Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2023

Mediciones Directas
Incertidumbres Estadística

Lucía Famá, Germán Patterson,
Lucia Novacovsky,
Luciana Martínez, Anael Zurdo

REPASO DE LA CLASE PASADA …

NUESTRO OBJETIVO!!!

Obtener una expresión VÁLIDA del **resultado de una MF**

$$\boxed{x = (\bar{x} \pm \Delta x)\ Ud.}$$

$\boldsymbol{\bar{x}}$**:** Valor más representativo (x_0)

Δx: Incerteza o error Absoluto

Clase de Medición

Fuentes de incertezas

Mediciones Directas (MD)

1 = Pesa como fuente de incerteza el error INSTRUMENTAL

1 - Si tengo 1 dato ⇨ $\bar{\boldsymbol{x}}$ = número leído en el instrumento

⇨ $\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{\sigma_{ap}}$ ⇨ $x = \left(\bar{x} \pm \sigma_{ap}\right) Ud.$

Peeeeero …. ***JAMÁS MEDIR UNA SOLA VEZ UNA MF !!!!***

2 – Si tengo más de 1 medida y los datos se encuentran **DENTRO del intervalo de confianza** $\left[\bar{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{\sigma_{ap}}\,, \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\sigma_{ap}}\right]$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\Delta \boldsymbol{x} = \boldsymbol{\sigma_{ap}}$$

Expresión del Resultado

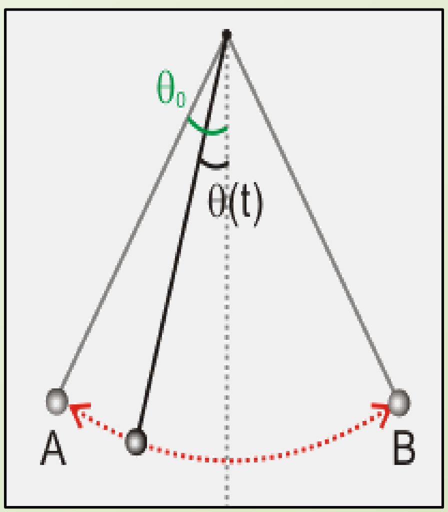
$$x = \left(\bar{x} \pm \sigma_{ap}\right) Ud.$$

Mediciones Directas (MD)

3 = Pesa como fuente de incerteza el error ACCIDENTAL

3 - Si mido más de 1 vez y los datos se encuentran **FUERA del intervalo de confianza** $\left[\bar{x} - \sigma_{ap} , \bar{x} + \sigma_{ap}\right]$

¿Cuál es el valor de T? ⇨ $T = (\bar{T} \pm \Delta T)\, Ud.$



13,10 s	13,19 s	13,16 s
13,14 s	13,15 s	13,11 s
13,20 s	13,21 s	13,16 s

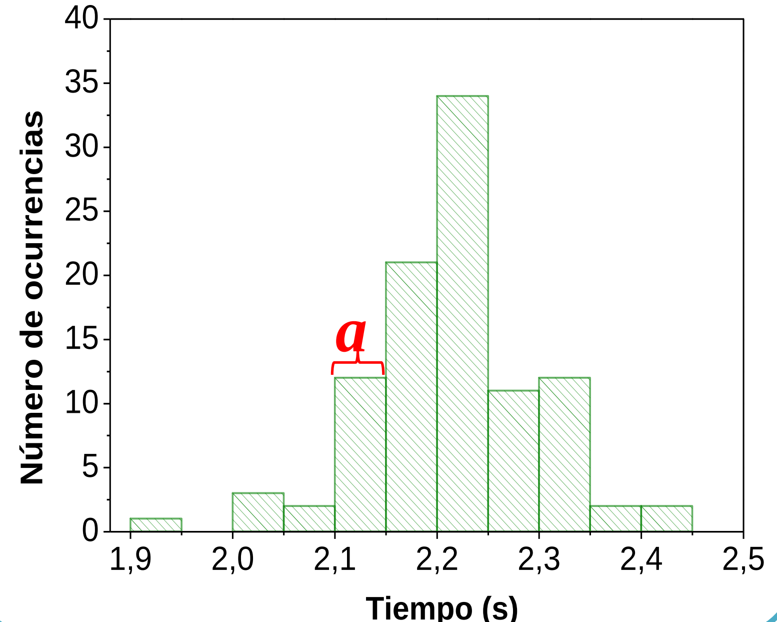
resolución $0{,}01\ s$

¿Cómo calculamos ΔT si existe una fuente de error accidental?

Distribución de datos - Histogramas

Histograma → Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

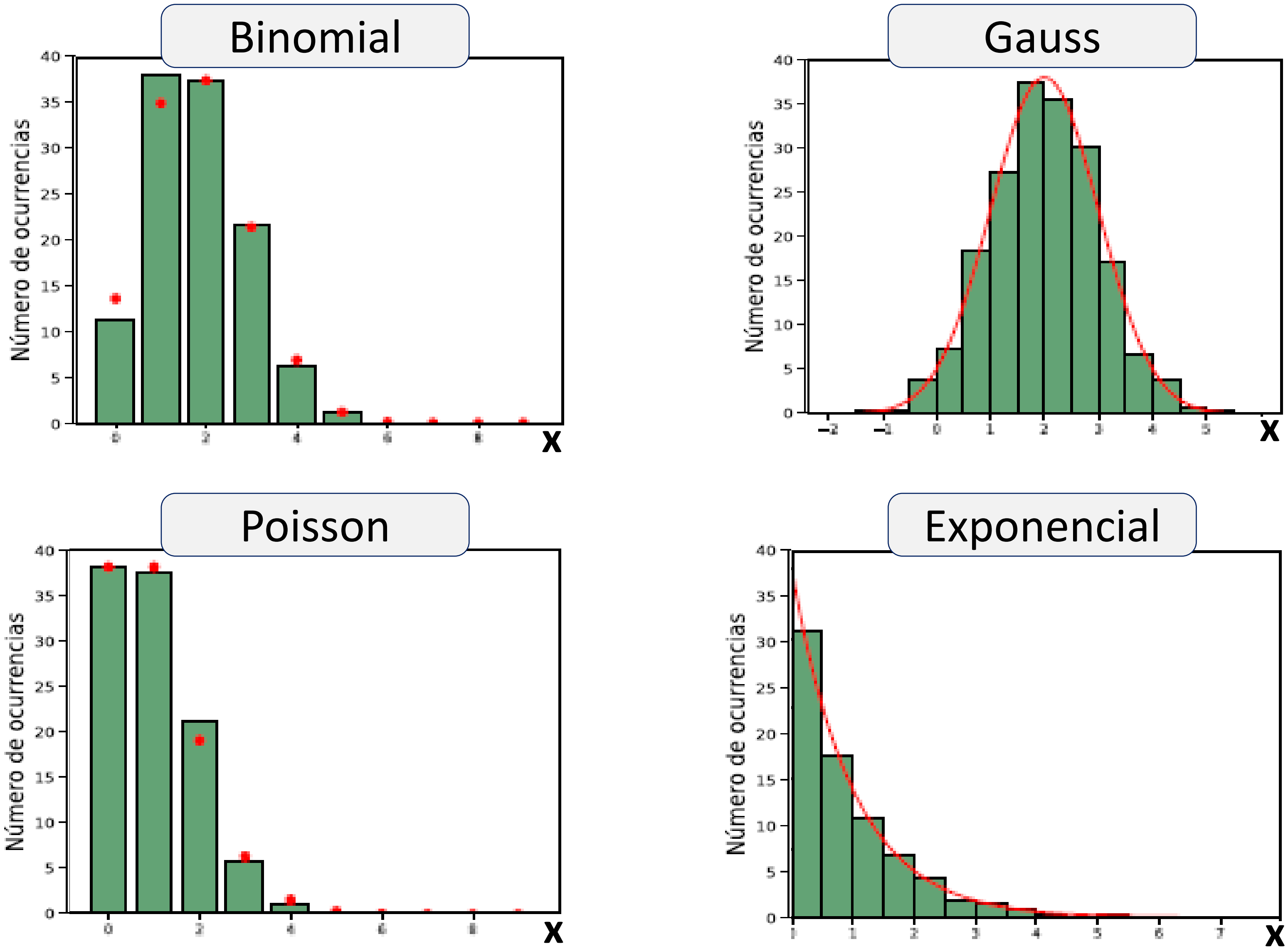
- Número total de medidas: $\boldsymbol{N}$
- Rango: $[x_{min}, x_{max}]$
- Intervalo de clase (bin): $\boldsymbol{a}$
- 1[er] intervalo: $[x_{min}, x_{min+a})$
- Último intervalo: $[x_{max-a}, x_{max}]$



Regla de Sturges: Estima la cantidad (C) de intervalos de clase

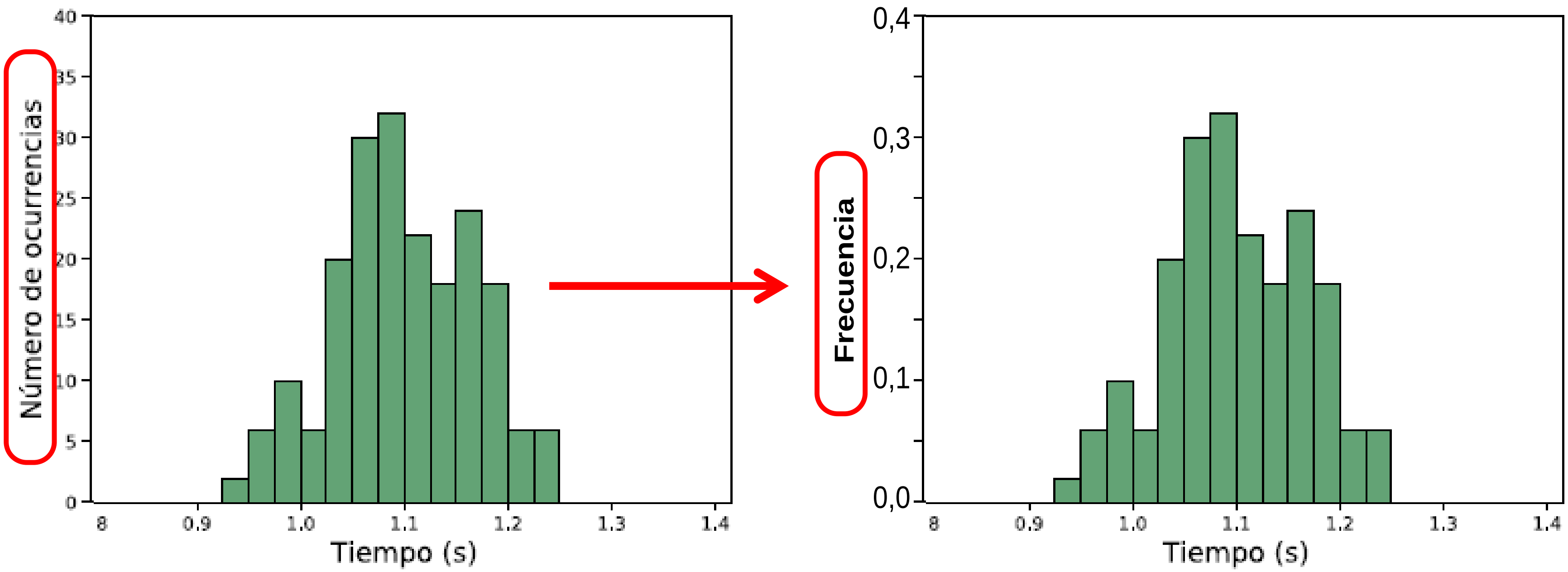
$$\boxed{C = 1 + log_2(N) = 1 + 3{,}322\ \ln(N)}$$

Ejemplos de distribuciones



Para poder comparar Histogramas

$$\frac{Nº\ Ocurrencias}{N} = Frecuencia$$



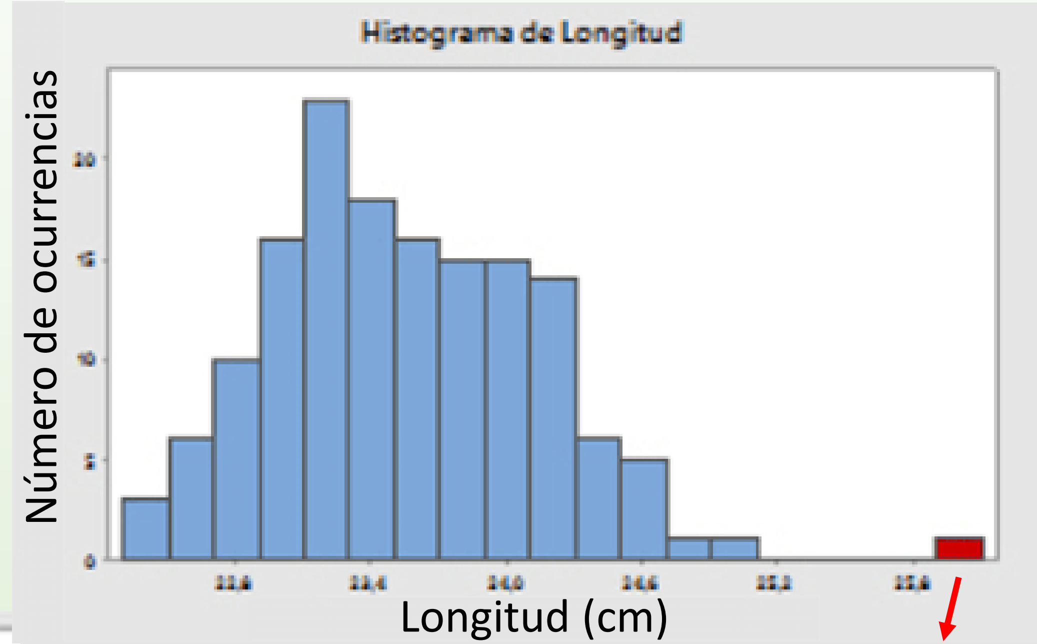
Condición de Normalización

$$\sum_j Número\ de\ ocurrencias_j = N$$

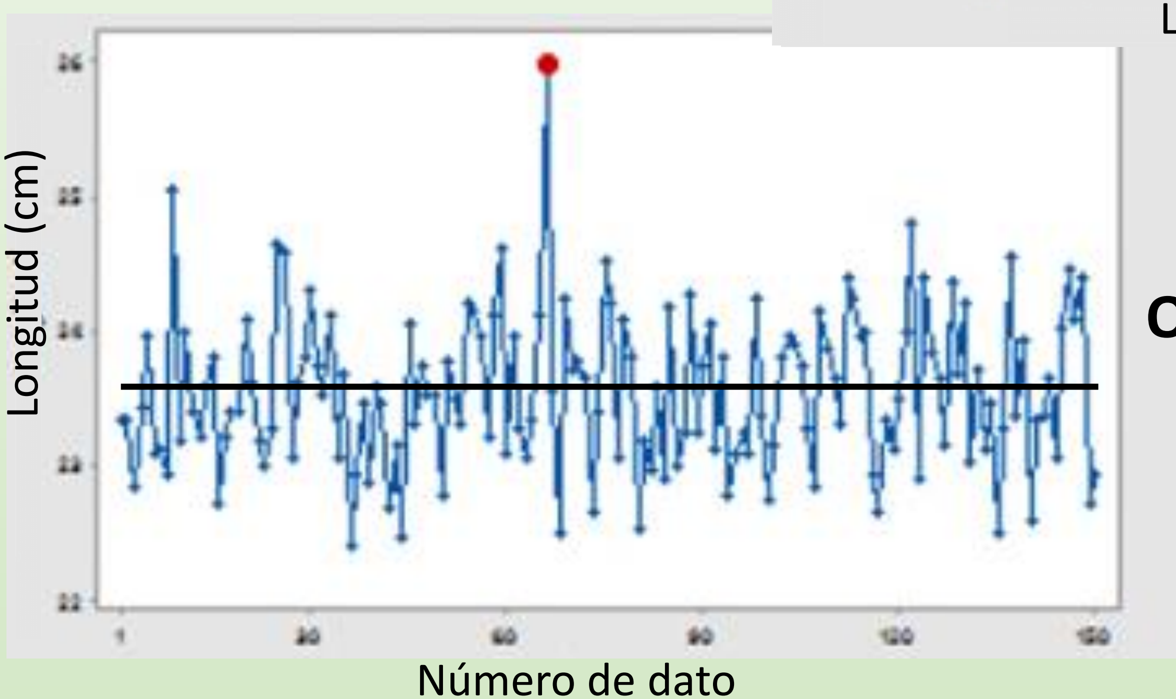
$$\sum_j F_j = 1$$

Cuánta info me da un Histograma!

Un Ejemplo con los datos ordenados de menor a mayor



Medida “raras”



Oscila alrededor de la Media

Distribución de Probabilidades

Supongamos que tomamos
***N* mediciones** de una MF $\longrightarrow \{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un **dado N = 100 veces**

Medición #	Cara del dado
1	2
2	6
3	1
…	…
99	4
100	1

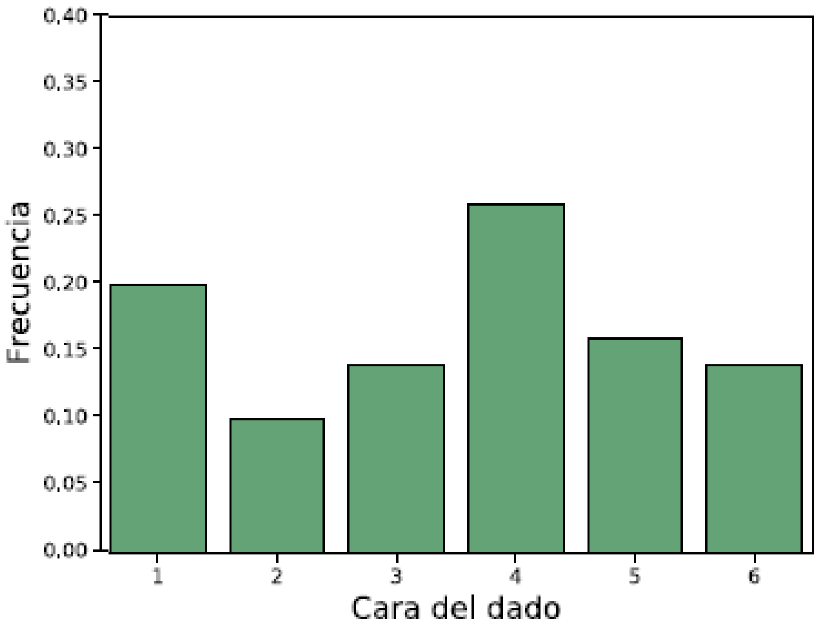
Medir el **período de un faro N = 100 veces**

Medición #	Tiempo (s)
1	1,02
2	0,98
3	1,07
…	…
99	1,22
100	1,10

Distribución de Probabilidades

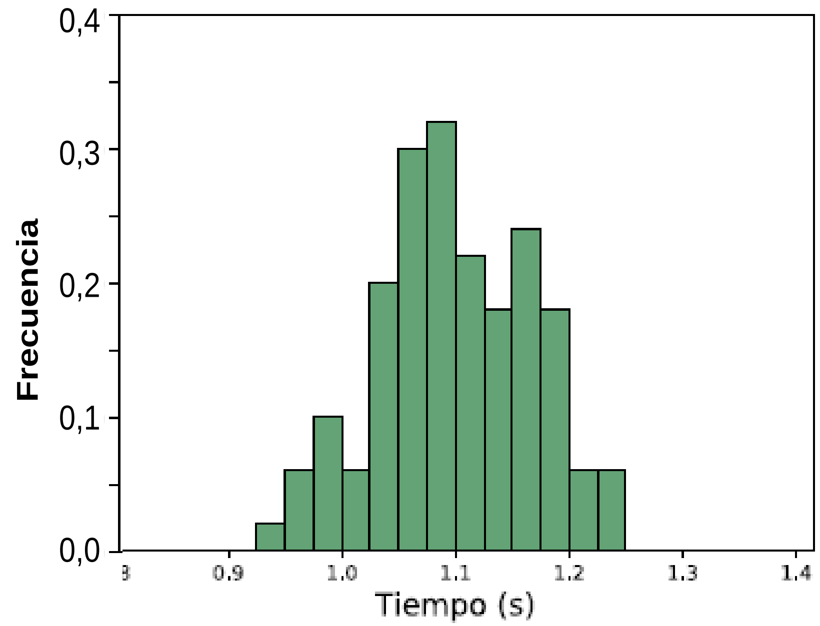
¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un **dado N = 100 veces**



Medir el **período de un faro N = 100 veces**

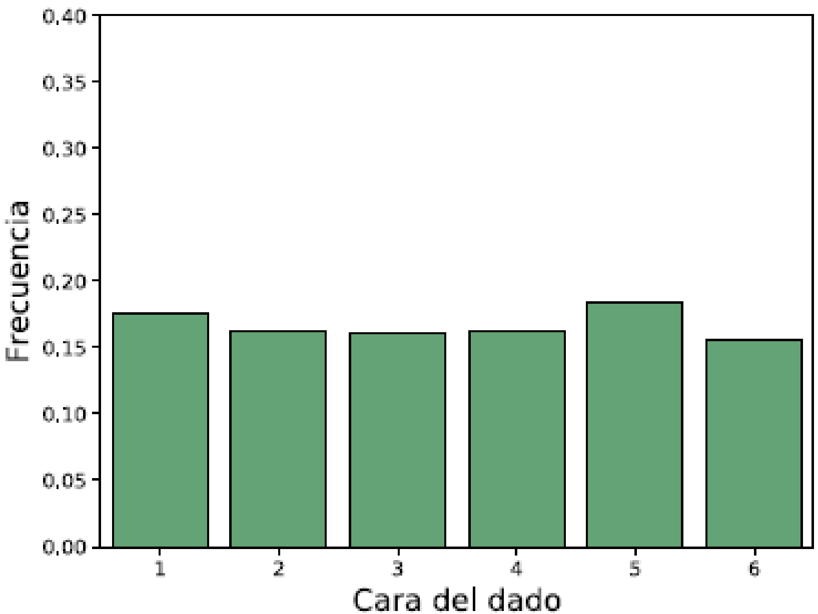
N = 100



Distribución de Probabilidades

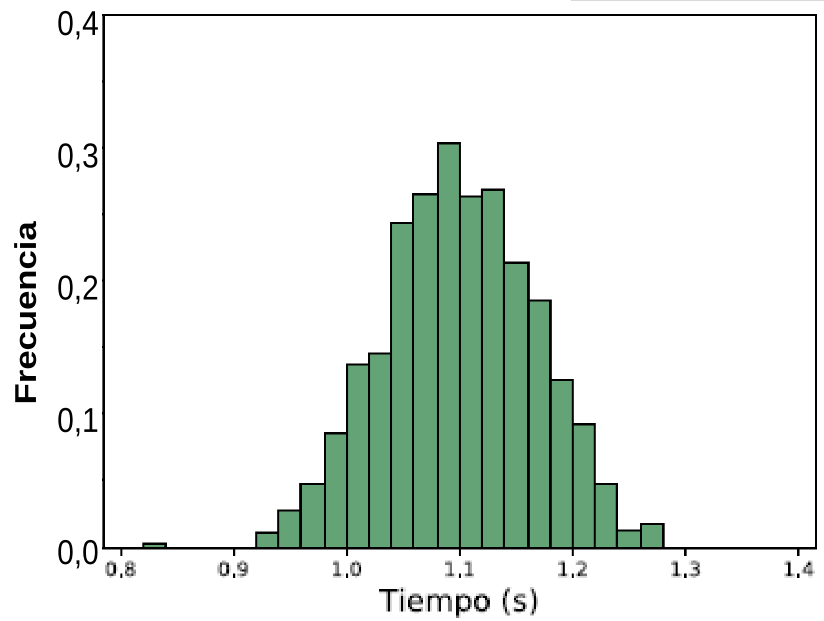
¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un **dado N = 1000 veces**



Medir el **período de un faro N = 1000 veces**

N = 1000



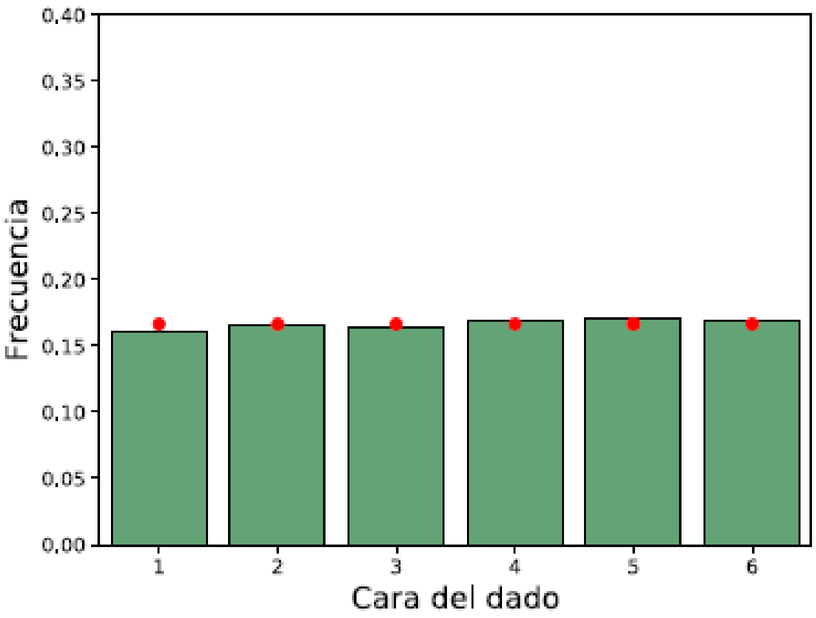
Distribución de Probabilidades

¿Cómo se distribuyen los datos?

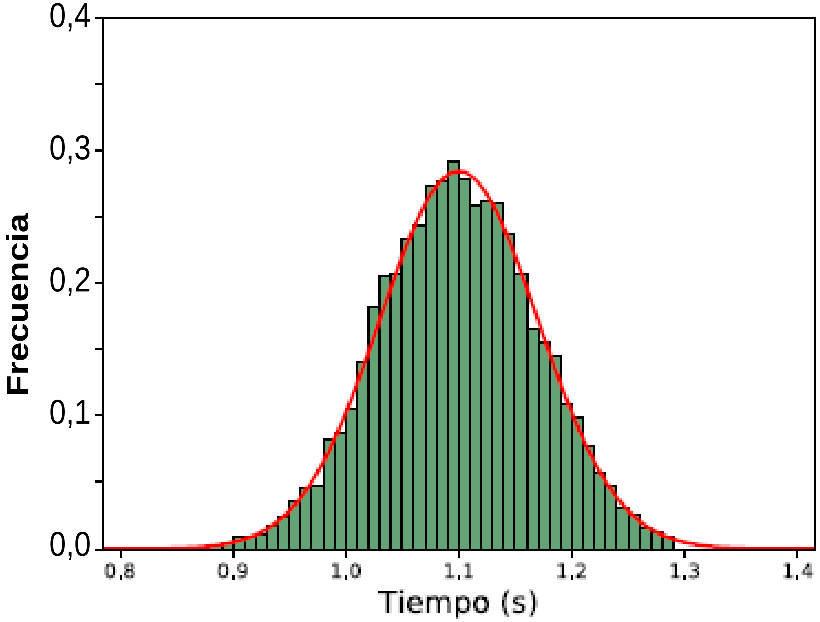
Tirar un **dado N = 10000 veces** Medir el **período de un faro N = 10000 veces**

Distribución de probabilidades

N = 10000



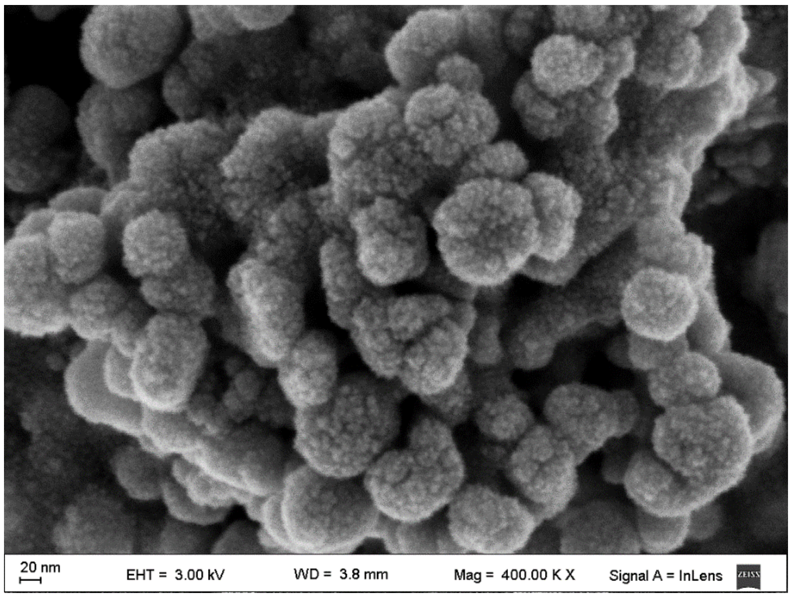
Discreto



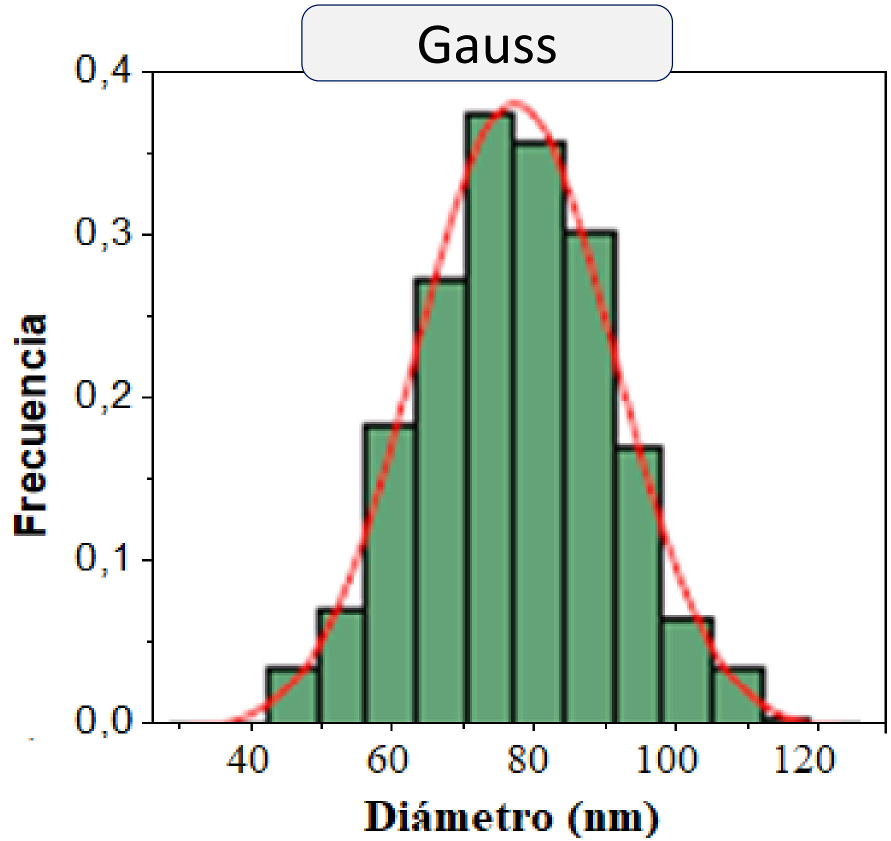
Continuo

Distribución Gaussiana

Microscopía electrónica de barrido (SEM)



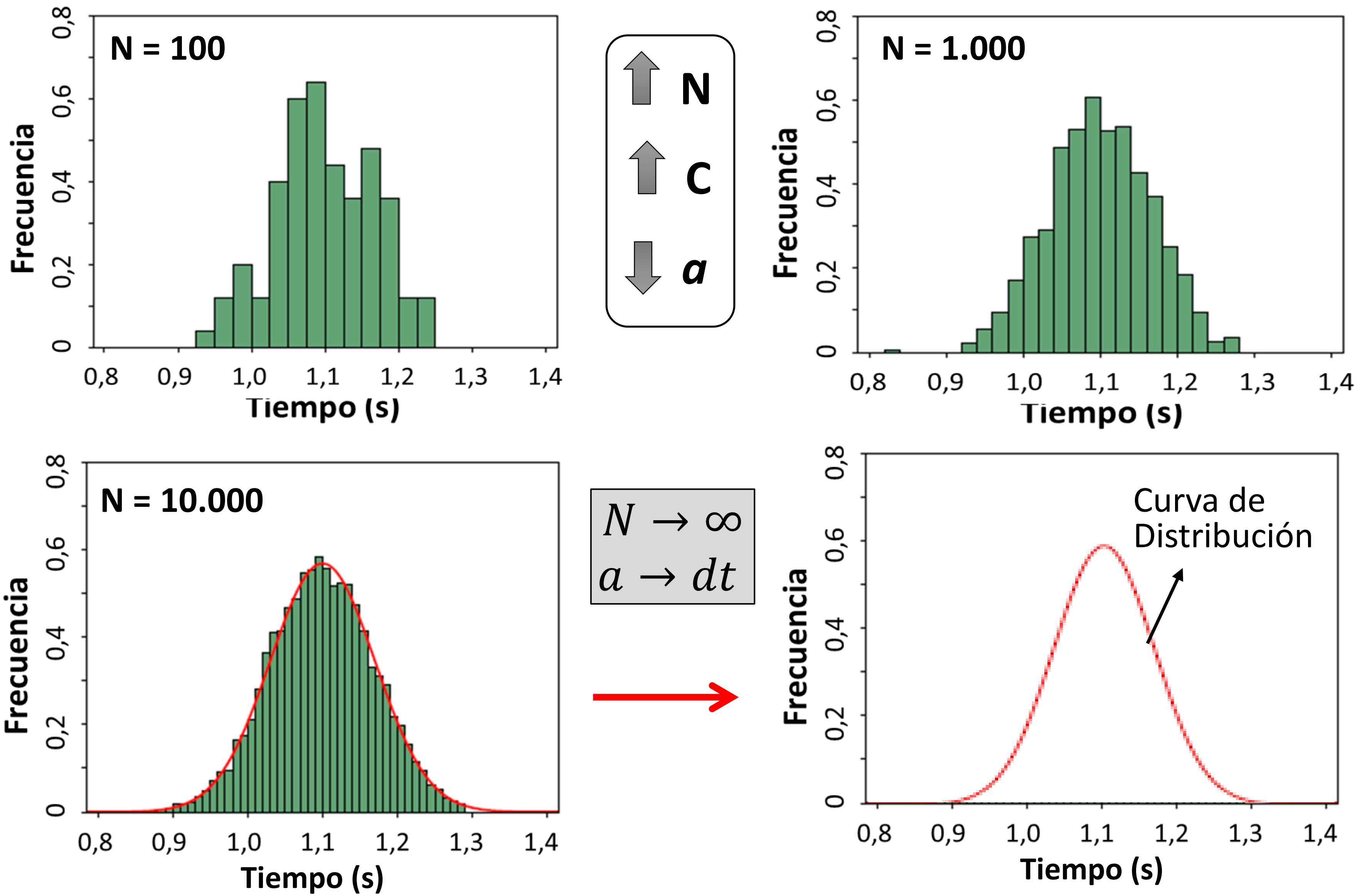
Nanopartículas de Plata sintetizadas con almidón (AgNP). *Trabajo del LP&MC*



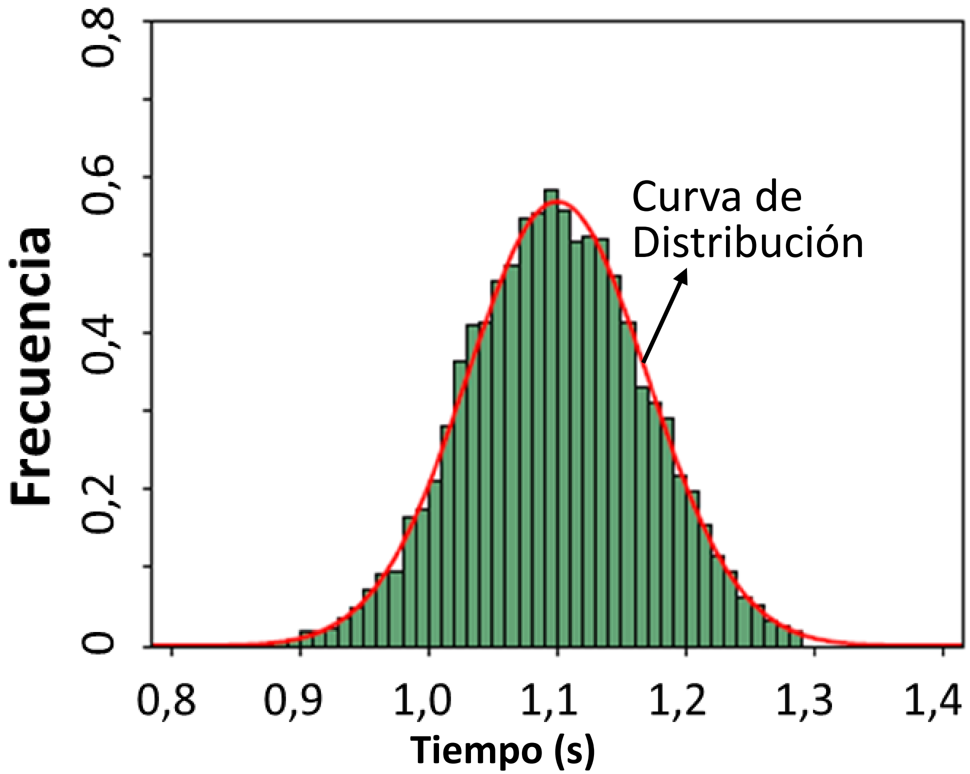
¿Si aumenta N?

$$\boxed{C = 1 + 3{,}322\ln(N)}$$

[Regla de Sturges]



¿Si aumenta N?



$$N \to \infty$$

$$a \to dt$$

$$F_i \to f(t)dt$$

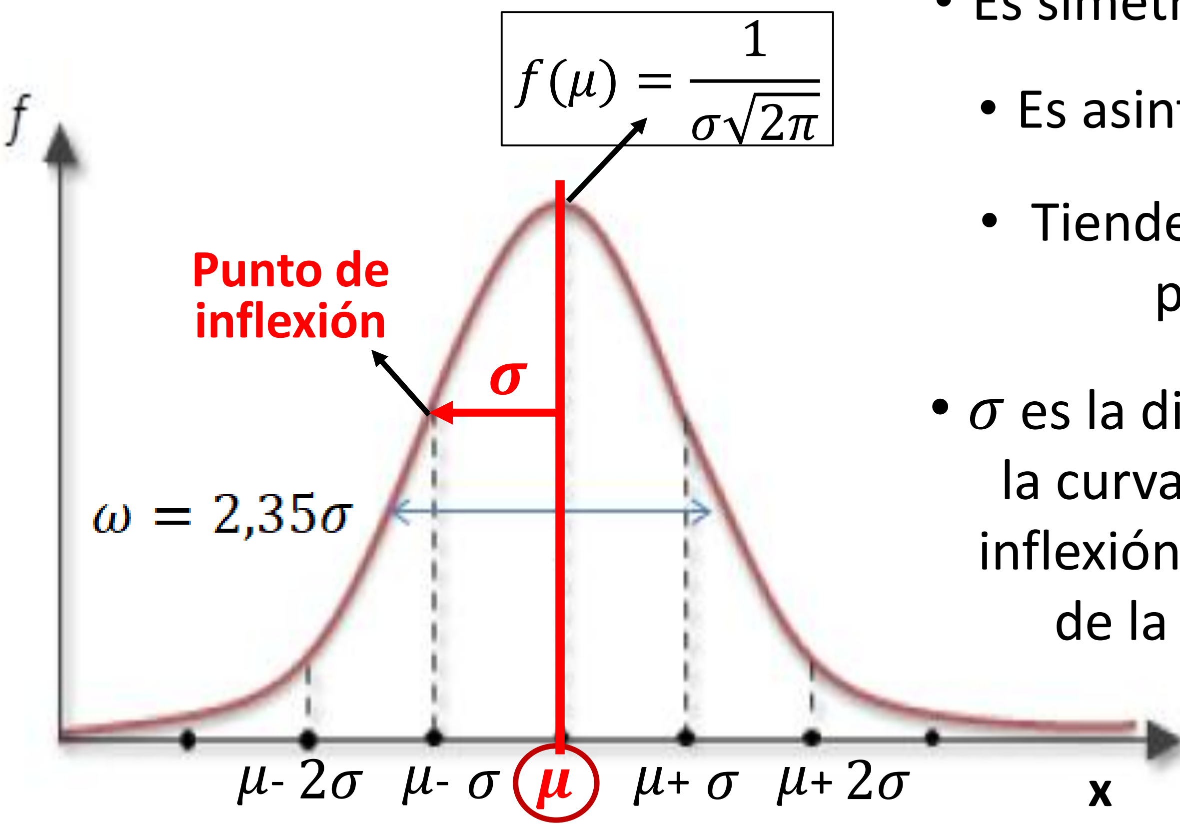
$f(t)$: *Función de distribución de probabilidades*

Condición de Normalización

$$\sum_i F_i = 1 \to \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)dx = 1$$

Función de distribución: Gauss

$$f(x) = \frac{1}{\boldsymbol{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\boldsymbol{\mu})^2}{2\boldsymbol{\sigma}^2}\right)$$



Algunas Propiedades

- Está centrada en $x = \mu$.
- Es simétrica respecto de su media
- Es asintótica al eje de abscisas
- Tiende exponencialmente a 0 para $|x - \mu| \gg \sigma$.
- σ es la distancia de la media hasta la curva a la altura del punto de inflexión, y da una idea del ancho de la curva de distribución.

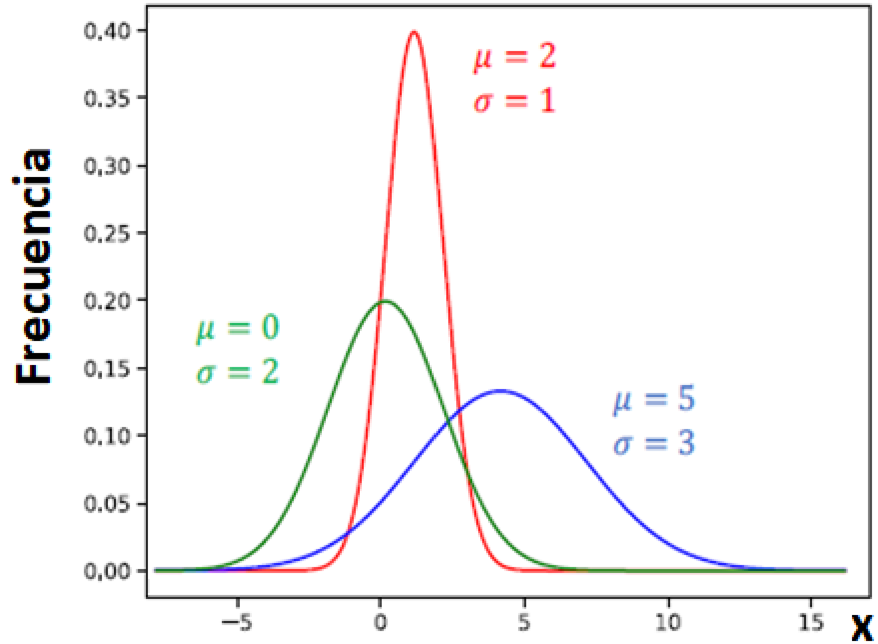
Función de distribución: Gauss

$$f(x) = \frac{1}{\boldsymbol{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\boldsymbol{\mu})^2}{2\boldsymbol{\sigma}^2}\right)$$

Función de distribución de 3 Muestras

$\boldsymbol{\mu}$ Corrimiento en x hacia la derecha

$\boldsymbol{\sigma}$ Aumento del ancho de la distribución

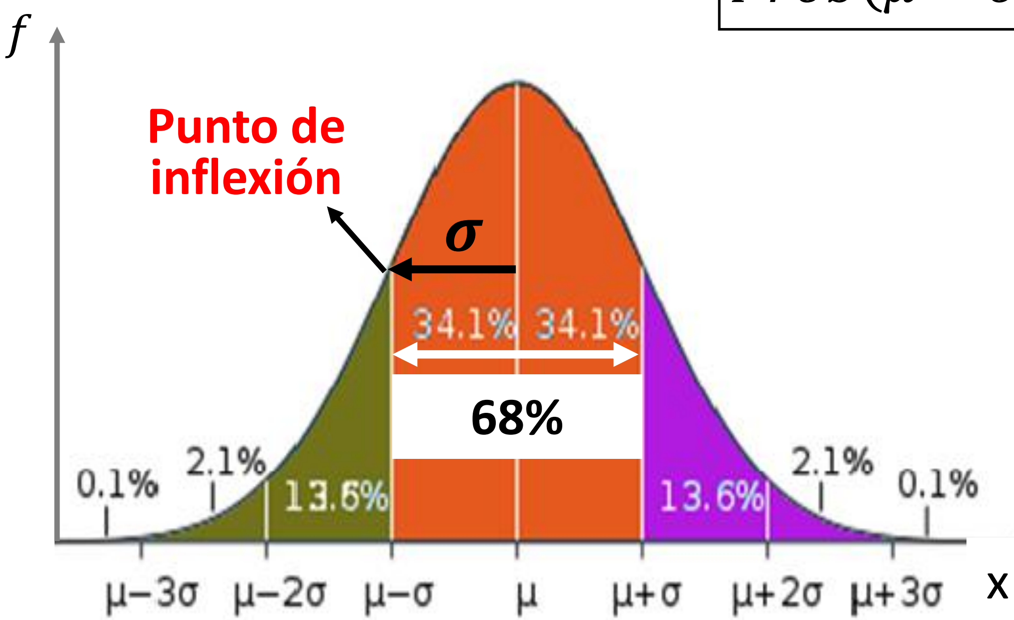


Si realizamos una nueva medición x_i, ¿Cual será la probabilidad de encontrarla en el intervalo $\boldsymbol{\mu - \sigma \leq x_i \leq \mu + \sigma}$?

$$\boxed{Prob(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} dx}$$

$$\boxed{Prob(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) \cong \mathbf{0,6827}}$$

68%



1 Serie de mediciones

Parámetros de la distribución

$N \rightarrow \infty$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

$$S = Desviación\ Estándar$$

$$VAR\ (x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx$$

$$\sigma = \sqrt{VAR\ (x)}$$

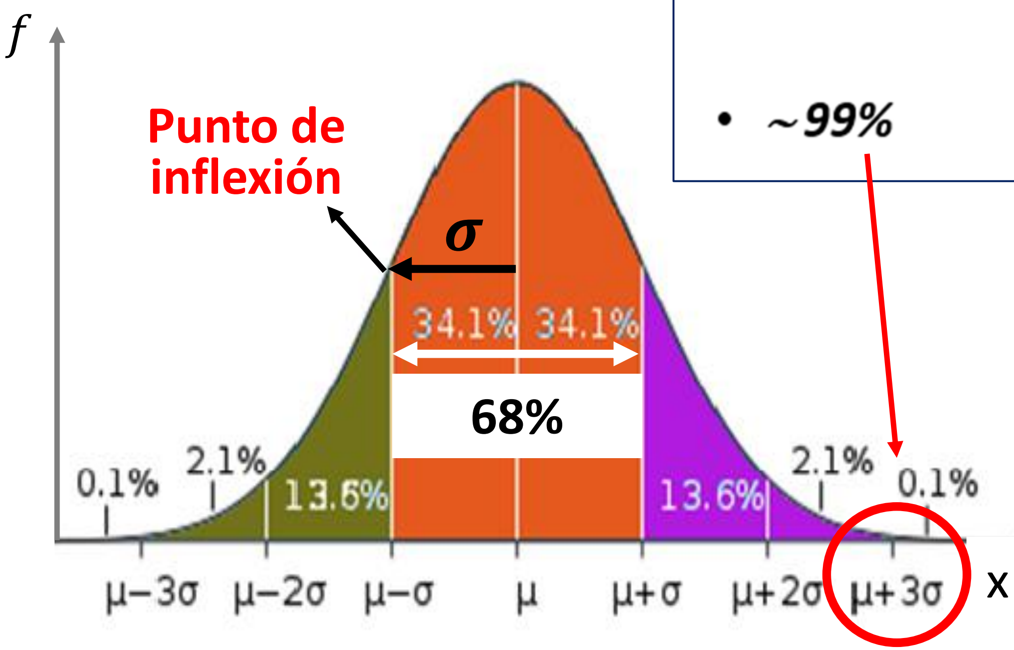
Si realizamos una nueva medición, ésta tendrá una probabilidad de ~ 68% de encontrarse en el intervalo de confianza:

$$[\overline{x} - S, \overline{x} + S] \longrightarrow [\mu - \sigma, \mu + \sigma]$$

Si realizamos una nueva medición x_i, ¿Cual será la probabilidad de encontrarla en el intervalo…

$$\left.\begin{array}{c} \mu - \sigma \le x_i \le \mu + \sigma \\ \mu - 2\sigma \le x_i \le \mu + 2\sigma \\ \mu - 3\sigma \le x_i \le \mu + 3\sigma \end{array}\right\}$$

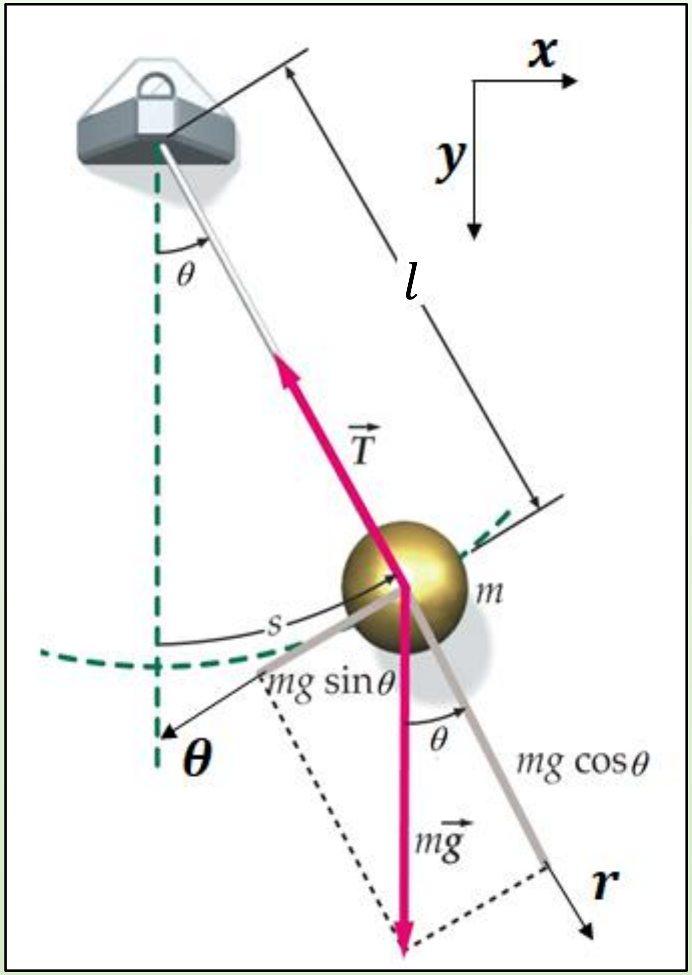
PROBABILIDAD	Una nueva medida de x_i
• *~68%*	$\boxed{(\bar{x} - S, \bar{x} + S)}$
• *~95%*	$\boxed{(\bar{x} - 2S, \bar{x} + 2S)}$
• *~99%*	$\boxed{(\bar{x} - 3S, \bar{x} + 3S)}$



Muy baja probabilidad!!

Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



2da Ley de Newton: $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{r}}:\ mgcos\theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}:\ -\cancel{m}gsen\theta = \cancel{m}a_\theta \rightarrow a_\theta = -gsen\theta \end{cases}$$

$$s = l\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a_\theta = \frac{d^2s}{dt^2} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -gsen\theta$$

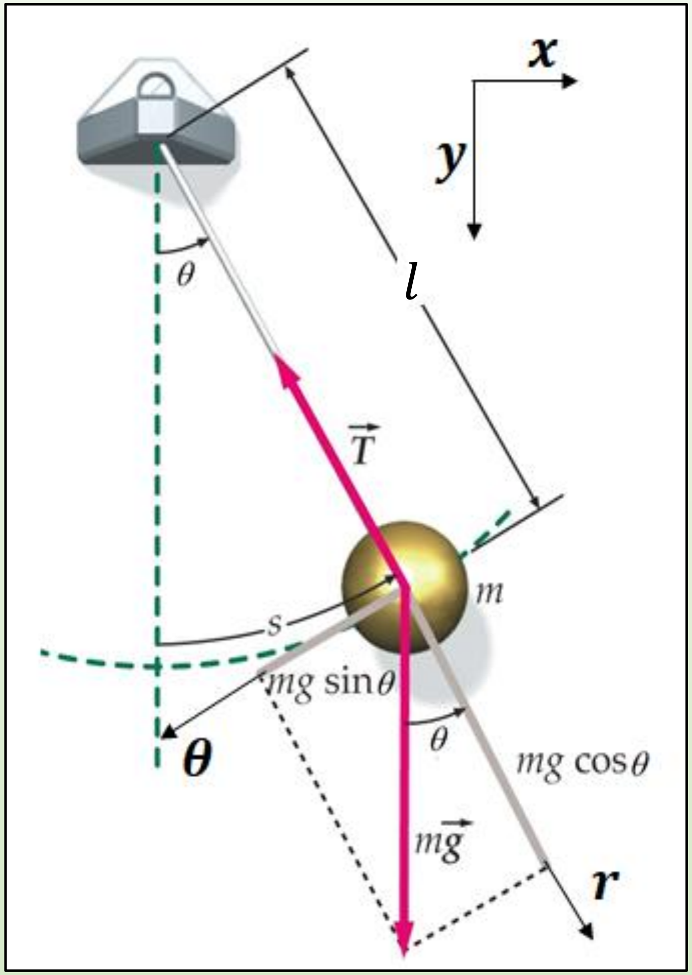
$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} + gsen\theta = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sen\theta = 0}$$

Ecuación diferencias de 2do orden

Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sen\theta = 0}$$

$$\theta \ll 1 \;\Rightarrow sen\theta \approx \theta \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

Solución: $\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(wt + \varphi)}$ $\quad \theta_0 \ll 1$

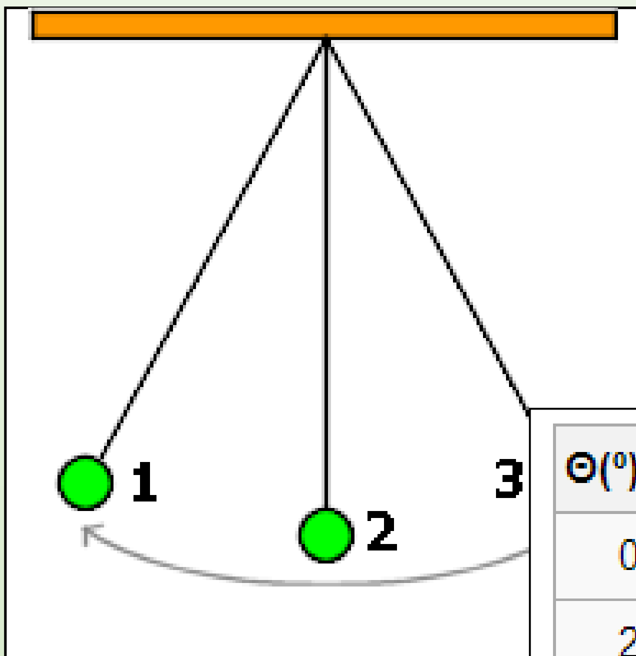
donde $w = \sqrt{\frac{g}{l}}$ $\quad \mathrm{f} = \frac{w}{2\pi}$ $\quad \mathrm{T} = \frac{2\pi}{w}$

Período de un péndulo de longitud *l*

$$\boxed{\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}}$$

OBSERVAR EL COMPORTAMIENTO DE LAS MEDIDAS DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO

Período del péndulo



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\theta_0 \ll 1$$

Aproximación de pequeñas oscilaciones

Ecuación diferencias de 2do orden

$$l\,\ddot{\theta} + g sen\theta = 0$$

Θ(º)	Θ(rad)	senΘ	dif. %	Θ(º)	Θ(rad)	senΘ	dif. %
0	0,00000	0,00000	0,00	15	0,26180	0,25882	1,15
2	0,03491	0,03490	0,02	20	0,34907	0,34202	2,06
5	0,08727	0,08716	0,13	25	0,43633	0,42262	3,25
10	0,17453	0,17365	0,51	30	0,52360	0,50000	4,72

ACTIVIDAD 1

EXPERIMENTO

Exp. 2

1.A) Armar un Péndulo de 1 m de largo

- Tomar **40 medidas** del período del mismo péndulo (**N = 40**) ($\theta < 10°$):

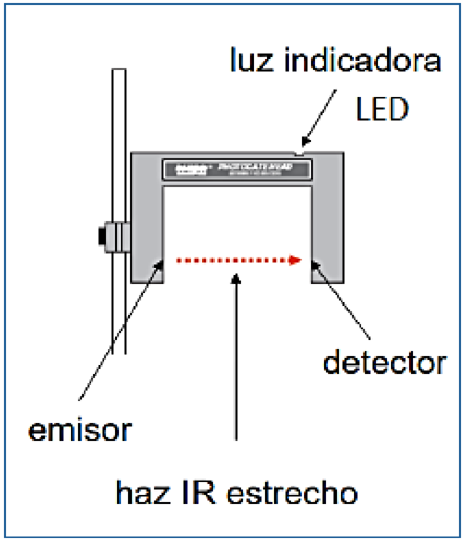
  a) **Con un photogate (frecuencia de adquisición de datos de 500 Hz)**

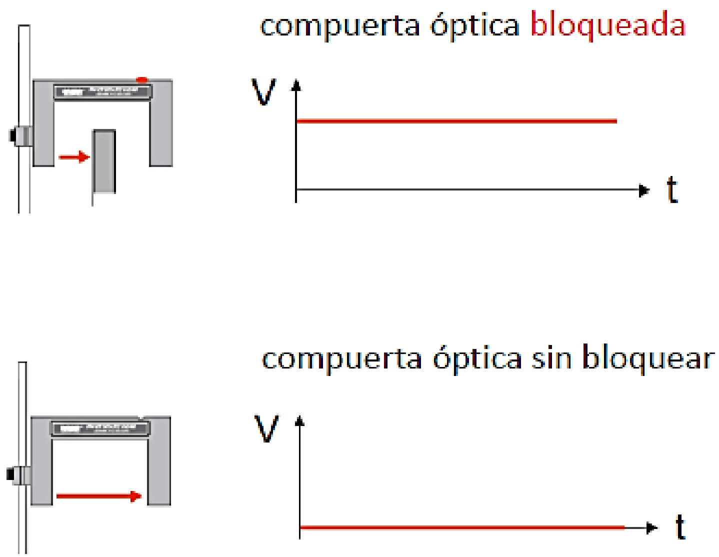
  b) **1 integrante con un cronómetro** contando desde la **misma posición** donde cuenta el photogate.

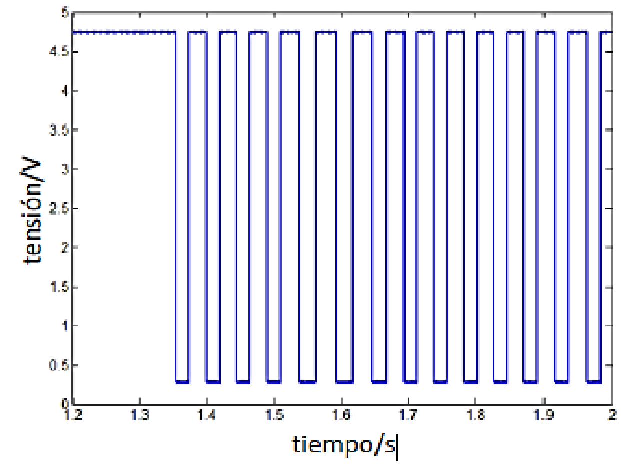
1.B) Armar un Péndulo de 50 cm de largo

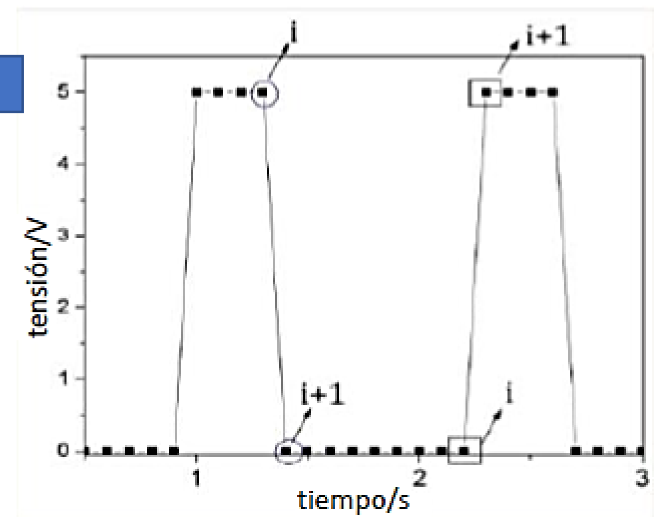
- Tomar **40 medidas** del período del mismo péndulo (**N = 40**) empleando sólo el photogate.

Equipo! Sensor/Transductor Compuerta Óptica (“Photogate”)









Frecuencia de Adquisición de datos

Cantidad de datos por ciclo o por unidad de tiempo. Unidades: Hz = 1/s

ACTIVIDAD 2

EXPERIMENTO

Exp. 2

Construir y ANALIZAR Histogramas

- **Figura 1.** Histogramas superpuestos con los datos del cronómetro de lxs 2 integrantes del grupo **de la Actividad de la Clase pasada (22-3)**.

- **Figura 2.** Histogramas superpuestos con los datos del cronómetro de 1 integrante y los del Photogate **de la Actividad 1A**.

- **Discusión Fig. 1 y Fig.2** ***¿Depende la forma, el centro y/o el ancho del Histograma del integrante que midió? ¿dependen del instrumento de medición? ¿A qué cree que se deban los cambios que observa?***

- **Figura 3.** Histogramas superpuestos con las medidas del photogate **de la Actividad 1A (péndulo de 1 m) y 1B (péndulo de 50 cm).**
- **Discusión de lo que observa!!** ***¿Depende la forma, el centro y/o el ancho del Histograma de la longitud del péndulo?***

EXPERIMENTO

Exp. 2

ENTREGA EL MIERCOLES 5-3 A LAS 14 H

- **Figura 1.** Histogramas superpuestos con los datos del cronómetro de lxs 2 integrantes del grupo **de la Actividad de la Clase pasada (22-3)**.

- **Figura 2.** Histogramas superpuestos con los datos del cronómetro de 1 integrante y los del Photogate **de la Actividad 1A**.

- **Discusión Fig. 1 y Fig.2** ***¿Depende la forma, el centro y/o el ancho del Histograma del integrante que midió? ¿dependen del instrumento de medición? ¿A qué cree que se deban los cambios que observa?***

- **Figura 3.** Histogramas superpuestos con las medidas del photogate **de la Actividad 1A (péndulo de 1 m) y 1B (péndulo de 50 cm).**
- **Discusión de lo que observa!!** ***¿Depende la forma, el centro y/o el ancho del Histograma de la longitud del péndulo?***

IMPORTANTE!!!
FORMATO DE LAS FIGURAS

VER el formato de una Figura en la Planilla de Informe

Ejemplo, Figura 5:

- ✓ Ejes con Nombre y Unidades
- ✓ Debajo de la Figura: Número de Figura y Leyenda conteniendo lo que muestra la Figura.

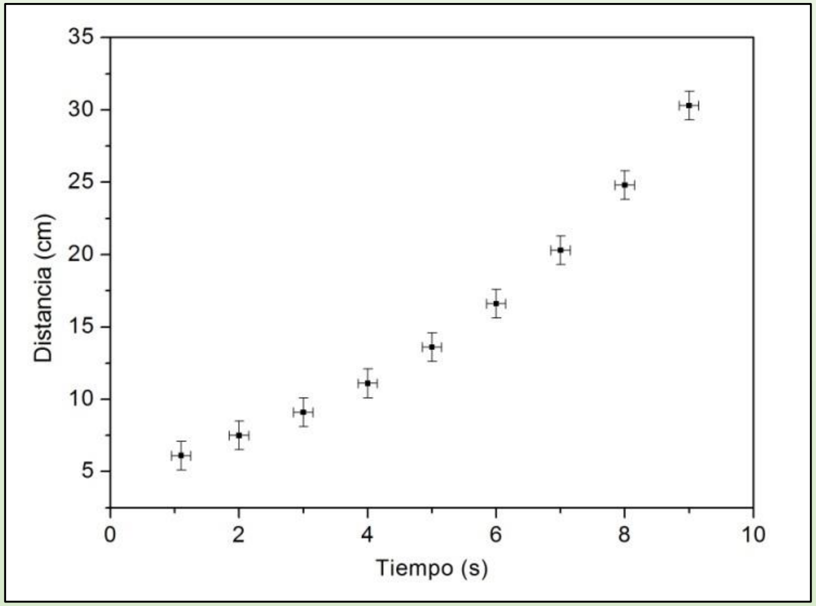


Figura 5. Dependencia de la distancia en función del tiempo para el móvil 1.