Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2022

Movimiento Oscilatorio Amortiguado
Constante de amortiguamiento de un fluido

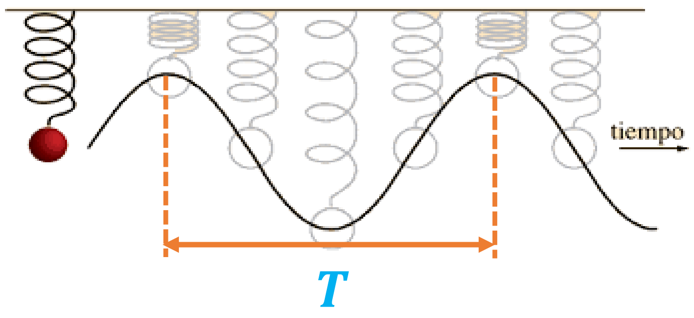
Lucía Famá, Patricio Grinberg, Liliana Álvarez, Mauro Silberberg, Eugenia Gomes

Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

La clase pasada

Movimiento Armónico Simple (MAS)

$$\boxed{x(t) = A\,cos(\omega_0 t + \emptyset)}$$



x(t): posición en función del tiempo

A: amplitud de la oscilación
$\emptyset$: fase inicial

Dependen de las condiciones iniciales

$\underbrace{\omega_0\text{: frecuencia angular natural de oscilación}}$

Depende de parámetros propios del sistema

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Sistema masa-resorte

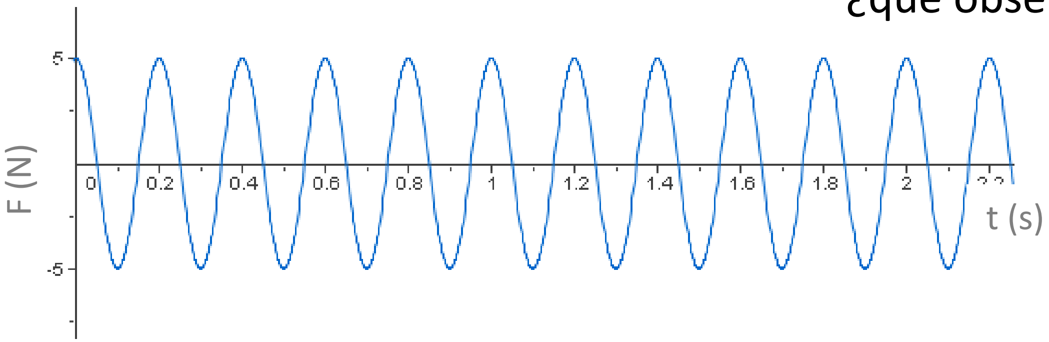
Fuerza proporcional al desplazamiento

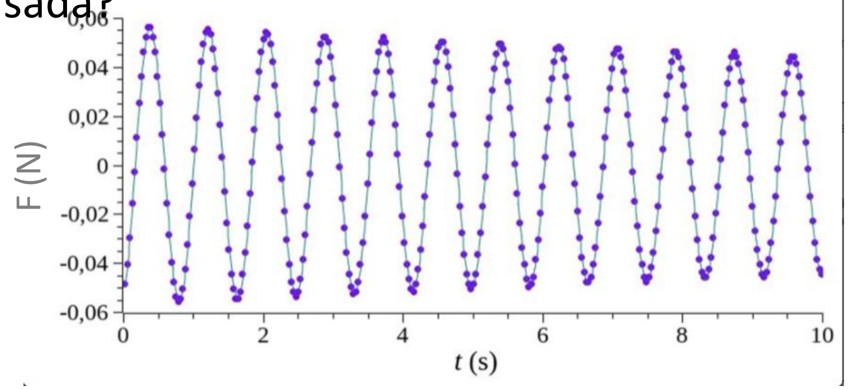
$$\boxed{F(t) = F_A\,cos(\omega_0 t + \emptyset)}$$

Sistema ideal

¿qué observaron la clase pasada?

Sistema real



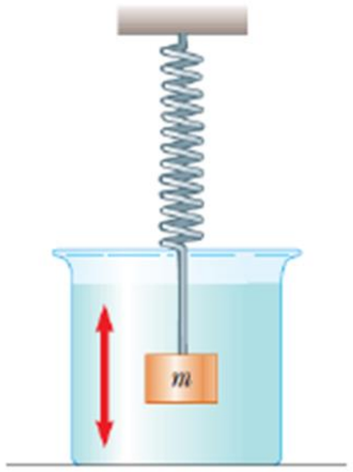


La clase de hoy

Oscilaciones Amortiguadas

Fuerza viscosa o de fricción viscosa

- Aparece cuando un objeto sólido se mueve en el interior de un fluido
- Proporcional a la velocidad (existen varios modelos)
- Efectos disipativos (frena el movimiento)
- Refleja los casos reales.



En nuestro modelo consideraremos:

$$\boxed{\boldsymbol{F_f} = -bv = -b\,\dot{\boldsymbol{x}}}$$

F_f: fuerza viscosa o de fricción viscosa. Unidad: N

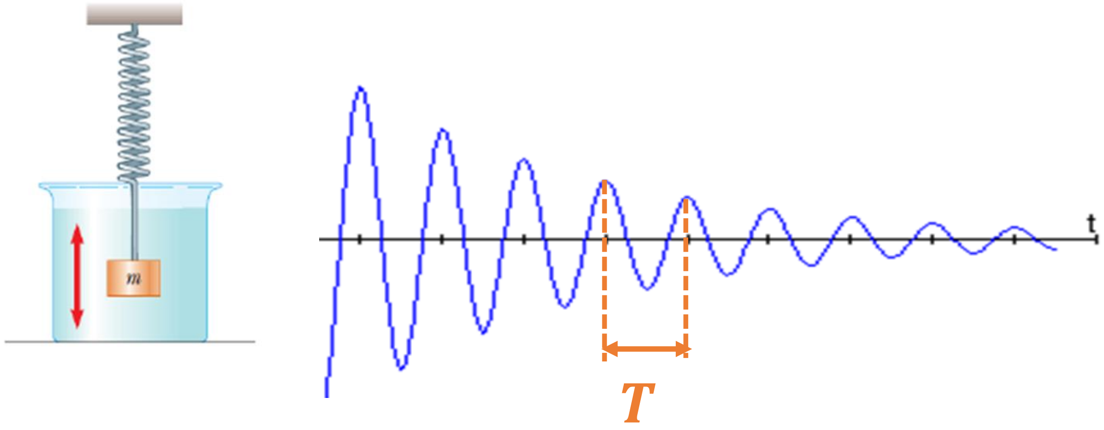
v: velocidad del objeto. Unidad: m/s

b: constante mide el grado de viscosidad del fluido. Unidad: N s/m = kg/s

(coeficiente depende la viscosidad del medio y de la forma aero e hidrodinámica del cuerpo)

Oscilaciones Amortiguadas

Movimiento Armónico Amortiguado



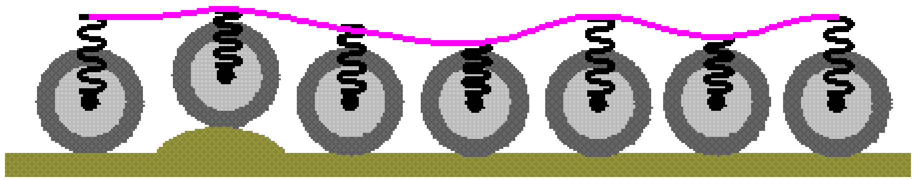
¿varía la amplitud?

¿varía el período de oscilación a lo largo del movimiento?

¿como será el período respecto del movimiento sin amortiguamiento?

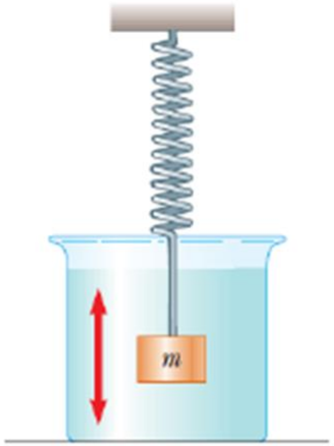
Ejemplos de sistemas con rozamiento viscoso

- suspensión de un automóvil
- puerta de cierre automático



https://www.shocksurplus.com/pages/shock-absorber-design-differences

Movimiento Armónico Amortiguado



Sistema

Ecuación de movimiento (2° Ley de Newton)

$$mg - k(x - l_0) - b\dot{x} = m\ddot{x}$$

reordenando

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = g + \frac{k\,l_0}{m}$$

La frecuencia angular natural (sin amortiguamiento)

$$\omega_0^2$$

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

Constante de amortiguamiento del fluido (unidades: s^{-1})

La ecuación homogénea:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0{}^2 x = 0$$

Proponemos la solución:

$$\boxed{x(t) = a\, e^{-\gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$

$$\boxed{F(t) = F_A\, e^{-\gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$

Se cumple cuando

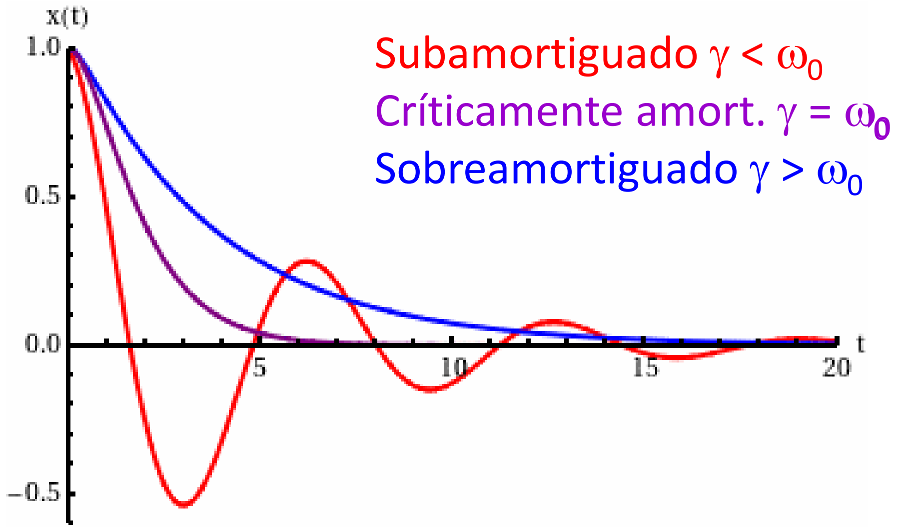
$$\boxed{\omega = \sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}}$$

Caracterización de las soluciones:

Descripción cualitativa:

- Si el rozamiento es "chico"
- Si el rozamiento es "grande"

$$\boxed{\omega = \sqrt{{\omega_0}^2 - \gamma^2}}$$



Si $\gamma < \omega_0$ el sistema está **SUBAMORTIGUADO** ⇨ **OSCILA**

Si $\gamma = \omega_0$ el sistema está **CRÍTICAMENTE AMORTIGUADO** ⇨ **NO OSCILA**

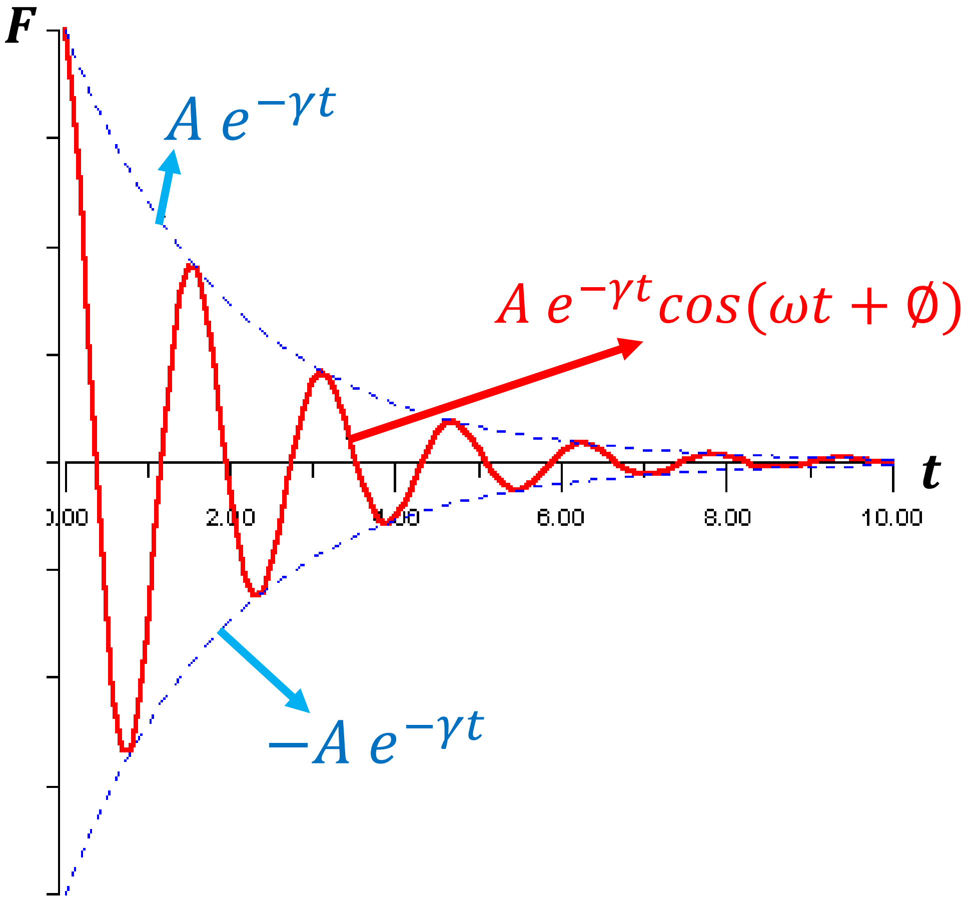
Si $\gamma > \omega_0$ el sistema está **SOBREAMORTIGUADO** ⇨ **NO OSCILA**

Movimiento Armónico Amortiguado

CASO SUBAMORTIGUADO:

$$\boxed{F(t) = F_A\, e^{-\gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$

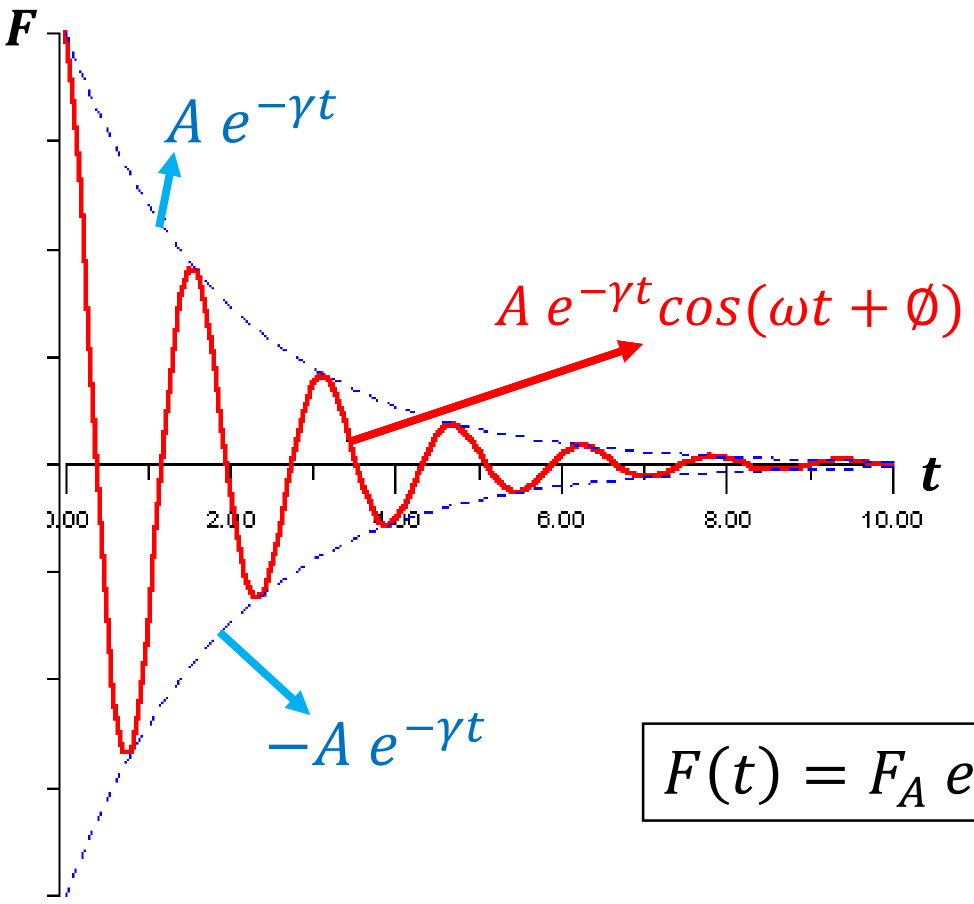
$$\omega = \sqrt{{\omega_0}^2 - \gamma^2} \text{ con } \gamma < \omega_0$$

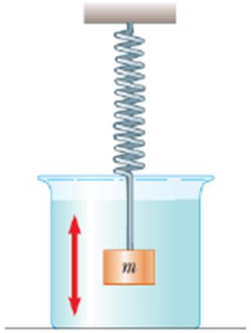


- Amplitud decae exponencialmente
- Parámetros:
  - ω y γ dependen de las características del sistema (masa, resorte, viscosidad)
  - A y ϕ dependen de las condiciones iniciales (cómo se lanza, velocidad y posición iniciales)
- Período de la oscilación subamortiguada: constante e independiente de la amplitud. $T = \frac{2\pi}{\omega} > T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$
- Tiempo característico: $\tau = \frac{1}{\gamma}$

CASO SUBAMORTIGUADO:

Objetivo: determinar el coeficiente de fricción de un fluido (γ) en un sistema masa-resorte.





Consideraremos tres métodos de análisis

$$\boxed{F(t) = F_A\, e^{-\gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$

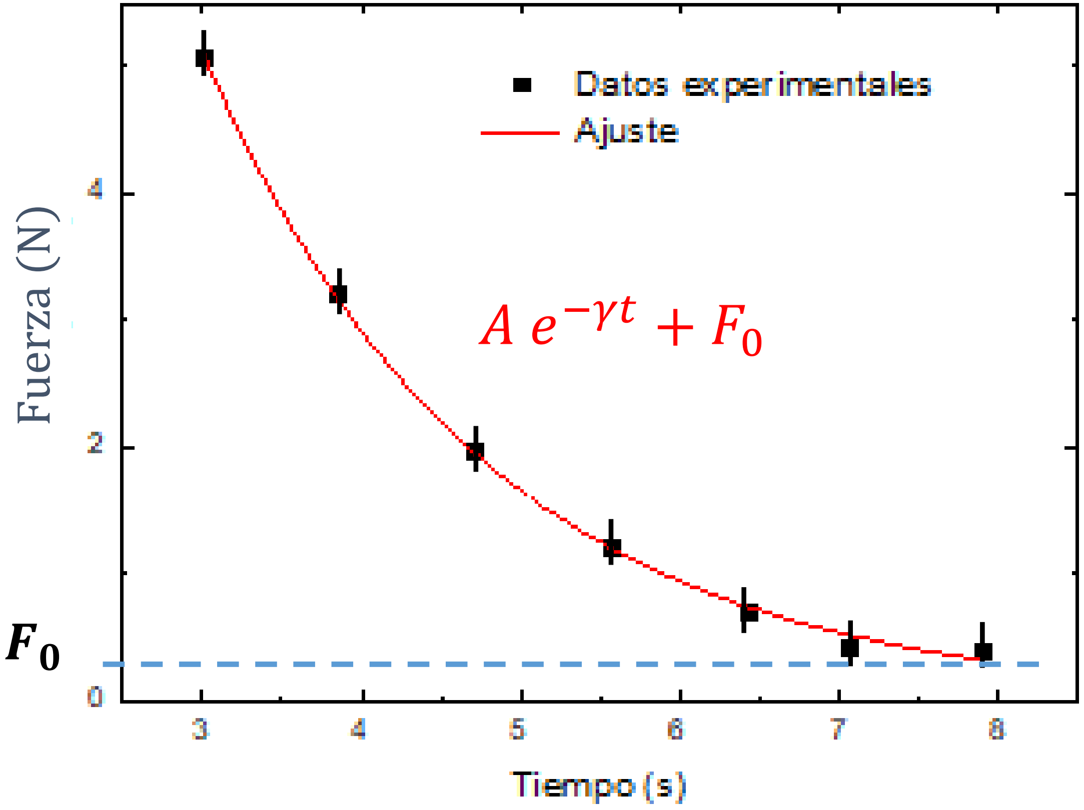
EXPERIENCIA

CASO SUBAMORTIGUADO:

Objetivo: determinar el coeficiente de fricción de un fluido (γ) en un sistema masa-resorte.

1. MÉTODO 1

- Identificar máximos (o mínimos) de F(t)
- Ajuste NO lineal



CASO SUBAMORTIGUADO:

Objetivo: determinar el coeficiente de fricción de un fluido (γ) en un sistema masa-resorte.

2. MÉTODO 2

- Identificar máximos (o mínimos) de F(t)
- Cambio de variable => **LINEALIZACIÓN**
- Ajuste lineal

$$F = F_A\, e^{-\gamma t} + F_0$$

$$\ln(F) = \ln(F_A e^{-\gamma t} + F_0)??$$

$$\ln(F - F_0) = \ln(F_A\, e^{-\gamma t})$$

$$\boxed{\mathbf{\ln(F - F_0) = \ln(F_A) - \gamma t}}$$

$$F = F_A e^{-\gamma t}$$

$$\ln(F) = \ln(F_A\, e^{-\gamma t})$$

$$\ln(F) = \ln(F_A) + \ln(e^{-\gamma t})$$

$$\boxed{\mathbf{\ln(F) = \ln(F_A) - \gamma t}}$$

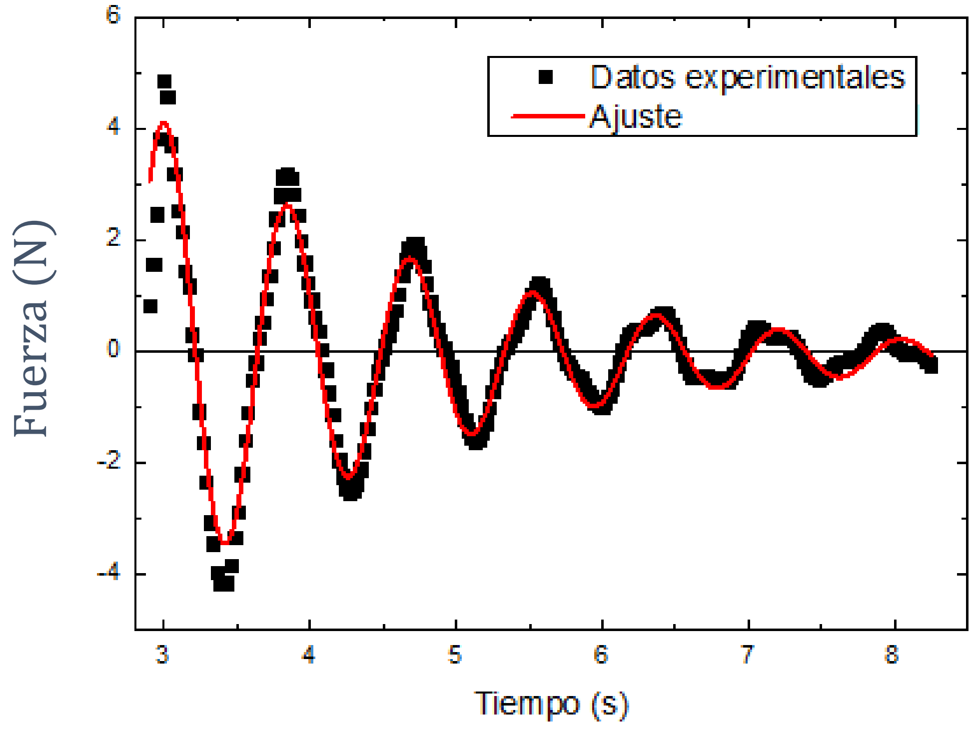
EXPERIENCIA

CASO SUBAMORTIGUADO:
Objetivo: determinar el coeficiente de fricción de un fluido (γ) en un sistema masa-resorte.

3. MÉTODO 3

- Ajuste NO lineal de la señal completa de F(t)

$$\boxed{F(t) = F_A\, e^{-\gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$



- Muchos parámetros
- Muchos mínimos locales
- No hay solución analítica, hay que resolver numéricamente por métodos iterativos.
- Sensible a valores iniciales de los parámetros de ajuste

ENTREGA 1ERO DE JUNIO HASTA LAS 14 HS

EN DISCORD: UN COLAB

1. De la Clase de Movimiento oscilación armónico simple

$\longrightarrow$ Figura del CASO ESTÁTICO con ajuste lineal y Figura de los residuos.

$\longrightarrow$ Reporte de los resultados de k (de los casos estático y dinámico). Sin Figura.

2. De la Clase de Movimiento oscilación amortiguado

$\longrightarrow$ Figuras de los métodos 1 y 2 con los ajustes y los residuos.

$\longrightarrow$ Reporte de los resultados de γ. Sin Figura