Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2022

Laboratorio 1 B: Miércoles de 14-20 hs

Lucía Famá, Patricio Grinberg,
Liliana Álvarez, Mauro Silberberg,
Eugenia Gomes

Resultado y una MF y forma de expresarlo

Resultado
Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

Expresión

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)\ Ud.$$

$\boldsymbol{\bar{x}}$, $\boldsymbol{x_0}$**:** Valor más representativo

$\boldsymbol{\Delta x}$**:** Incerteza o error Absoluto

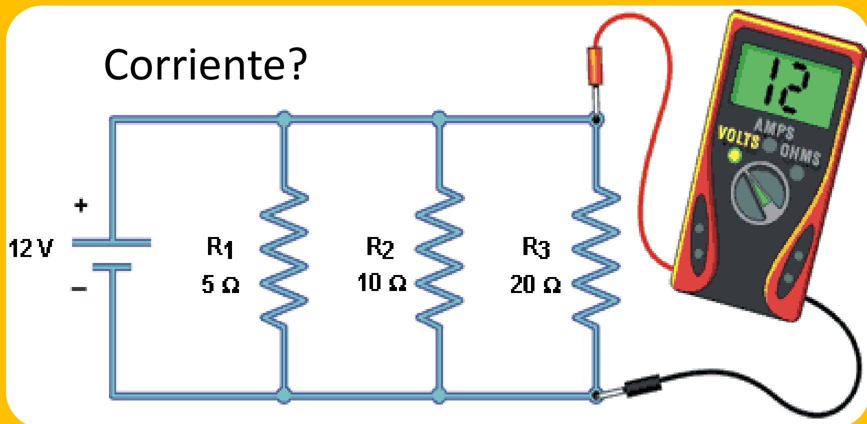
Mediciones Directas (MD)

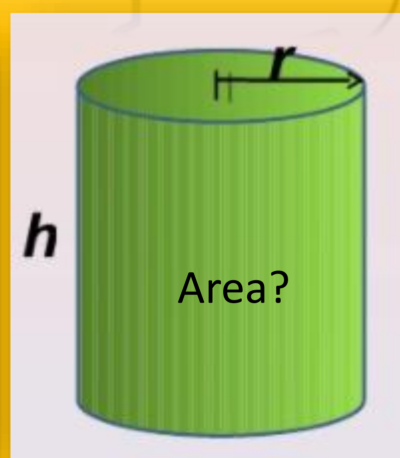
$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Si mido dentro del intervalo dado por la resolución del instrumento $\longrightarrow$ $\boldsymbol{\Delta x = \sigma_{ap}}$

Expresión $x = \left(\bar{x} \pm \sigma_{ap}\right)\ Ud.$

Clases de Mediciones





Indirectas (MI)

La medida deseada se obtiene a partir de un proceso matemático sobre otras medidas

Ej.: superficie de un cuerpo a partir de la medida de sus lados.

Mediciones Indirectas (MI)

Valor de una MF determinada en forma indirecta

$$\boldsymbol{W = f(x, y, z, \dots)}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$
$$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$$
$$\vdots$$

x, y, z ... variables independientes

$$\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

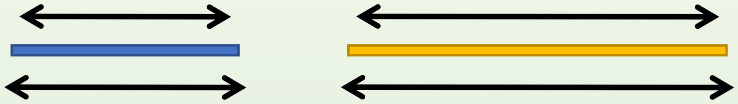
Valor más representativo (F_0 o $\overline{\boldsymbol{F}}$)

Error Absoluto

Mediciones Indirectas (MI)

Por ej.: SUMA de dos MF $\boxed{L = A + B}$ $L = (L_0 \pm \Delta L)\ Ud.$

$B_{mín} = B_0 - \Delta B$

A  **B**

$B_{Máx} = B_0 + \Delta B$

$A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$

$B = (B_0 \pm \Delta B)\ Ud.$

Estimemos un posible valor de L

$L_{mín} \leq L \leq L_{Máx}$

$$\boxed{L_{mín} = (A_0 - \Delta A) + (B_0 - \Delta B)}$$

$$\boxed{L_{Máx} = (A_0 + \Delta A) + (B_0 + \Delta B)}$$

$$\boxed{L_o = \frac{L_{Máx} + L_{mín}}{2} = \frac{2A_0 + 2B_0}{2} = A_0 + B_0}$$

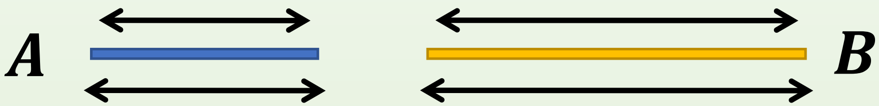
$$\boxed{\boldsymbol{L_0} = A_0 + B_0 = \boldsymbol{L(A_0, B_0)}}$$

Reemplazar en la fórmula con los valores más representativos

Mediciones Indirectas (MI)

Por ej.: SUMA de dos MF $\boxed{L = A + B}$ $L = (L_0 \pm \Delta L)\; Ud.$

$$B_{mín} = B_0 \; - \; \Delta B$$



$$B_{Máx} = B_0 \; + \; \Delta B$$

$$A = (A_0 \pm \Delta A)\; Ud.$$

$$B = (B_0 \pm \Delta B)\; Ud.$$

Estimemos un posible valor de L

$$L_{mín} \leq L \leq L_{Máx}$$

$$\boxed{L_{mín} = (A_0 \; - \; \Delta A) + (B_0 \; - \; \Delta B)}$$

$$\boxed{L_{Máx} = (A_0 \; + \; \Delta A) + (B_0 \; + \; \Delta B)}$$

$$\boxed{\Delta L = \frac{L_{Máx} - L_{mín}}{2} = \frac{2\Delta A + 2\Delta B}{2} = \Delta A + \Delta B}$$

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{L} = \Delta A + \Delta B}$$

El error de una suma se puede estimar como la suma de los errores

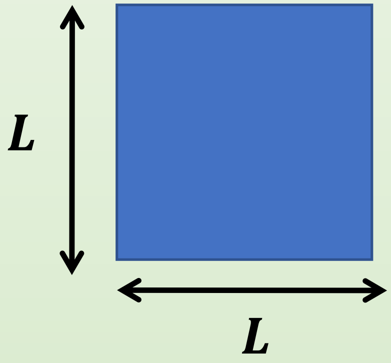
Mediciones Indirectas (MI)

Por ejemplo: AREA de un cuadrado $\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\; Ud.}$

$$\boxed{A = L^2}$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$

$$L = (L_0 \pm \Delta L)\; Ud.$$



¿Será $\boldsymbol{\Delta A = \Delta L^2}$?

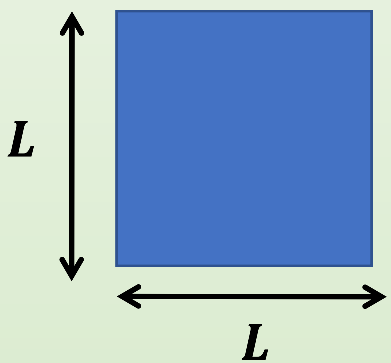
Mediciones Indirectas (MI)

Por ejemplo: AREA de un cuadrado $\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\,Ud.}$

$$\boxed{A = L^2}$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$

$$L = (L_0 \pm \Delta L)\,Ud.$$

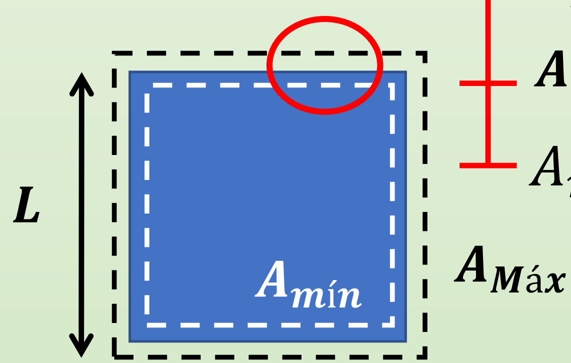


Estimemos un posible valor de A

$$A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)^2$$

$$\boldsymbol{A_0}$$

$$A_{mín} = (L_0 - \Delta L)^2$$



Estimemos un posible valor de A

$$\boxed{A = L^2}$$

$$A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$$

$$A_{mín} \leq A \leq A_{Máx}$$

$$\boxed{A_{mín} = (L_0 - \Delta L)^2}$$

$$\boxed{A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)^2}$$

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$\boxed{A_0 = L_0^2 = A(L_0)}$$

Evaluar en L_0

$$\boxed{A_o = \frac{A_{Máx} + A_{mín}}{2}}$$

$$A_o = \frac{2\,L_0{}^2 + \cancel{2\,\Delta L^2}}{2} \approx L_0{}^2$$

INCETIDUMBRE

$$\boxed{\Delta A = 2\,L_0\,\Delta L}$$

$$2\,L_0 = \left.\frac{dA}{dL}\right|_{L_0}$$

$$\boxed{\Delta A = \frac{A_{Máx} - A_{mín}}{2}}$$

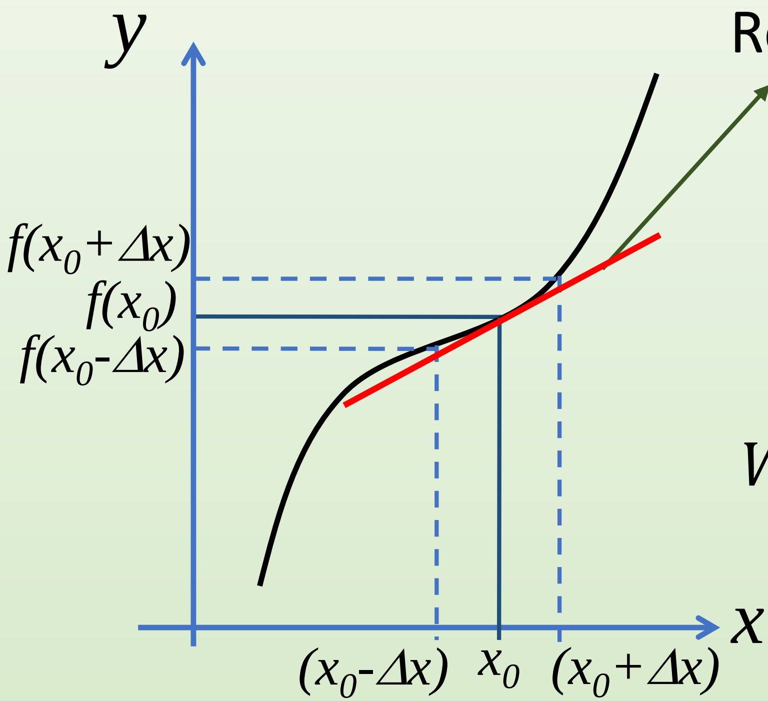
$$\Delta A = \frac{4\,L_0\,\Delta L}{2} = 2\,L_0\,\Delta L$$

$$\boxed{A = A(L_0) \pm \left.\frac{dA}{dL}\right|_{L_0} \Delta L}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otra MF x

$\boxed{W = f(x)}$ $\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$ $x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$



Recta tangente a $f(x_0)$

La pendiente será: $\left.\dfrac{df(x)}{dx}\right|_{x_0}$

<u>*Desarrollo de Taylor:*</u>

$$W = f(x) \approx f(x_0) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} (x - x_0) + \ldots$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0)}$$

$$\boxed{\Delta W = \left|\frac{df(x)}{dx}\right|_{x_0} \Delta x}$$

Evaluar f en el entorno de x_0

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otras 2 MF (x e y)

$$\boxed{W = f(x,y)} \qquad \boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$

x, y son variables independientes

<u>*Desarrollo de Taylor*</u>

Derivada parcial respecto de la variable x

$$W = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(y - y_0)}_{\Delta y} + \ \ldots$$

$x \approx x_0$

$y \approx y_0$

Derivada parcial respecto de la variable x, evaluada en x_0 *e* y_0

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otras 2 MF (x e y)

$$W = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(y - y_0)}_{\Delta y} + \ \dots$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0,y_0)}$$

$$\boxed{\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta y^2}}$$

Aplicando Módulo

$$\Delta W = \left| \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} \Delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} \Delta y \right|$$

Módulo de una suma

Generalizando ……

Valor de una MF determinada en forma indirecta

$$\boxed{\boldsymbol{W = f(x, y, z, \dots)}} \longrightarrow \boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\; Ud.}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\; Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\; Ud.$$
$$z = (z_0 \pm \Delta z)\; Ud.$$
$$\vdots$$

x, y, z ... variables independientes

$$\boxed{W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots)}$$

$$\boxed{\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}\right|_{\substack{x_0,\\ y_0,\dots}}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial y}\right|_{\substack{x_0,\\ y_0,\dots}}\right)^2 \Delta y^2 + \;\dots}}$$

Para Practicar!!!

Obtener el la aceleración de la gravedad a partir del resultado del período de un péndulo (T) colgado de un hilo de longitud l

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \longrightarrow \boldsymbol{g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}}$$

$$l = (50{,}0 \pm 0{,}1)\ cm$$

$$T = (1{,}42 \pm 0{,}01)\ s$$

$$g_0 = 4\pi^2\frac{l_0}{{T_0}^2}$$

$$\left.\frac{\partial f(l,T)}{\partial l}\right|_{l_0,\,T_0} = 4\pi^2\frac{1}{{T_0}^2}$$

$$\left.\frac{\partial f(l,T)}{\partial T}\right|_{l_0,\,T_0} = -8\pi^2\frac{1}{{T_0}^2}$$

$$\Delta g = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(l,T)}{\partial l}\right|_{l_0,\,T_0}\right)^2 \Delta l^2 + \left(\left.\frac{\partial f(l,T)}{\partial T}\right|_{l_0,\,T_0}\right)^2 \Delta T^2}$$

Casos comunes …. Incerteza en MI

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.}$$

Sumas y Restas:

$$\boxed{A = B + C} \qquad \boxed{A_0 = B_0 + C_0}$$

$$\boxed{A = B - C} \qquad \boxed{A_0 = B_0 - C_0}$$

$$\boxed{\Delta A = \Delta B + \Delta C}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_r} = \left|\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right|$$

Error Relativo

Multiplicación y División:

$$\boxed{A = B * C} \qquad \boxed{A_0 = B_0 * C_0}$$

$$\boxed{A = B/C} \qquad \boxed{A_0 = B_0/C_0}$$

$$\boxed{\varepsilon_{rA} = \varepsilon_{rB} + \varepsilon_{rC}}$$

ε_{rA}? TAREA!!

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 2

OBTENER EL VOLUMEN DE UNA MONEDA MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- **Determinar el volumen de un objeto mediante diferentes métodos.** *Recuerden que siempre deben obtener el valor más representativo de V* $(\bar{V})$ *y su error absoluto* (ΔV)*.*

¿Posibles Métodos?

INFORME EN DISCORD
MIÉRCOLES 6/4 HASTA LAS 14 HS

EXPERIMENTO Exp. 2

OBTENER EL VOLUMEN DE UN OBJETO MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- **Realizar un gráfico con los resultados de V**
- **Discutir si presentan diferencias significativas los resultados de V**
- **Discutir qué método resultó más preciso y cuál más confiable**
- Analizar cómo influye la incerteza absoluta de cada variable independiente (x, y, …) en la incerteza absoluta de V.

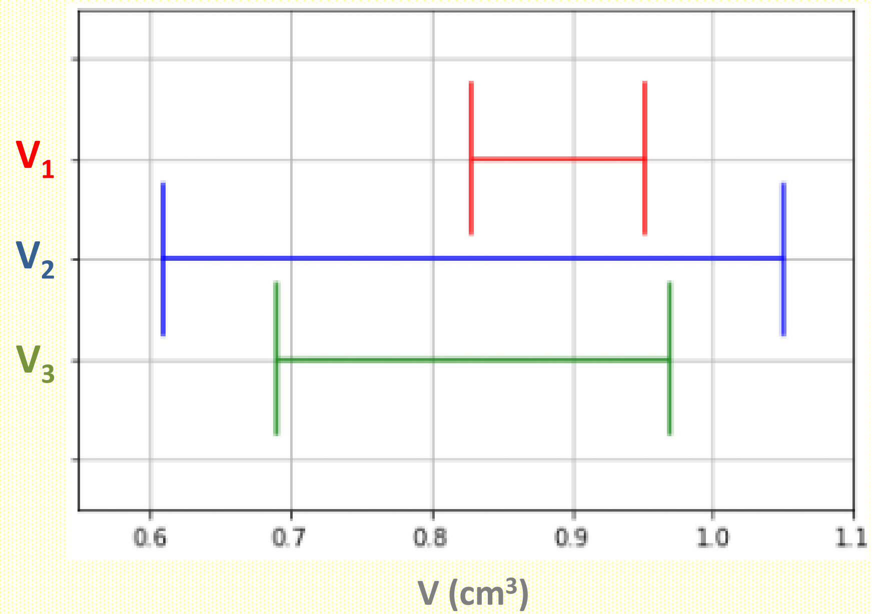


Figura 1. Resultados del volumen de un objeto mediante diferentes métodos: V_1, midiendo …..; V_2, a partir de ………; y V_3, con ……..