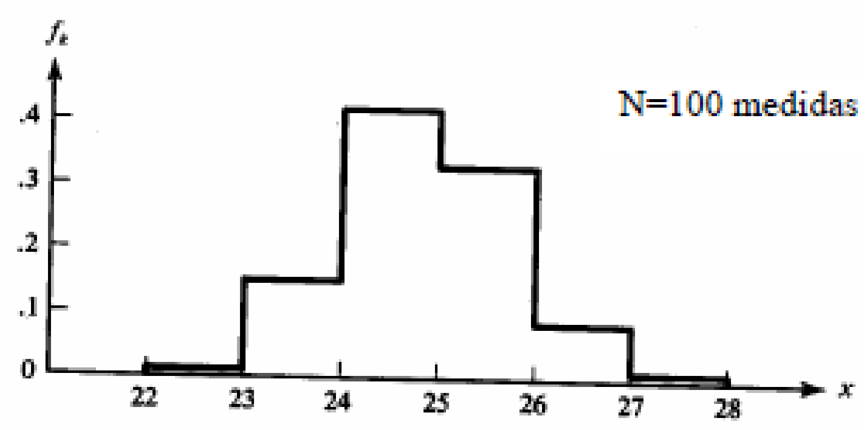
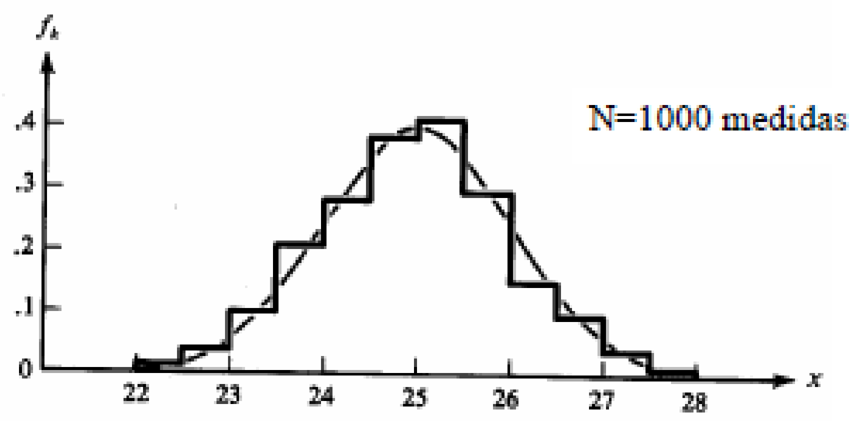
¿Qué ocurre si aumentamos el número de medidas?

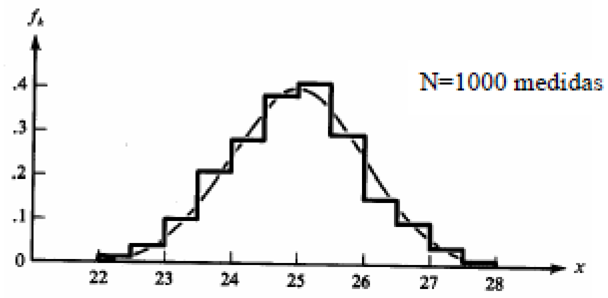


Histograma de bins de 100 medidas de x



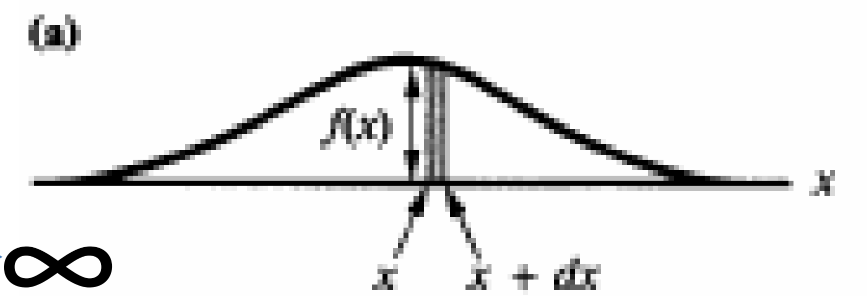
Histograma de bins de 1000 medidas de x

➤ Distribuciones discretas y continuas



Histograma de bins de 1000 medidas de x

N $\rightarrow \infty$



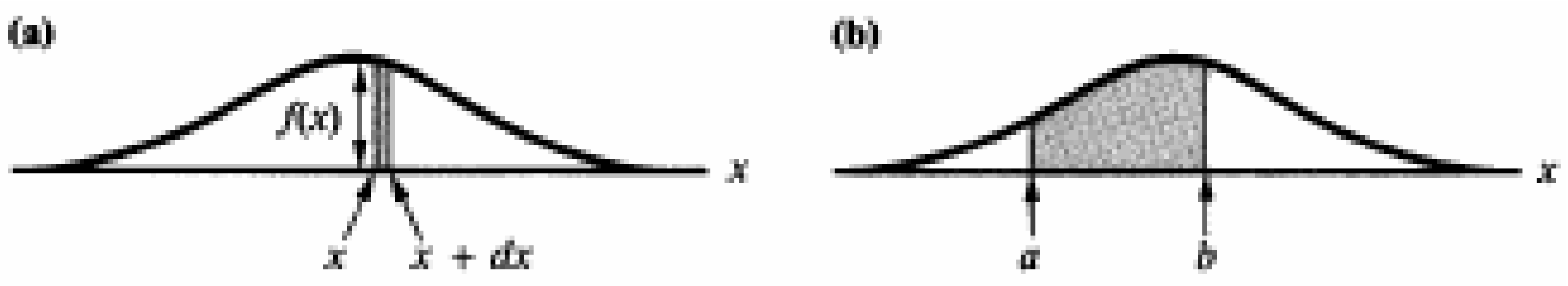
$$F_k = \frac{n_k}{N}$$

$$F_k = f(x_k)dx_k$$

$f(x)dx$ = Fraccion de las medidas que se encuentran entre x y $x + dx$

= Probabilidad de que una medida de un resultado comprendido entre x y $x + dx$

Cuando $N \to \infty \Rightarrow$ nos acercamos a la distribución límite.



Distribución límite $f(x)$

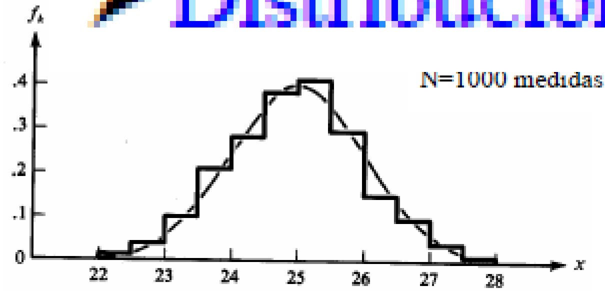
$f(x)dx$ = Fraccion de las medidas que se encuentran entre x y $x + dx$

= Probabilidad de que una medida de un resultado comprendido entre x y $x + dx$

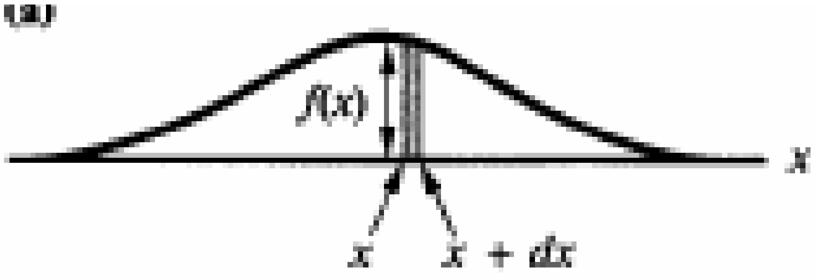
$\int_a^b f(x)dx$ = Fraccion de las medidas que se encuentran entre $x = a$ y $x = b$

= Probabilidad de que una medida de un resultado que se encuentre entre a y b

➢ Distribuciones discretas y continuas



Histograma de bins de 1000 medidas de x



$$F_k = \frac{n_k}{N}$$

$$F_k = f(x_k)dx_k$$

➢ Condición de normalización

$$\sum_k F_k = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

- Cálculo de la media

$$\overline{x} = \sum_k F_k x_k \qquad \overline{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$

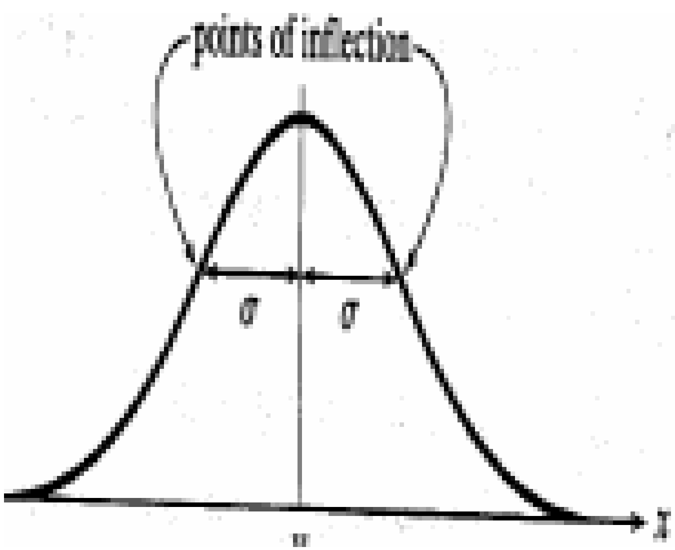
- Cálculo de la desviación estándar

$$\sigma_x^2 = \sum_k \frac{n_k}{N}(x_k - \overline{x})^2 \qquad \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \overline{x})^2 f(x)\,dx$$

$$\overline{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$$

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\overline{x})^2 f(x)\,dx$$

- La distribución Normal o de Gauss

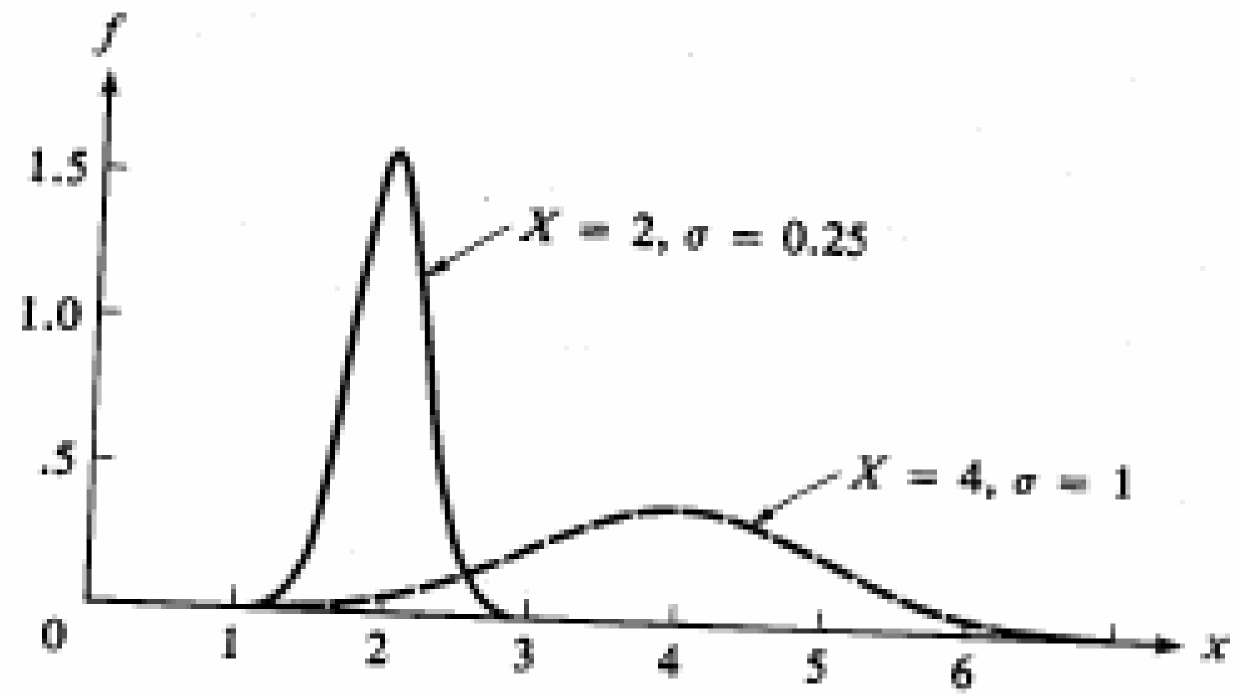


$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$$

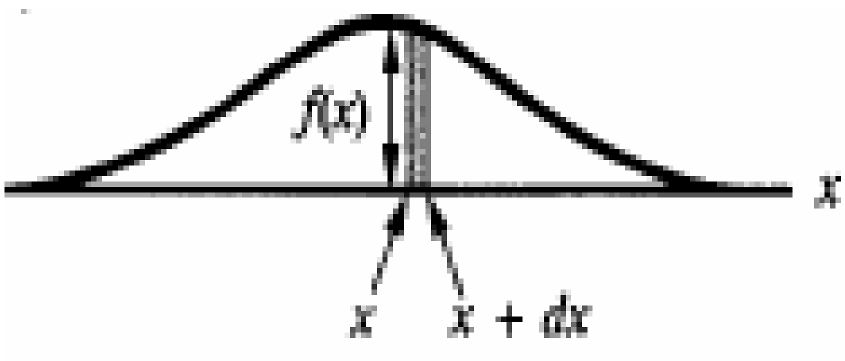
$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_{X,\sigma}(x)\,dx = 1$$

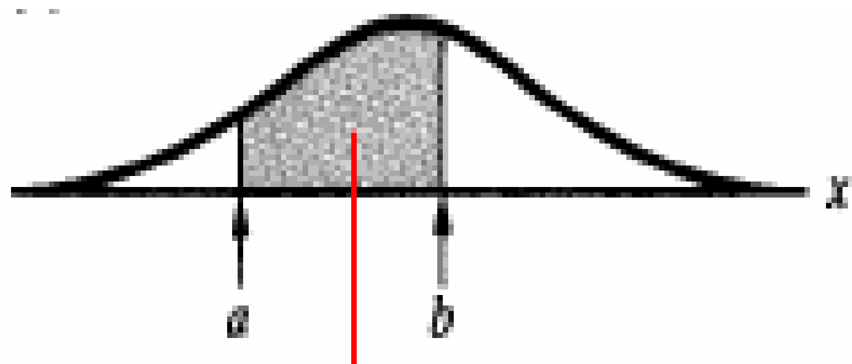
Propiedades de la distribución Normal o Gauss

- Tiene un máximo en $x = X$
- Es simétrica alrededor de X
- Tiende a cero rápidamente si $|x - X| >> \sigma$



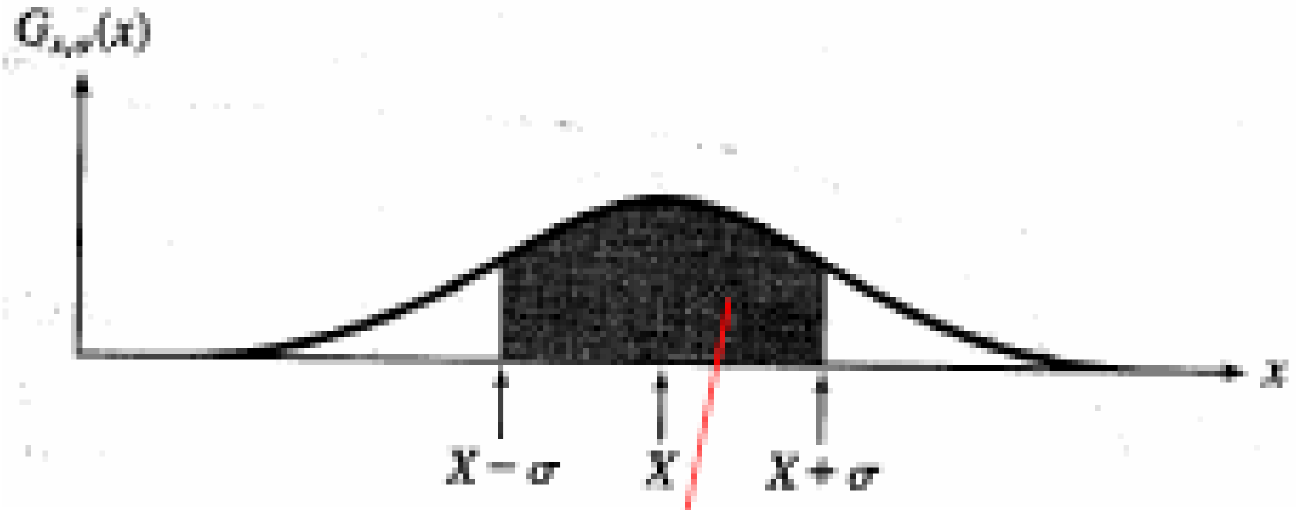
¿Cuál es la probabilidad de que una medida esté comprendida entre *a* y *b*?





$$\mathrm{Prob}(a \le x \le b) = \int_a^b G_{X,\sigma}(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_a^b e^{\frac{-(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx$$

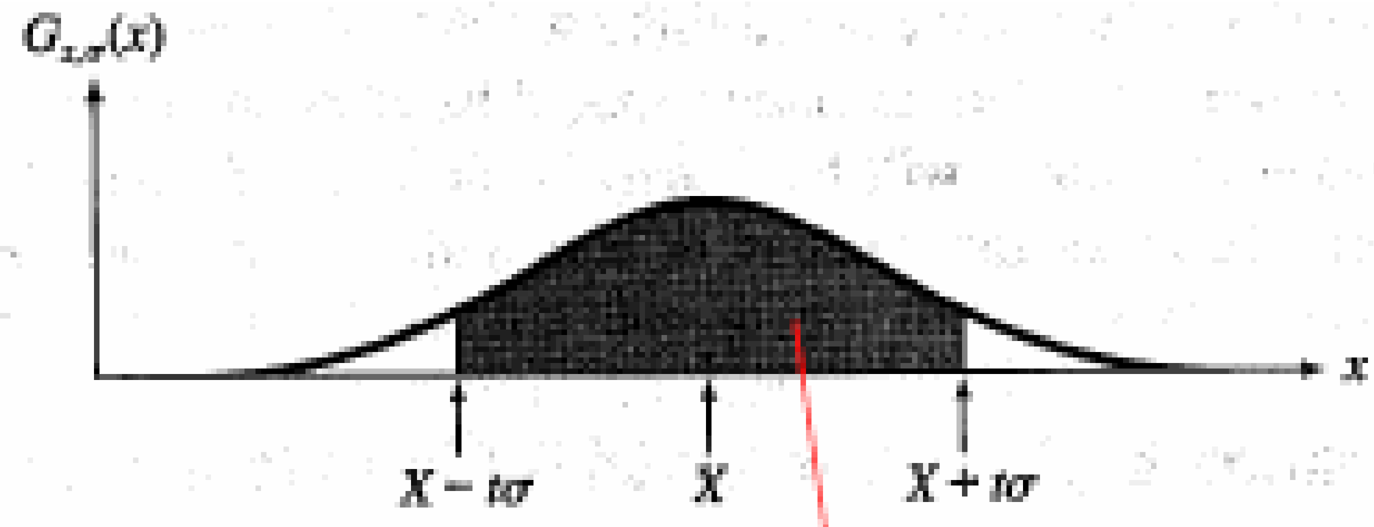
¿Cuál es la probabilidad de que una medida esté comprendida dentro de *una* desviación estándar?



$$\mathrm{Prob}(X-\sigma \le x \le X+\sigma) =$$

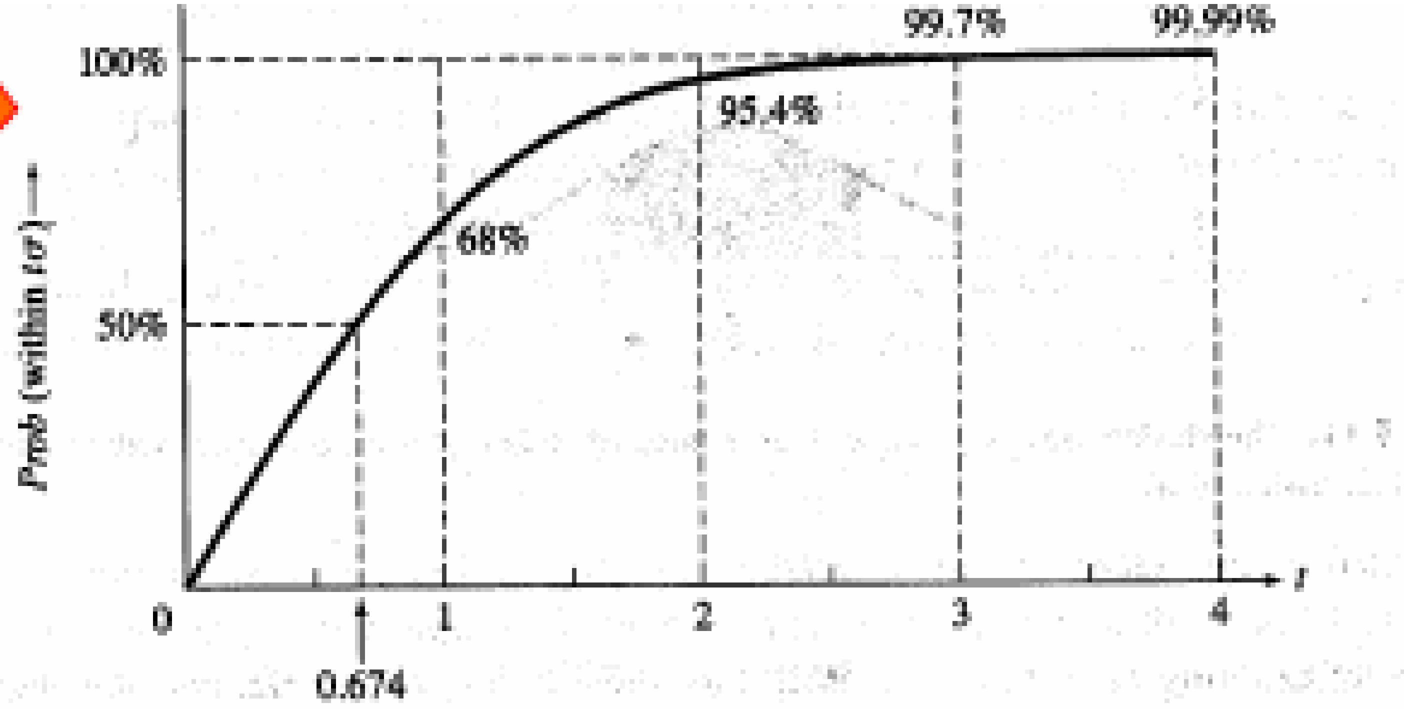
$$= \int_{X-\sigma}^{X+\sigma} G_{X,\sigma}(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{X-\sigma}^{X+\sigma} e^{\frac{-(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx$$

¿Cuál es la probabilidad de que una medida esté comprendida dentro de *t* desviaciones estándares?



$$\text{Prob}(X - t\sigma \le x \le X + t\sigma) =$$

$$= \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} G_{X,\sigma}(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{X-t\sigma}^{X+t\sigma} e^{\frac{-(x-X)^2}{2\sigma^2}} dx$$



$$\text{Prob}(X - t\sigma \le x \le X + t\sigma) =$$

- La desviación estándar de la media

Supongamos que x que se distribuye G_{X,σ_x}. Imaginemos la siguiente secuencia de experimentos:

1	N medidas de x	$\overline{x}_1 = \frac{1}{N}\sum_i x_i$
2	N medidas de x	$\overline{x}_2 = \frac{1}{N}\sum_i x_i$

....

☞ Si repetimos el experimento n veces, los valores de x_i cambiarán, y la media de las medias y su desviación estándar serán

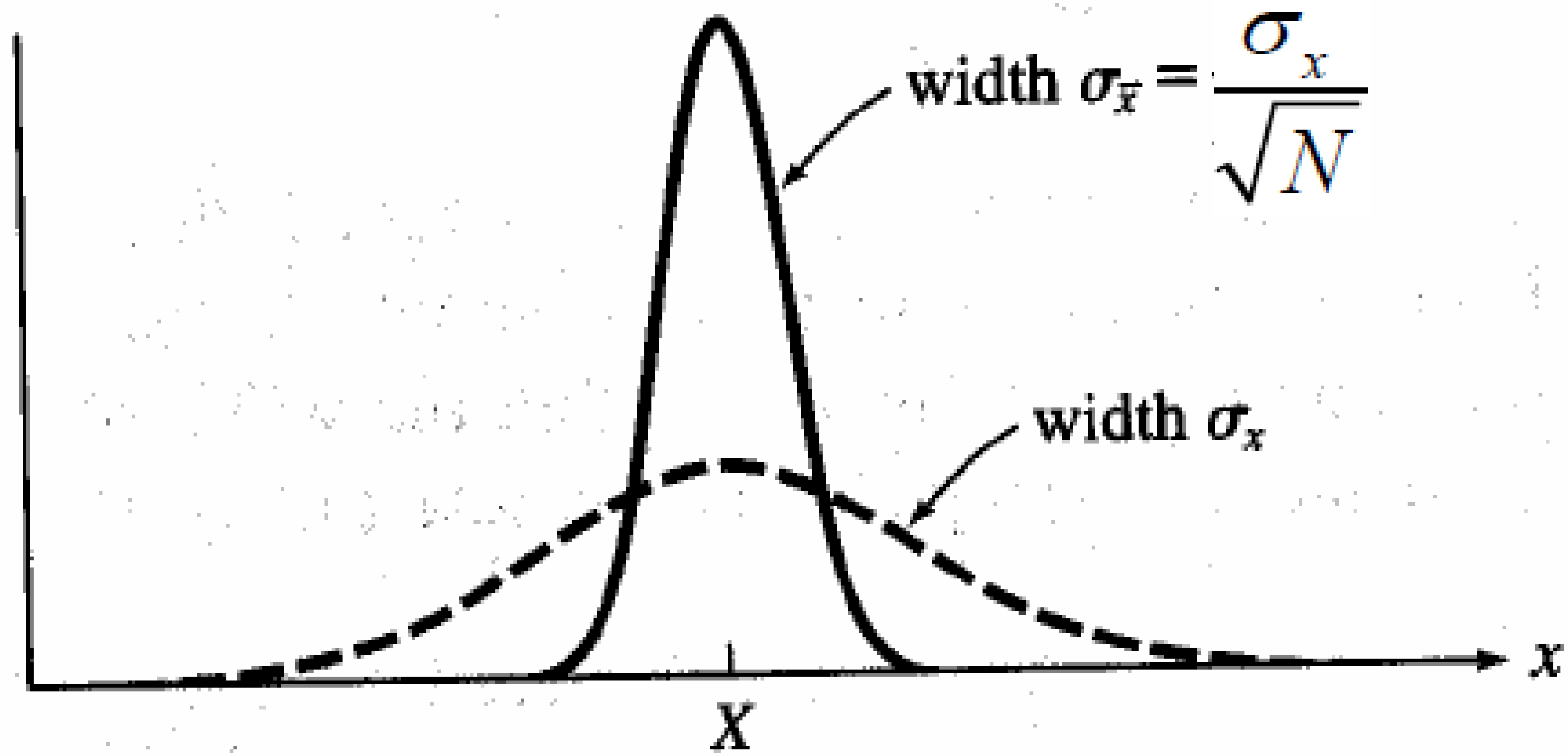
$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_i \overline{x}_i \qquad \sigma_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}\left(\overline{x}_i - \overline{x}\right)^2}$$

Efectuando sólo uno de los experimentos, ¿cuál es la desviación estándar de la media de las N medidas?

Los x_i se distribuyen G_{X,σ_x}, el verdadero valor de $\overline{x}$ es X
La desviación estándar de la media será

$$\sigma_{\overline{x}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \overline{x}}{\partial x_1}\sigma_{x_1}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial \overline{x}}{\partial x_N}\sigma_{x_N}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{N}\sigma_x\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{N}\sigma_x\right)^2} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$


width $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$
width σ_x
x
X

RESULTADO DE UNA MEDICION

$$\boxed{\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}}$$

significa que el 68% de las medidas realizadas se encuentran en el intervalo $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$.

O bien, el mejor valor, X se encuentra en el intervalo:

$$\boxed{\bar{x} - \sigma_{\bar{x}} \leq X \leq \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}}$$

con un nivel de confianza del 68 %