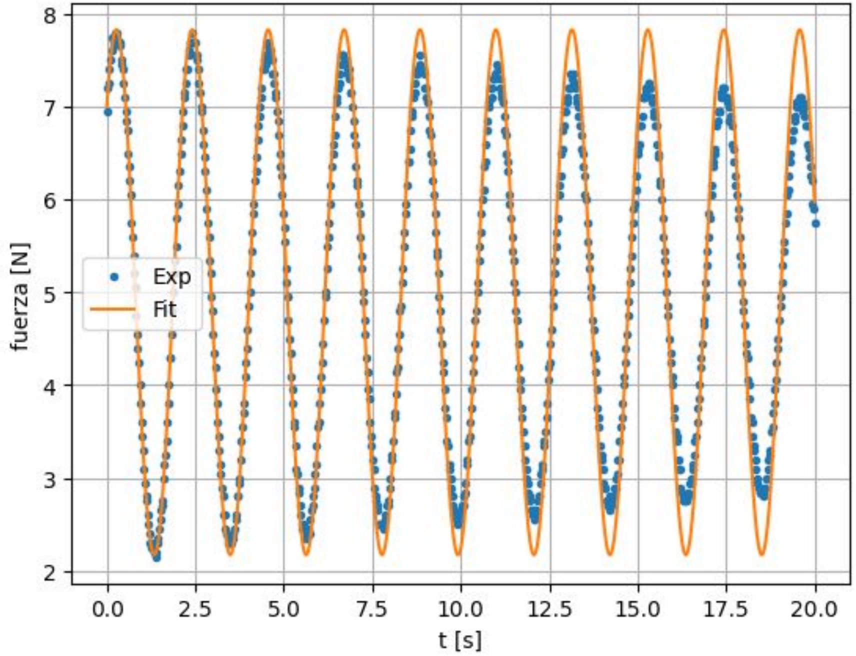
tiempo de medición:
balance entre buena estadística para el fit, y no demasiado como para que pese ***tanto*** el amortiguamiento



análisis: método dinámico

$$F(t) = \underbrace{-m\omega^2 A}_{B} \cos(\omega t + \phi) + \mathrm{F}_0$$

tiempo de medición:
balance entre buena estadística para el fit, y no demasiado como para que pese ***tanto*** el amortiguamiento



fijense de variar la masa a ver qué pasa para una figura de w(m). ¿Qué esperarían?

extra: pueden intentar buscar los diagramas de fase (espacio x, v)