

FUERZA ELÁSTICA Y MOVIMIENTO OSCILATORIO

Laboratorio 1 DF-UBA

Lucía Famá, Germán Patterson, Lucia Novacovsky, Luciana Martínez, Anael Zurdo

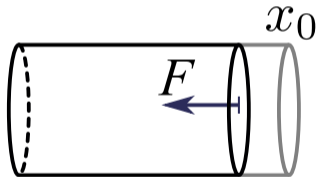
24 de Mayo de 2023

Fuerza Elástica

¿Qué es la elasticidad?

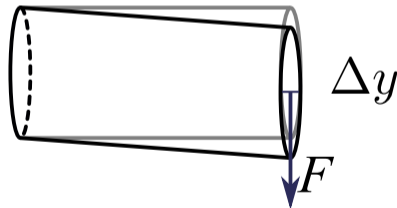
- ▶ Propiedad mecánica de los materiales de recuperar su forma original luego de ser deformados por una fuerza externa

Longitudinal



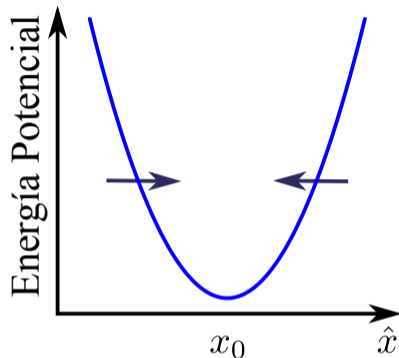
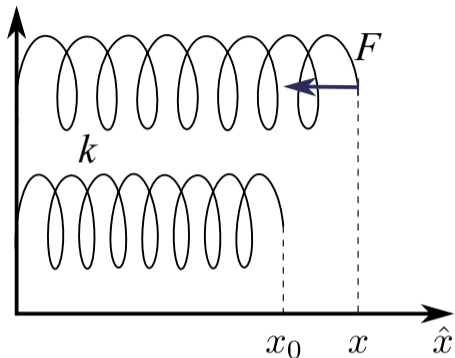
$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta x}{x_0}$$

Transversal



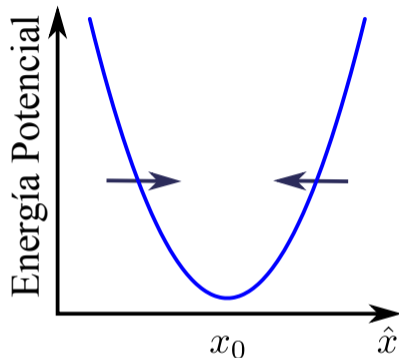
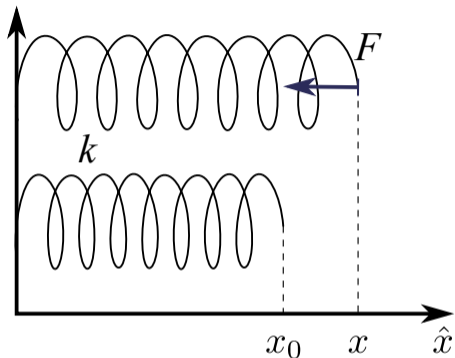
$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta y}{x_0}$$

Fuerza Elástica: ley de Hooke



$$F = -k(x - x_0)$$

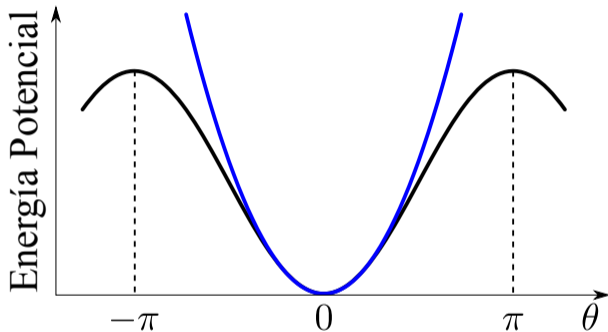
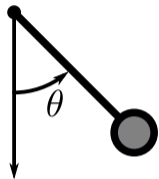
Fuerza Elástica: ley de Hooke



$$F = -k(x - x_0)$$



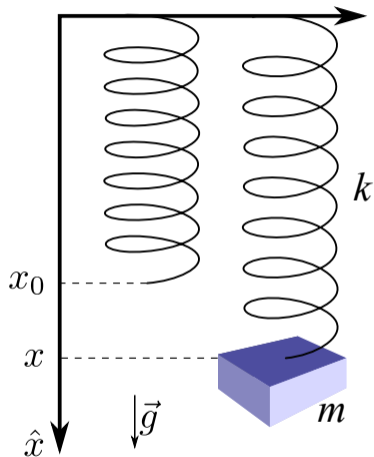
Fuerza Elástica: importancia



- ▶ Estudiar sistemas conservativos
- ▶ Perturbaciones alrededor de un punto de equilibrio

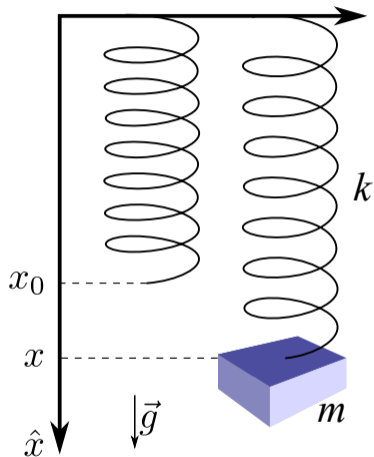
Determinación de la constante elástica: método estático

Determinación de la constante elástica: método estático



$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) + mg$$

Determinación de la constante elástica: método estático



$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) + mg$$

Equilibrio

- ▶ $\ddot{x} = 0$
- ▶ $mg = k(x - x_0) = k\Delta x$

Actividad 1

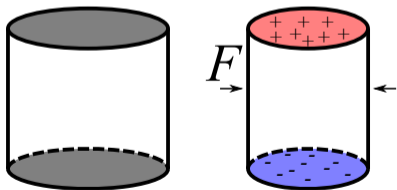
- ▶ Para distintos valores de m medir el estiramiento del sistema
- ▶ Balanza: ¿mide peso o masa?
- ▶ Usando un ajuste lineal, determinar k

Determinación de la constante elástica: método dinámico

Sensor de fuerza: principio de funcionamiento

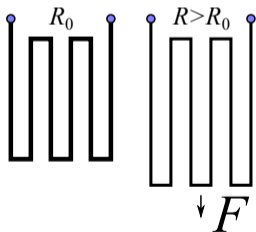
Piezoeléctrico

- ▶ Material cerámico “deformable”
- ▶ **Diferencia de potencial eléctrico**
- ▶ Reversible
- ▶ Múltiples aplicaciones



Piezoresistencia

- ▶ Arreglo material conductor o semiconductor
- ▶ **Resistencia variable**
- ▶ **Sensores de esfuerzo mecánico**



Sensor de fuerza: linealidad y calibración



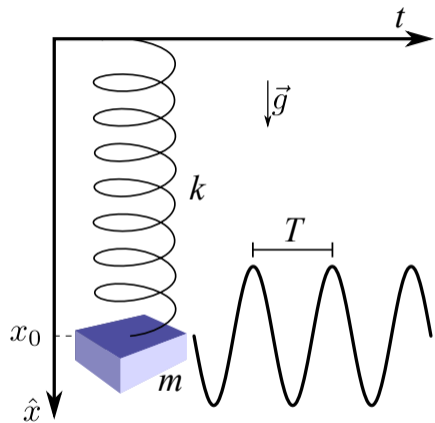
Especificaciones

- ▶ ± 10 N
- ▶ ± 50 N

Actividad 2

- ▶ Medir el valor promedio y la dispersión de la señal eléctrica como función de la carga
- ▶ Realizar un ajuste lineal que permita relacionar *fuerza* y *tensión* eléctrica
- ▶ ¿Es una buena idea hacer una aproximación lineal?
- ▶ ¿Cuál es el significado de los parámetros ajustados?

Determinación de la constante elástica: método dinámico (I)



$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) + mg$$

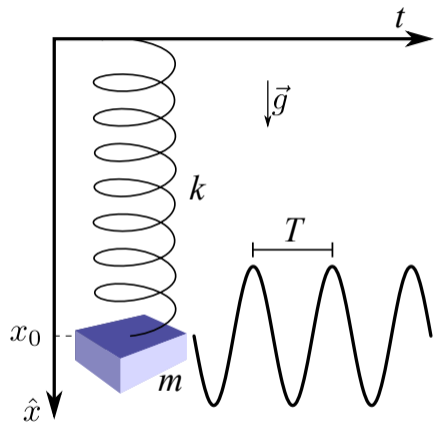
Solución

- ▶ $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_p$
- ▶ $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Actividad 3

- ▶ Para un valor de m medir la evolución temporal de la fuerza (¿cómo se relaciona con $x(t)$?)
- ▶ A partir de un ajuste no lineal, determinar k
- ▶ ¿Tiene algún efecto la masa del resorte?

Determinación de la constante elástica: método dinámico (II)



$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) + mg$$

Solución

- ▶ $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_p$
- ▶ $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Actividad 4

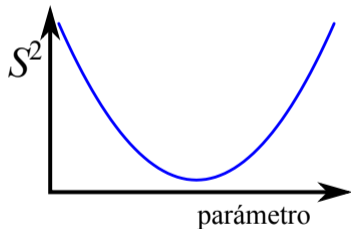
- ▶ Modificando la masa, estudiar la relación entre ω y m
- ▶ Determinar k y comparar con los métodos anteriores

Ajuste de funciones no lineales

Ajuste de funciones no lineales

$$S^2(a, b, c, \dots) = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, a, b, c, \dots))^2$$

Lineal



- ▶ Mínimo absoluto
- ▶ Analítica

No Lineal



- ▶ Mínimos locales
- ▶ Numéricamente
- ▶ Sensible a las condiciones iniciales

pseudoPy

```
# defino una funcion que usaremos para ajustar
def modelo(t,A,B,C,D,E):
    return A*np.exp(-B*t)*(C*t*t+D*t+E)

# defino condiciones iniciales
ini = [15,1,0,22,12]

# ajustamos la funcion modelo con variable independiente t,
# dependiente y, valores iniciales ini
pars, cov = curve_fit(f=modelo, xdata=t, ydata=y, p0=ini)

# podemos limitar el rango de busqueda
boundINF = [0, 0, 0, 0, 0]
boundSUP = [np.inf, np.inf, np.inf, np.inf, np.inf]
pars, cov = curve_fit(..., bounds=(boundINF, boundSUP))
```