

Distribuciones.

Distribución de valores

Hemos visto que al realizar una cantidad N de mediciones de una magnitud x , obtenemos los valores $\{X_1, X_2, \dots\}$, y en general dichos valores no son todos iguales. Sin embargo, es de esperar que la mayor parte de los valores obtenidos estén agrupados y sean cercanos al valor “verdadero”; también es de esperar que obtengamos valores bastante alejados del verdadero muy pocas veces. ¿Cómo se distribuyen estos valores alrededor del valor promedio $\langle X \rangle$ de la medición?

Para estudiar esta distribución de valores, seguiremos los siguientes pasos:

Construyamos histogramas

- determinamos el rango de los valores obtenidos, buscando los resultados de las mediciones para las que obtuvimos los valores máximo (X_{\max}) y mínimo (X_{\min});
- dividimos dicho rango en, por ejemplo, 10 partes iguales de ancho $a = (X_{\max} - X_{\min})/10$;
- contamos la cantidad de mediciones que se encuentran en cada uno de estos intervalos, N_j ;
- dividimos los valores N_j por el número total de mediciones N y obtenemos la frecuencia de aparición de resultados en cada intervalo;
- realizamos una representación gráfica llamada histograma asignando a cada uno de los intervalos el valor correspondiente de N_j/N .

Veamos el siguiente ejemplo:

Realizamos 15 mediciones del largo del estante, obteniendo los siguientes valores (en cm): $\{32.0, 32.5, 33.0, 32.0, 32.4, 32.6, 31.9, 31.8, 31.0, 31.7, 31.8, 32.5, 32.1, 31.7, 32.8\}$.

Los valores máximo y mínimo son: 33.0 y 31.0. Decidimos dividir el rango en solamente 5 partes de ancho $2 \text{ cm}/5 = 0.4 \text{ cm}$. Así obtenemos:

intervalo (en cm)	cantidad de mediciones	N_j/N
(31.0 hasta 31.4)	1	.066
(31.4 hasta 31.8)	2	0.133
(31.8 hasta 32.2)	6	0.40
(32.2 hasta 32.6)	4	0.266
(32.6 hasta 33.0)	2	0.133

En la figura 2.4 asignamos los valores N_j/N a cada intervalo. Vemos que la frecuencia de aparición de resultados cercanos a $\langle X \rangle = 32.1 \text{ cm}$ es máxima, y decrece a medida que nos alejamos de dicho valor, tanto hacia valores más altos como hacia valores más pequeños que $\langle X \rangle$. Si realizamos el cálculo de σ , para este caso obtendremos $\sigma = 0.498 \text{ cm}$ o sea $\sigma = 0.5 \text{ cm}$.

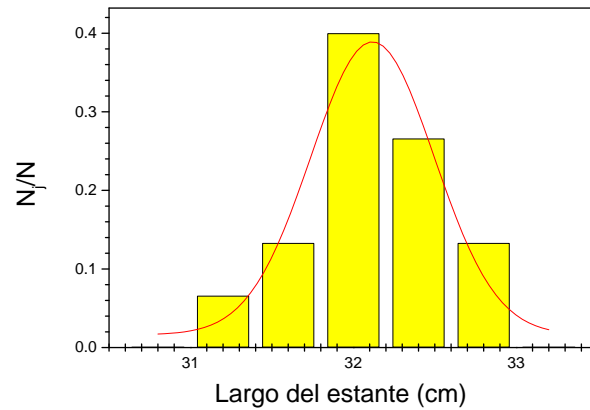


Figura 2.4: Histograma presentando la frecuencia de aparición en intervalos de ancho 0.4 cm. El valor promedio de estas mediciones es $\langle X \rangle = 32.1$ cm. En trazo continuo se representa la curva gaussiana o distribución normal (con sus parámetros).

La frecuencia de aparición de los distintos resultados obtenidos tiene en general una forma similar a la función representada en la figura.(gauss) por una línea continua. Esta curva se llama curva de Gauss o distribución normal, y corresponde a la distribución de frecuencias de aparición en un gran número de casos usuales. Su expresión matemática es

$$y = A e^{-(x-m)^2/s^2}$$

en donde “A” corresponde al máximo de la curva, “m” corresponde a la posición de dicho máximo y “s” describe el semiancho del pico. Notemos que la curva de Gauss es simétrica con respecto al valor de “m”. Además, el 67% del área bajo la curva se encuentra entre los valores $m+s$ y $m-s$: esto quiere decir que un 67% de las veces que realice mediciones obtendré valores que difieren del valor medio solamente en s . Si el margen se amplía a $2s$, el 95% de las veces obtendremos resultados en esa banda.

La similitud entre la curva de Gauss y la distribución de los N datos experimentales nos ayudará a evaluar la incerteza estadística de nuestra medición. Podríamos asociar el valor promedio $\langle X \rangle$ con el parámetro m, y la incerteza σ con s, y así disponer de una función matemática asociada a los datos experimentales. De esta manera, con un cierto grado de confianza (por ej. 95%) podremos decir que el valor verdadero de la magnitud que medimos se encuentra entre $m-2s$ y $m+2s$, y por lo tanto escribimos $x = m \pm 2s$.

Más adelante estudiaremos los criterios a tener en cuenta al realizar un ajuste de datos experimentales con una función conocida, por ejemplo la distribución gaussiana. Dicho ajuste nos permitirá obtener los valores de m y s que hacen que la función gaussiana describa de mejor manera la distribución de datos experimentales.

Aparte de la distribución normal existen otras distribuciones con características distintas (no simétricas con respecto al promedio, con varios máximos, etc.) que pueden describir de manera apropiada casos específicos.

La distribución normal o gaussiana

Usemos la distribución normal!

Existen otras distribuciones...