

## Laboratorio 1 (Físicos)

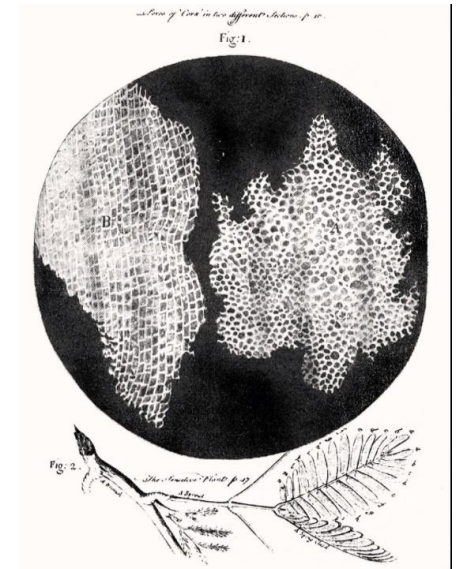
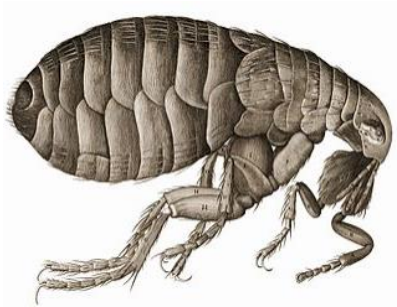
### Fuerzas Elásticas



- Fuerza elástica
- Potencial y oscilación alrededor de la posición de equilibrio
- El resorte y sus características
- Frecuencia de oscilación
- Método estático (equilibrio)
- Método dinámico (oscilación)
- Ajustes no lineales

En ~1660 ...

“ceiinossstuv”



Themed Issue Paper

## The lost portrait of Robert Hooke?

LAWRENCE R. GRIFFING 

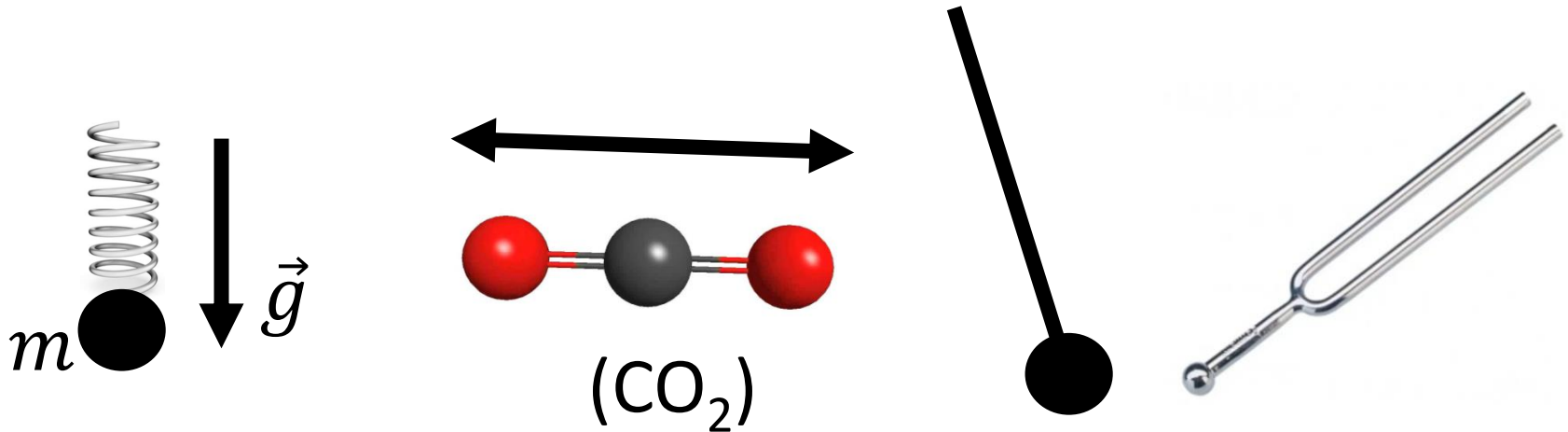
First published: 09 September 2019 | <https://doi.org/10.1111/jmi.12828> | Citations: 1

# La fuerza elástica

*“Ut tensio, sic vis”*

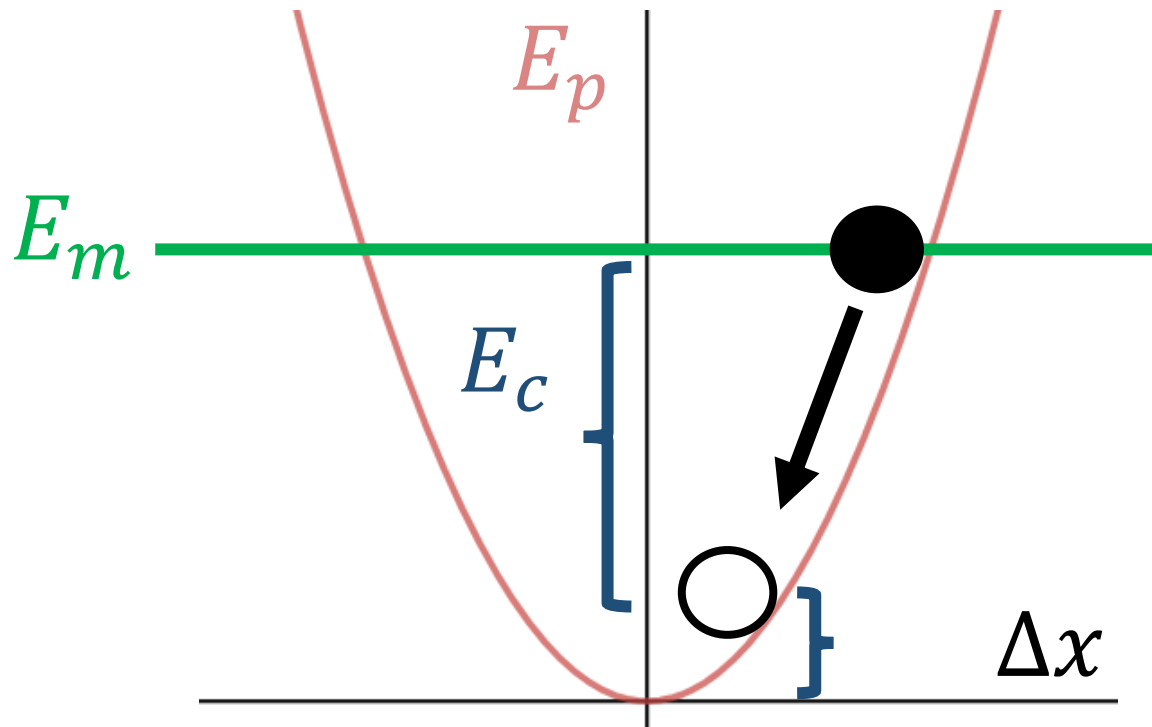
- Proporcional al desplazamiento
- Es restitutiva
- Ejemplos:

$$\vec{F} = -k \Delta \vec{x} \quad [k] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



## El potencial elástico

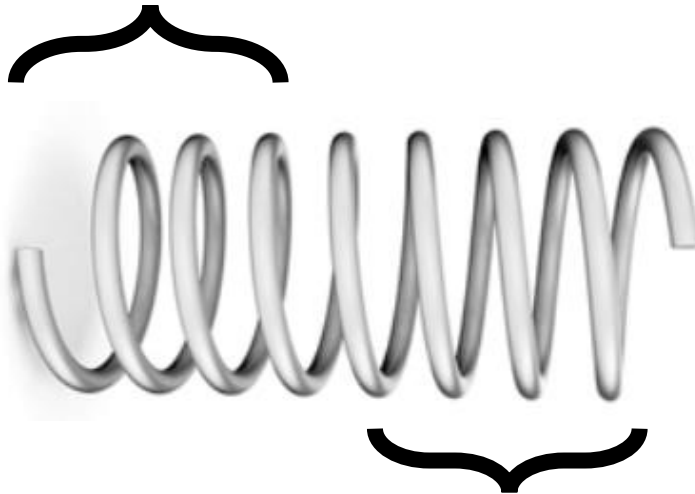
$$E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \quad (E_p = -\int \vec{F}_{el} \cdot d\vec{x})$$



## El resorte: ley de Hooke

$$\vec{F} = -k \Delta \vec{x}$$

$l_0$ : longitud natural



$k$ : constante elástica

$\Delta x$

Elongación o compresión



## Un momento...

¿¿ los sólidos no puntuales también ??

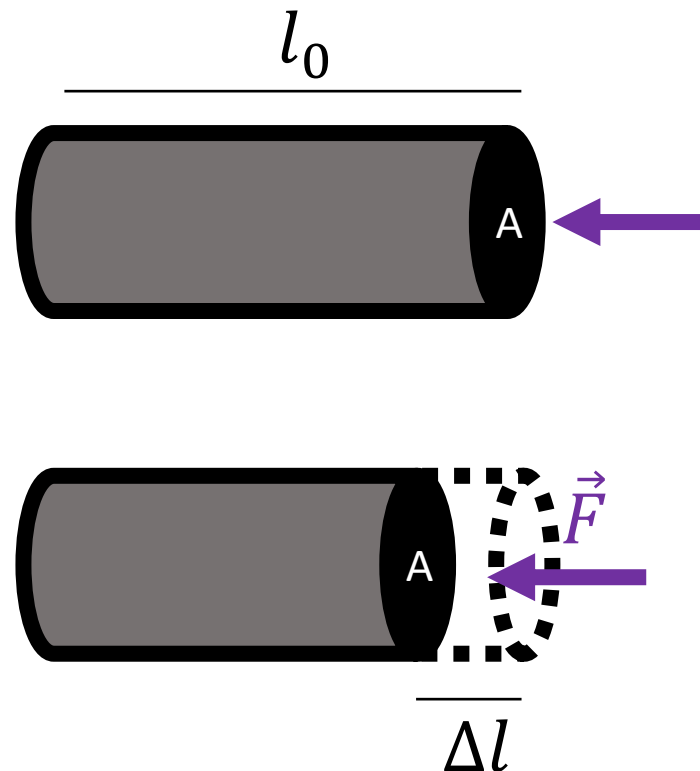


- Deformar sólidos también tiene una respuesta elástica  $\longrightarrow$  **generalización de la Ley de Hooke**



## Un momento...

¿¿ los sólidos no puntuales también ??

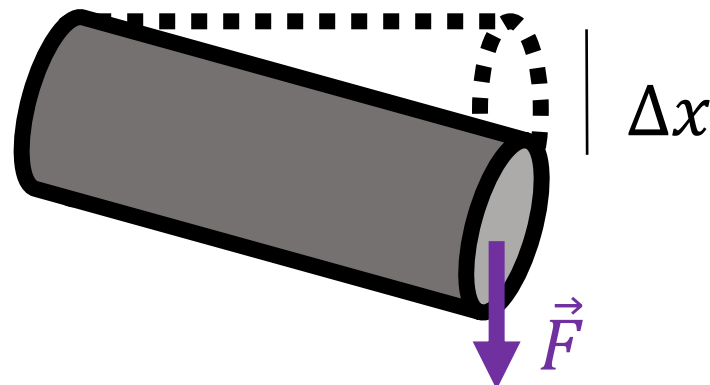
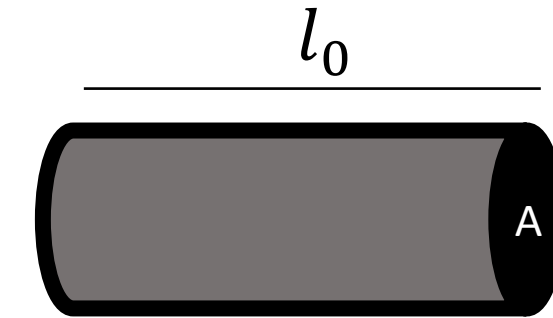


$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l_0}$$

“E: Módulo de Young”

## Un momento...

¿¿ los sólidos no puntuales también ??



$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{l_0}$$

“G: Módulo de corte”

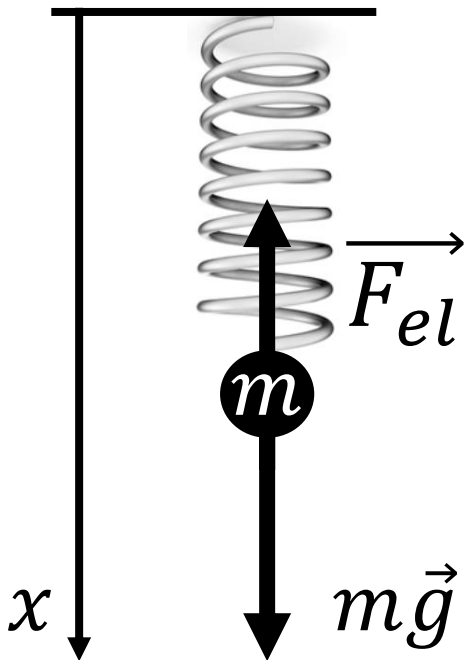
## Determinación de k

En  $\hat{x}$ :

$$F_{el} = -k (x - l_0)$$

$$F_g = mg$$

$$F_g + F_{el} = ma$$

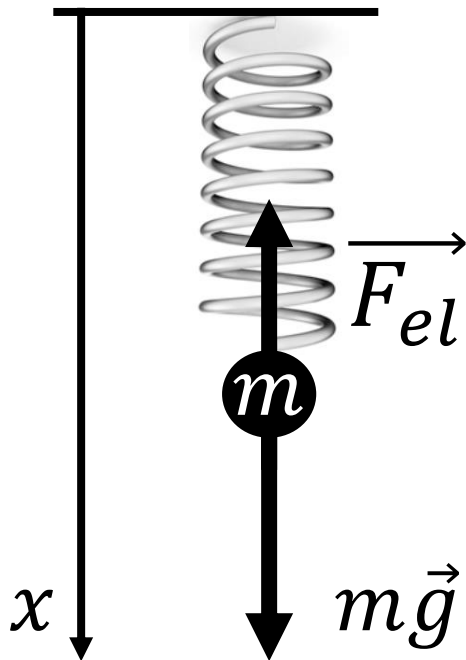


## Determinación de $k$ : Método estático

Equilibrio:  $a = 0$

En  $\hat{x}$ :

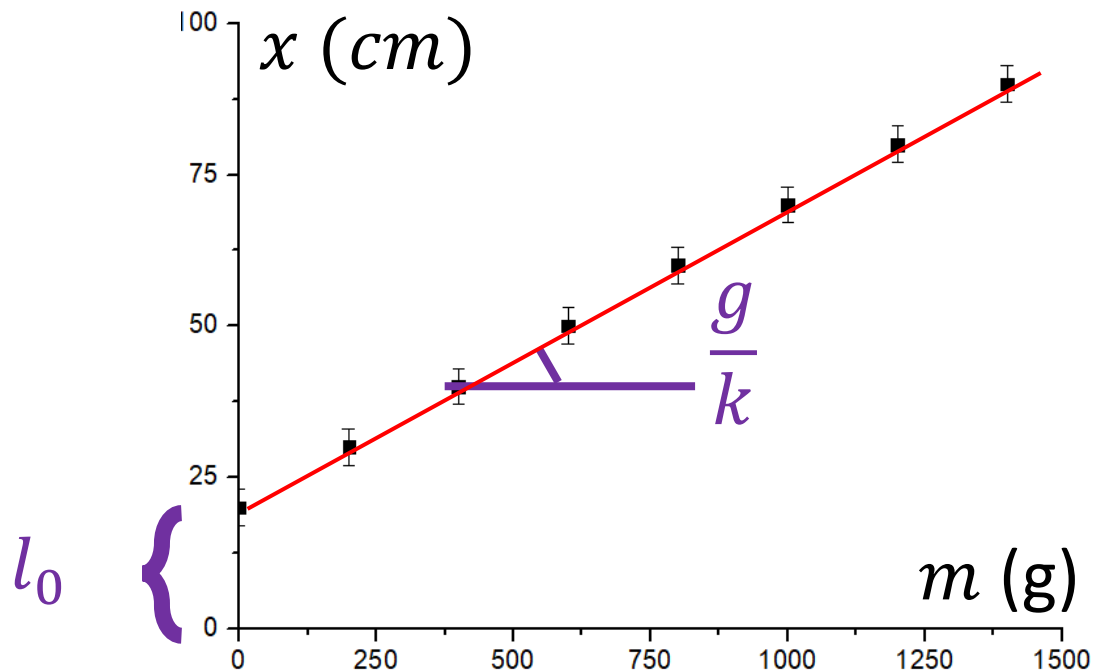
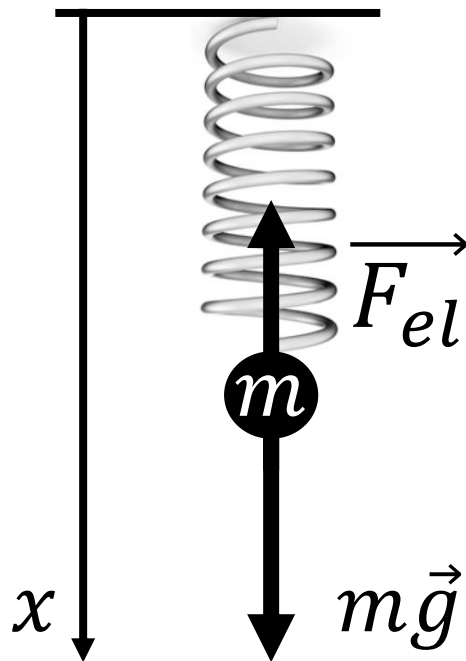
$$F_g + F_{el} = ma = 0$$
$$mg - k(x - l_0) = 0$$



$$x(m) = \frac{g}{k} m + l_0$$

## Determinación de $k$ : Método estático

$$x(m) = \frac{g}{k} m + l_0$$



## Determinación de $k$ : Método dinámico

No equilibrio:  $a \neq 0$

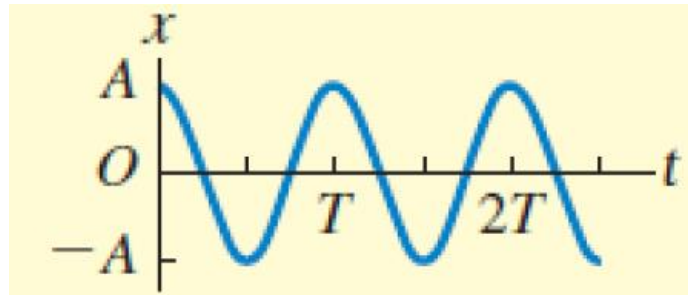
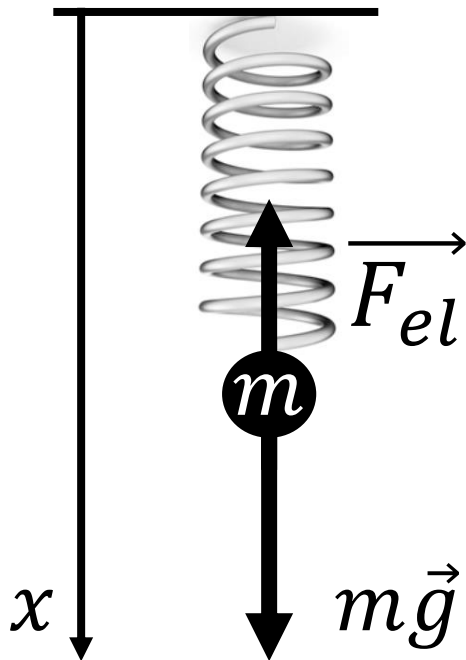
En  $\hat{x}$ :

$$F_g + F_{el} = ma$$

$$mg - k(x - l_0) = m\ddot{x}$$

(... cuentas) **Oscilación**

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$



$$\omega = \sqrt{k/m}$$

$$T = 2\pi / \omega$$

## Determinación de k: Método dinámico

$$T(m) = 2\pi\sqrt{m/k}$$

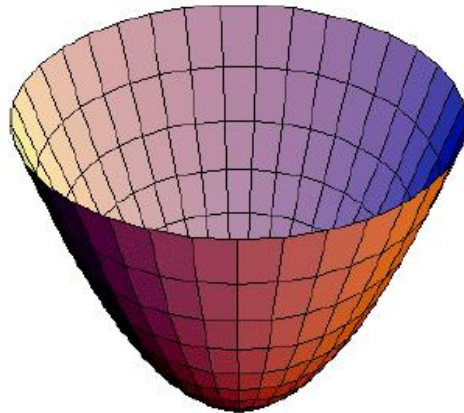
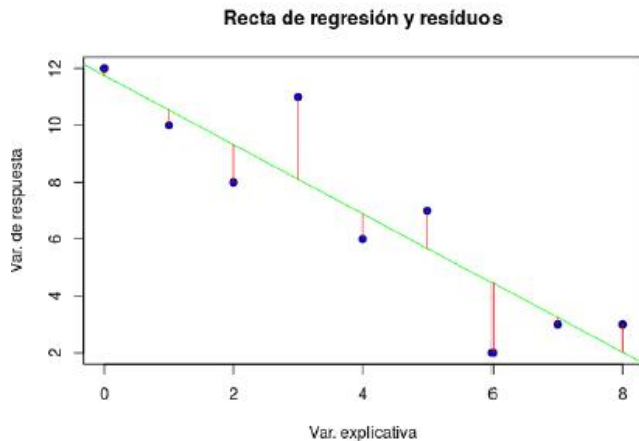
1. Mido T para varias masas.
2. Linealizo
3. Ajusto y despejo k



# Ajuste lineal vs Ajuste no lineal

# Ajuste lineal

Minimizamos  $S^2$

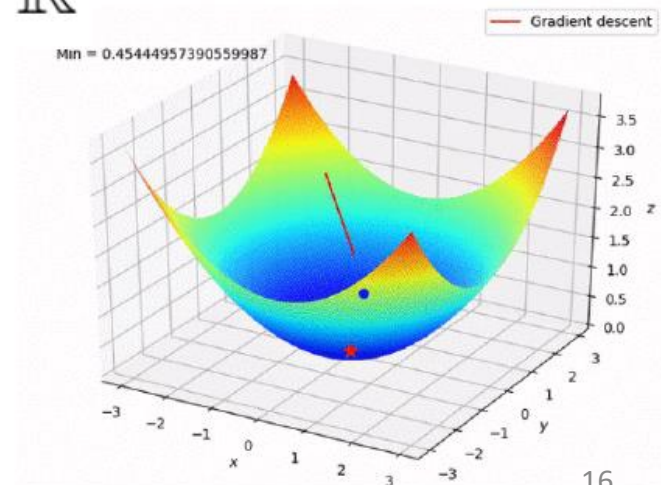


- $a, b$  parámetros libres
- Un único mínimo
- Existe una solución analítica (derivando e igualando a 0)

$$S^2 = \sum_i^N \delta_i^2 = \sum_i^N [y_i - f(x_i)]^2$$

$$S^2 = \sum_i^N [y_i - (a \cdot x_i + b)]^2$$

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

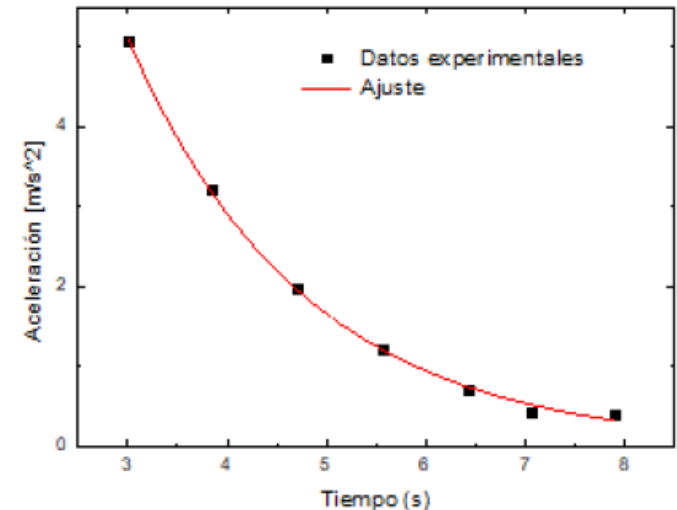
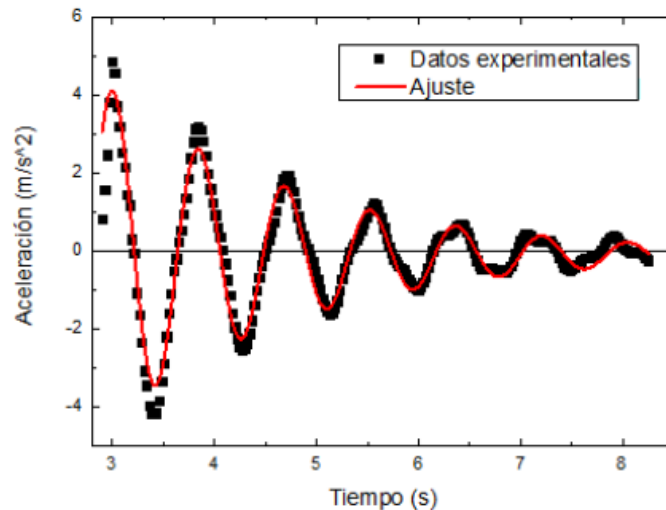


## Ajuste NO lineal

También minimizamos  $S^2$

$$f : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$$

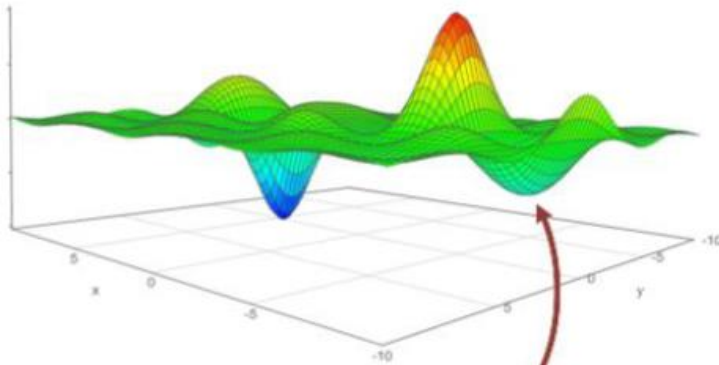
$$S^2 = \sum_i^N [y_i - f(x_i)]^2$$



- Muchos parámetros
- Muchos mínimos locales
- No hay solución analítica, hay que resolver numéricamente
- Sensible a valores iniciales de los parámetros de ajuste



## Ajuste NO lineal



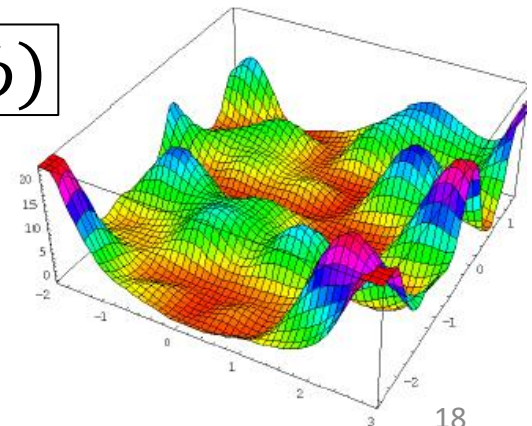
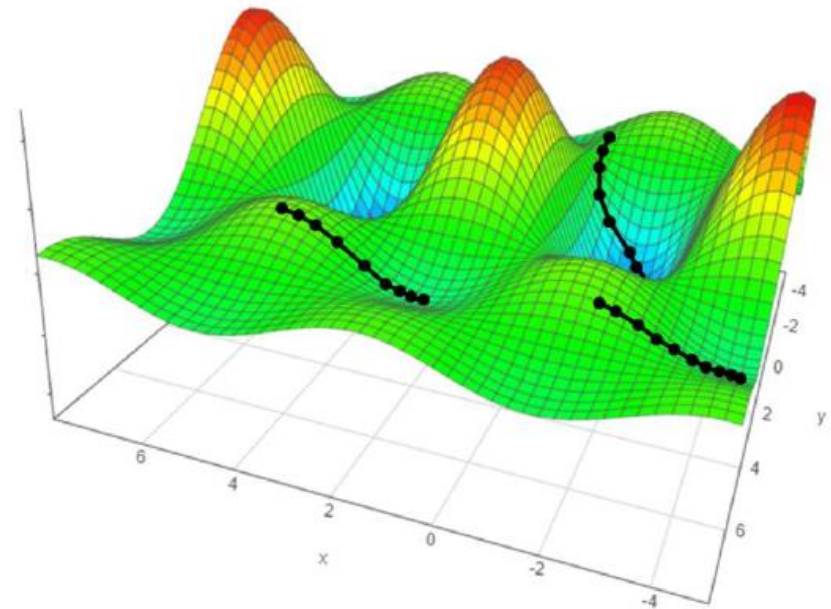
*Poor local minimum*

$$S^2 = \sum_i^N [y_i - f(x_i)]^2$$

Ej.:

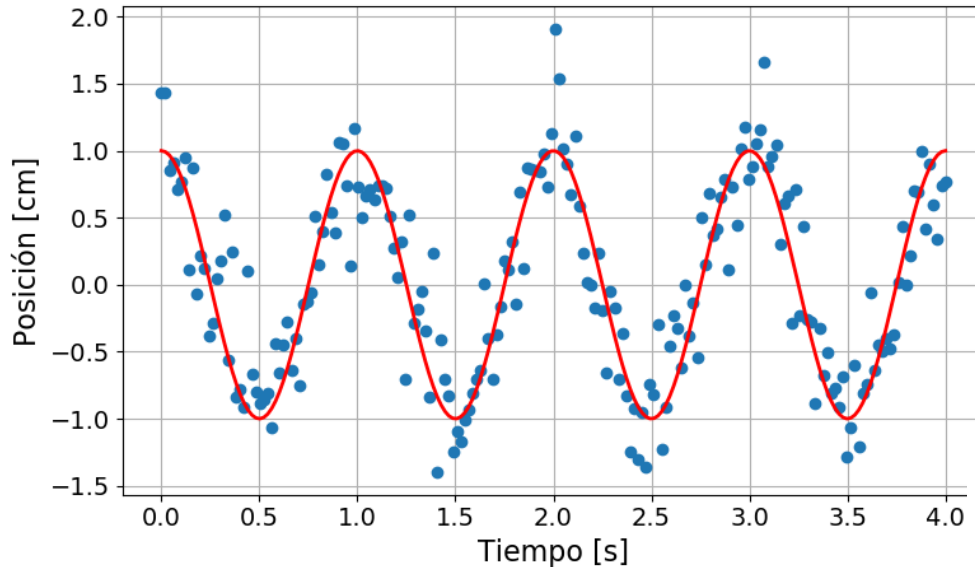
$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

- Muchos parámetros
- Muchos mínimos locales
- No hay solución analítica, hay que resolver numéricamente
- Sensible a valores iniciales de los parámetros de ajuste





## Ajuste NO lineal: ejemplo

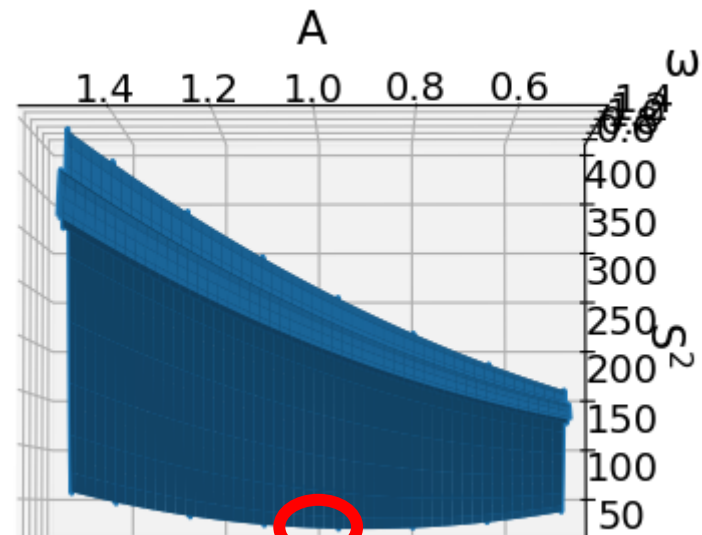
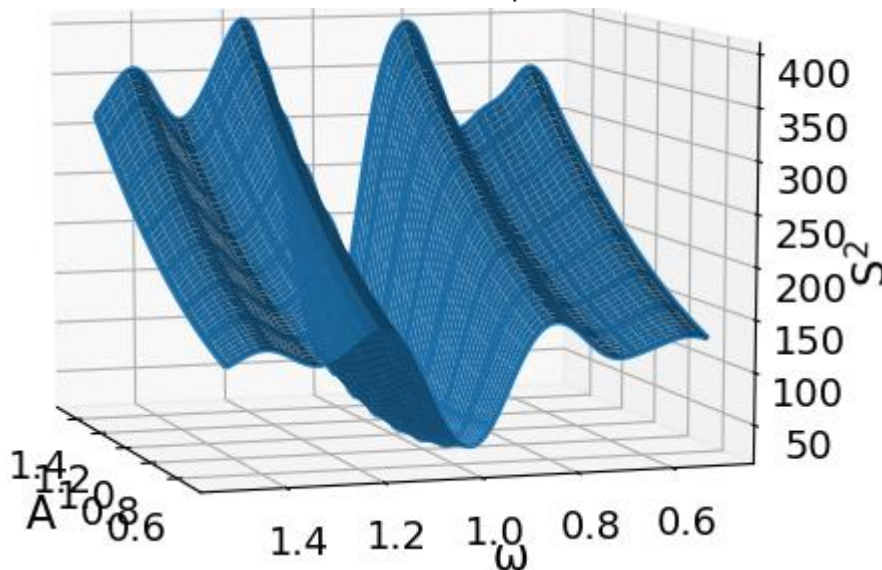


Datos experimentales:

$$x(t) = \cos(t) + e_i$$

Curva de ajuste:

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$



Mínimo global  $A = 1, \omega = 1$

## Ajuste NO lineal: consideraciones

- 1. Estimar los parámetros iniciales**  
cuanto más cerca estén de los valores óptimos, mejor va a ser la convergencia del algoritmo.
- 2. Fijar límites para los parámetros**  
para obtener mejores resultados, fijar límites permite evitar regiones de parámetros que no sean útiles (por ejemplo frecuencias y amplitudes negativas)
- 3. Graficar**  
un gráfico es fundamental para evaluar si el algoritmo convergió a algo razonable.

## Agradecimientos

- Agradecemos las diapositivas compartidas por la Dra. Laura Ribba, Santiago Estévez Areco y docentes de Física 1 (Q) 1c 2020