Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

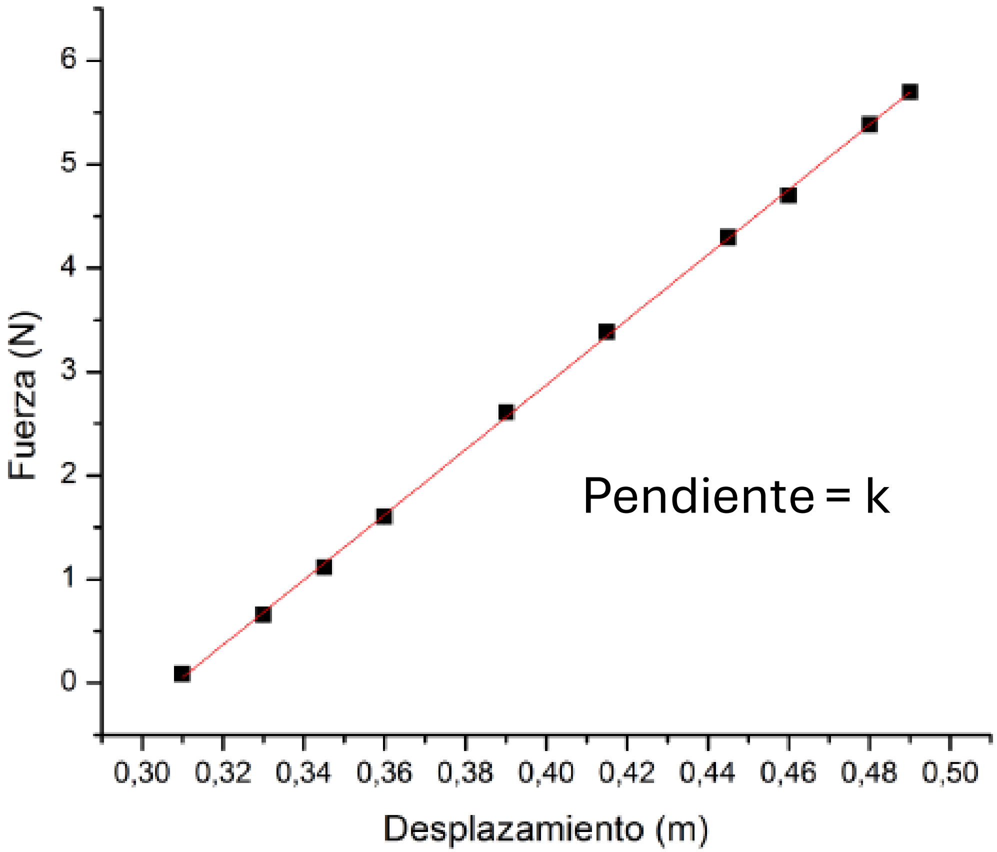
1er Cuatrimestre 2024

Movimiento Oscilatorio Amortiguado

Lucía Famá, Federico Trupp,
Camila Borrazás, Lucía Novacovsky

Repaso: Fuerza elástica – Ley de Hooke

$$\left|\vec{F}\right| = k\left|\Delta\,\vec{x}\right| \qquad [k] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$



Método estático

(en equilibrio)

Repaso: Movimiento Oscilatorio Simple

Ecuación de Newton

$$\sum F = mg - k(x - l_0) = ma$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x + \frac{k}{m}l_0 + g$$

Solución a la ecuación de Newton

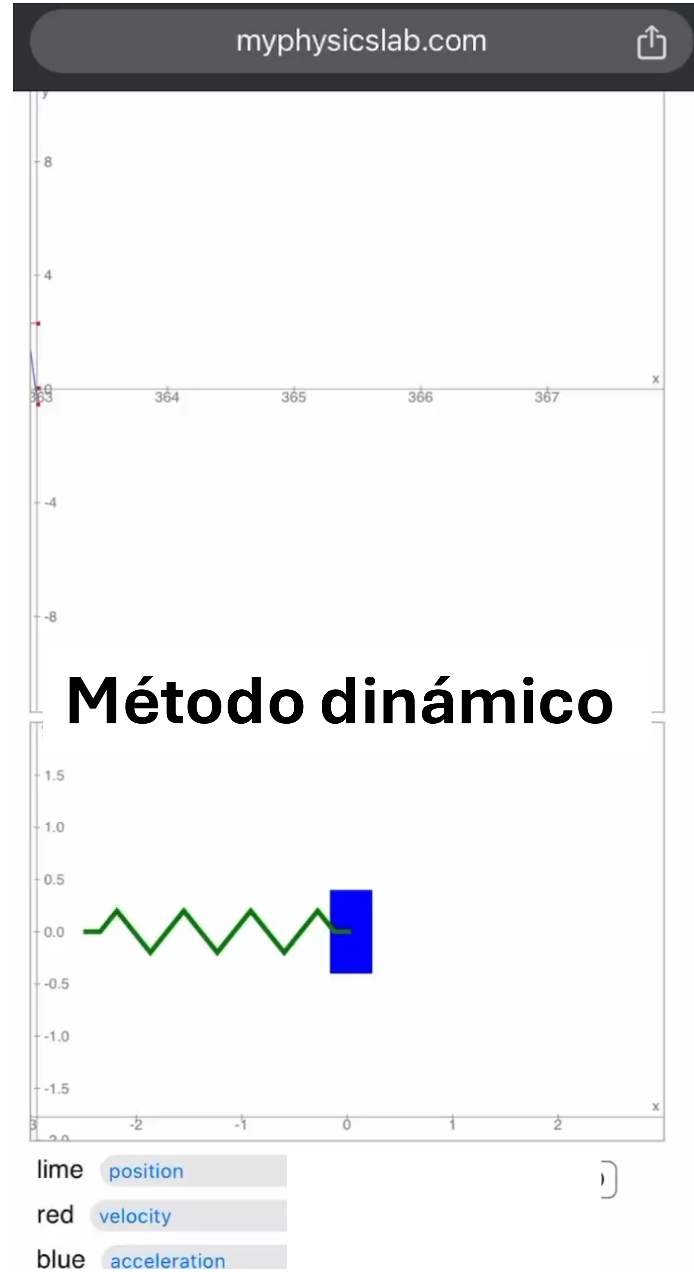
$$x(t) = x_0 + A_0 cos(\omega_0 t + \delta)$$

Definimos la **frecuencia angular ω** como:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \qquad [\omega_0] = \frac{rad}{s}$$

No hay disipación de energía

https://www.myphysicslab.com/springs/single-spring-en.html



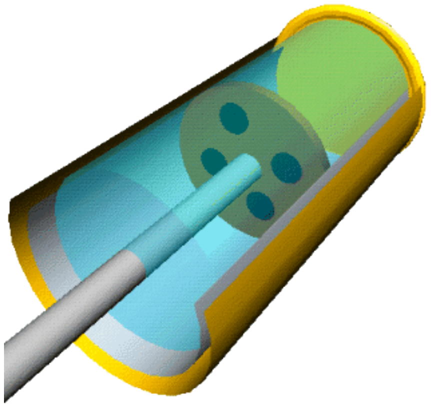
Método dinámico

Movimiento Oscilatorio

¿Qué pasa si la oscilación ocurre en un medio con viscosidad no despreciable?

Movimiento Oscilatorio Amortiguado

Amortiguadores mecánicos: sistemas de resorte + pistón en aceite



Disipa energía

Movimiento Oscilatorio Amortiguado

¿Cómo cambia el modelo?

¿Qué pasa con la amplitud?

¿Qué pasa con la frecuencia?

$$\sum F = -kx \boxed{-\, bv} = ma$$

$$[b] = \frac{kg}{s}$$

Término de amortiguamiento que depende de la velocidad

Vinculado a la viscosidad del medio

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x - \frac{b}{m}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Movimiento Oscilatorio Amortigado

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \gamma = \frac{b}{2m} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

γ = constante de amortiguamiento $\quad [\gamma] = \dfrac{1}{s}$

Solución a la ecuación de Newton:

$$x(t) = \underbrace{A_0 e^{-\gamma t}}_{\text{Amplitud decreciente}} \underbrace{cos(\omega t + \delta)}_{\text{Cosenoidal con nueva frecuencia angular}}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

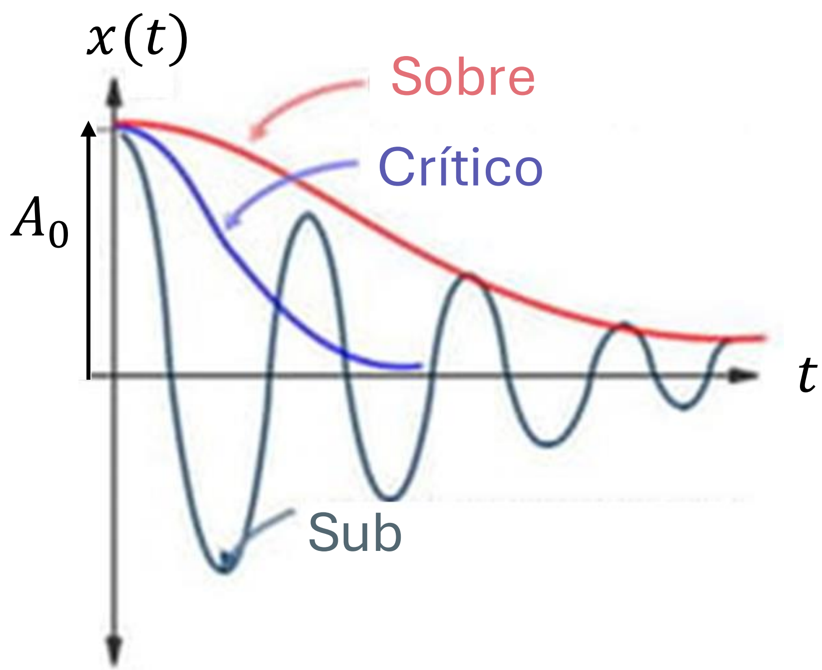
$$[\omega] = \frac{rad}{s}$$

Movimiento Oscilatorio Amortigado

$\omega_0^2 > \gamma^2 \longrightarrow$ Subamortiguado o “débil”

$\omega_0^2 = \gamma^2 \longrightarrow$ Crítico

$\omega_0^2 < \gamma^2 \longrightarrow$ Sobreamortiguado o “fuerte”



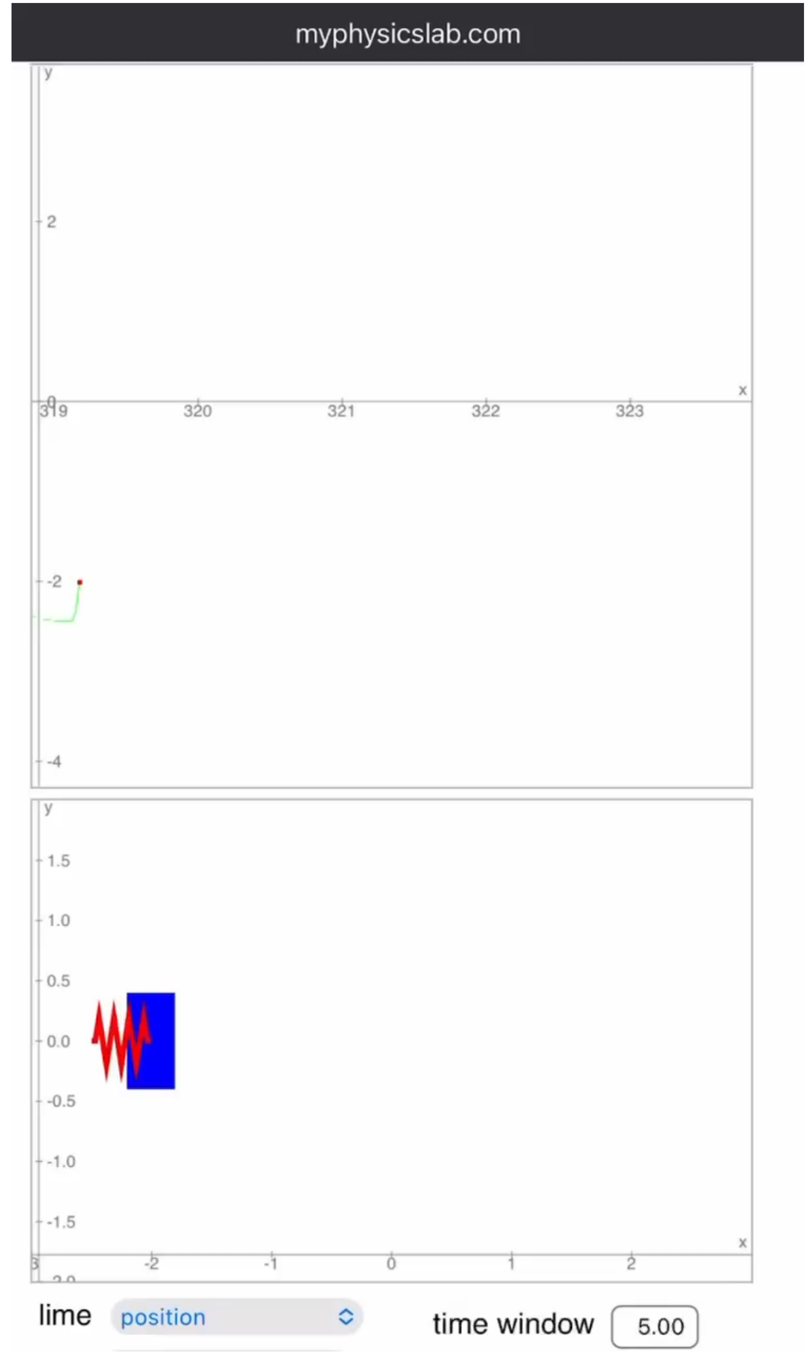
Subamortiguado

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \delta)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \qquad \omega_0^2 \gg \gamma^2$$

<u>Objetivo:</u> determinar la constante de amortiguamiento γ (unidades 1/s)

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t}$$



https://www.myphysicslab.com/springs/single-spring-en.html

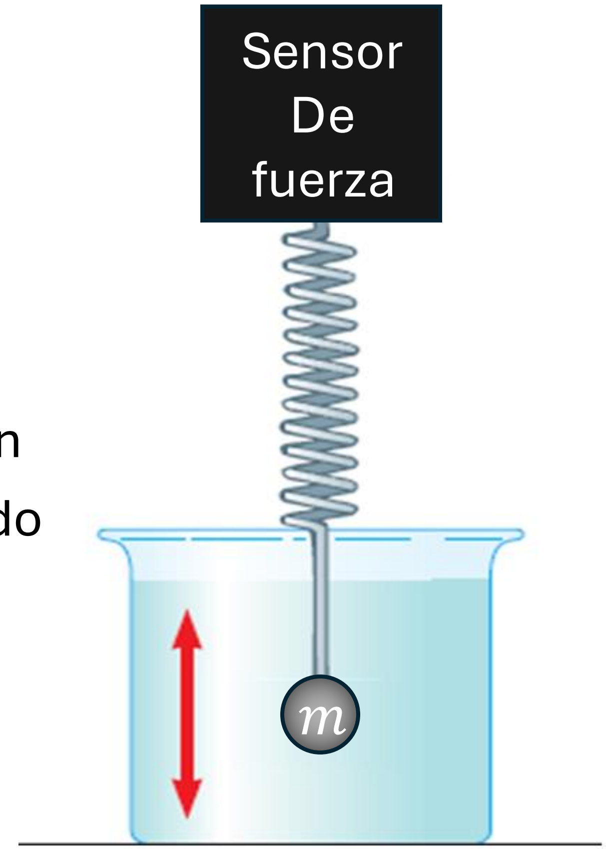
Pasos para estudiar el fenómeno

1- Estudiamos la física básica:

- Movimiento oscilatorio amortiguado, ecuación de amortiguación sinusoidal (“sine damp”)

2- Elegimos equipamiento/instrumental

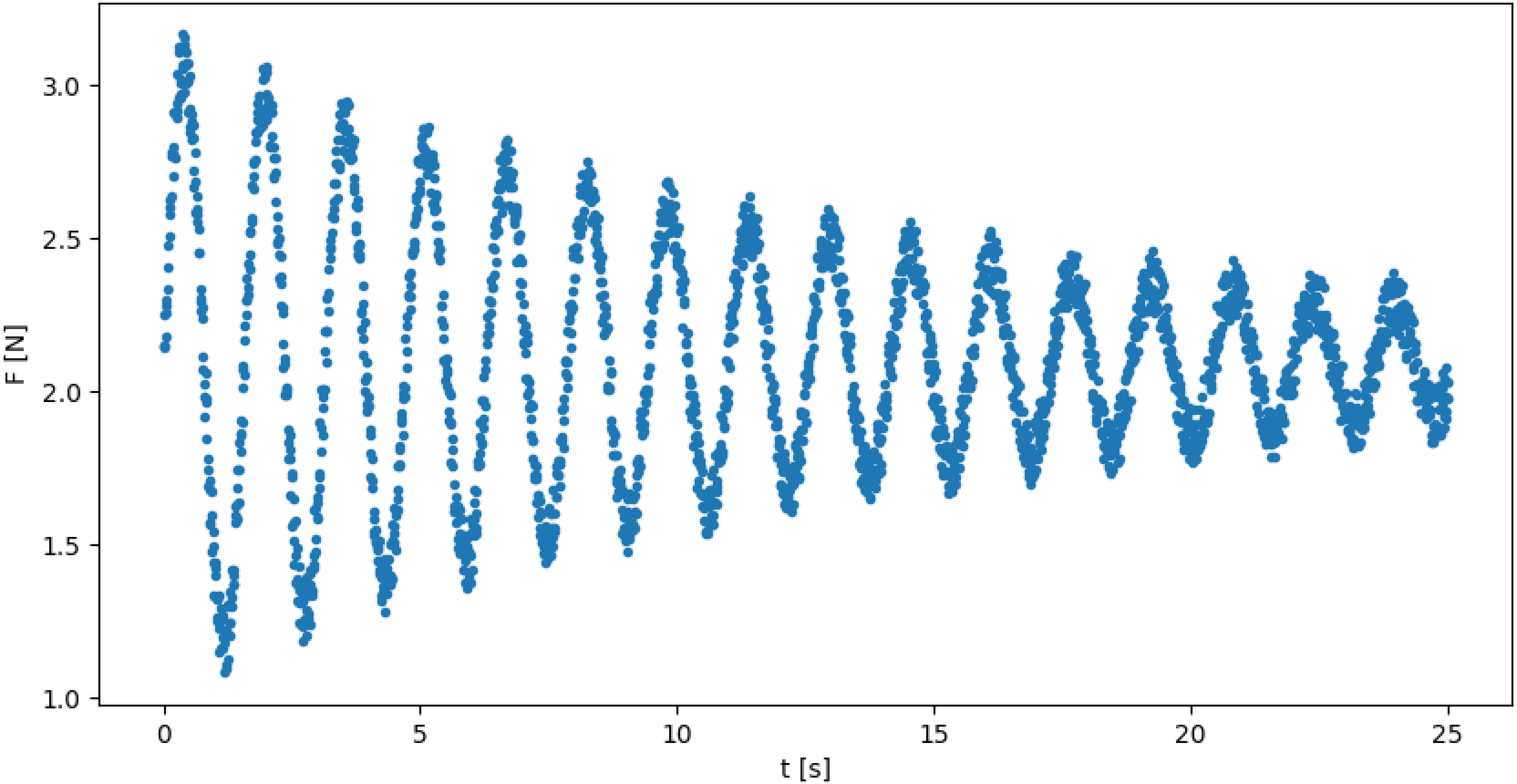
- Sensor de fuerza + motion DAQ
- Resorte
- Masa acoplada
- Recipiente con líquido (agua)



3- Determinamos el método experimental

- Calibrar el sensor de fuerza y evaluar calibración
- Armar el setup sumergiendo la masa en el líquido
- Determinar la frecuencia e intervalo de tiempo de adquisición
- Correr el sistema de su posición de equilibrio y dejar oscilar libremente
- Pasar los datos de fuerza y tiempo al código de Python y analizarlos

Mediciones y análisis



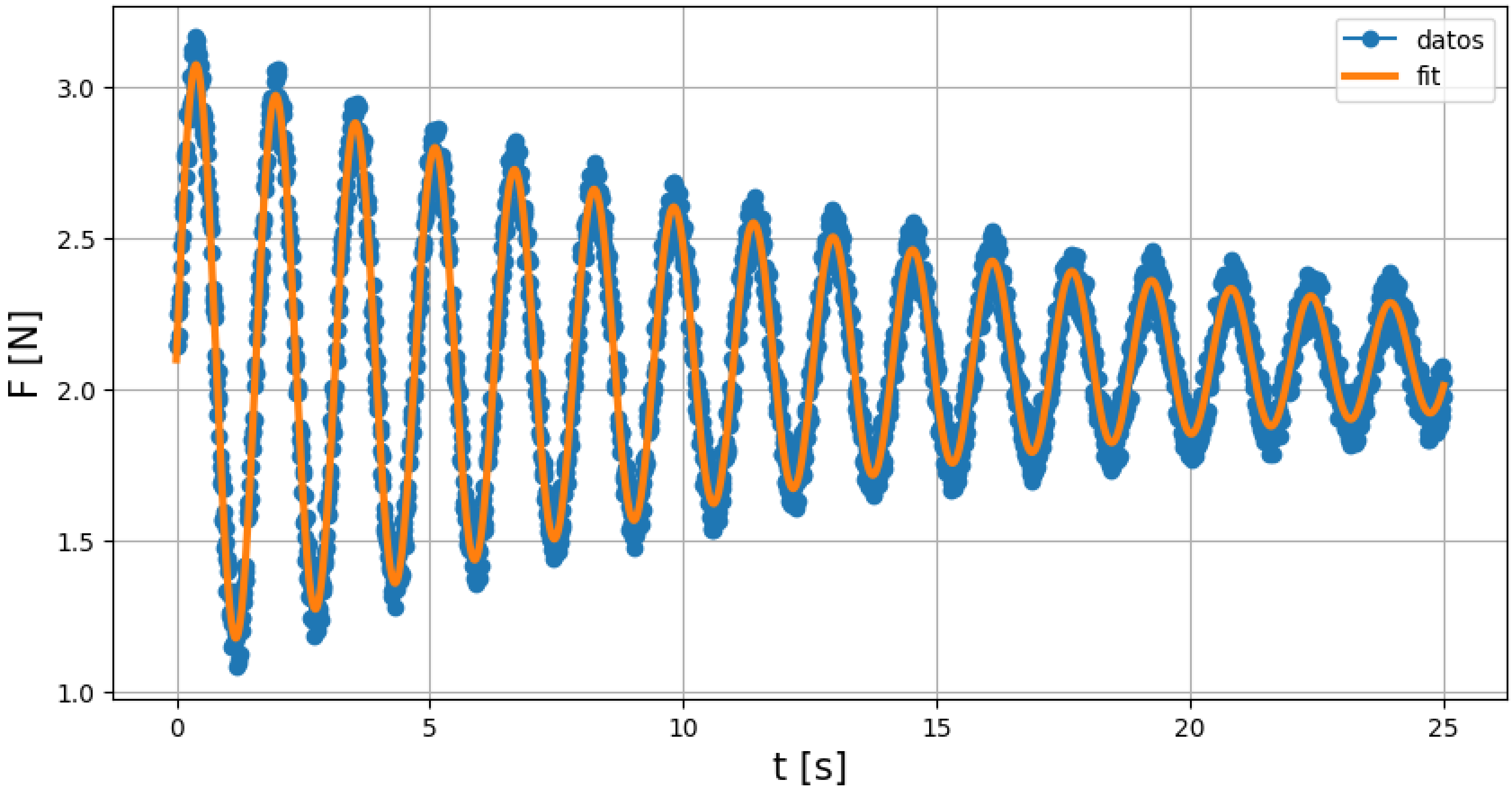
Solución a la ecuación de Newton: $x(t) = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \delta)$

Derivada segunda multiplicada por m:

$$F(t) = F_0 e^{-\gamma t} cos(\omega t + \delta) \qquad F_0 = m A_0 (\gamma^2 + \omega^2)$$

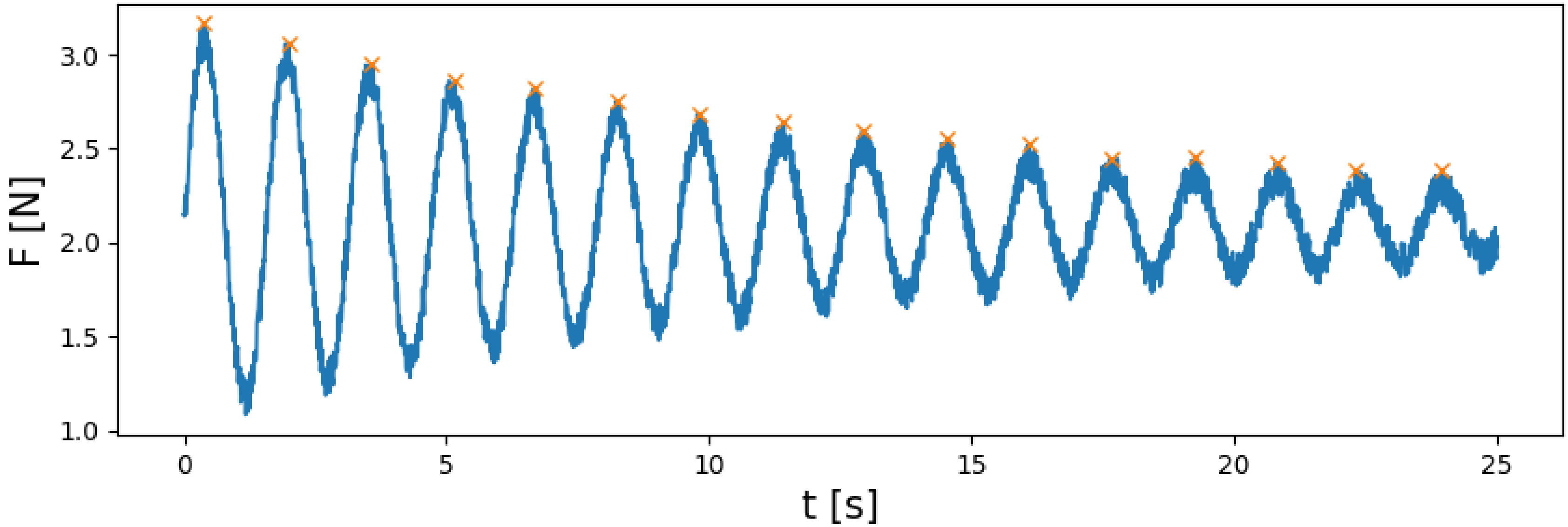
1) Ajuste con coseno amortiguado

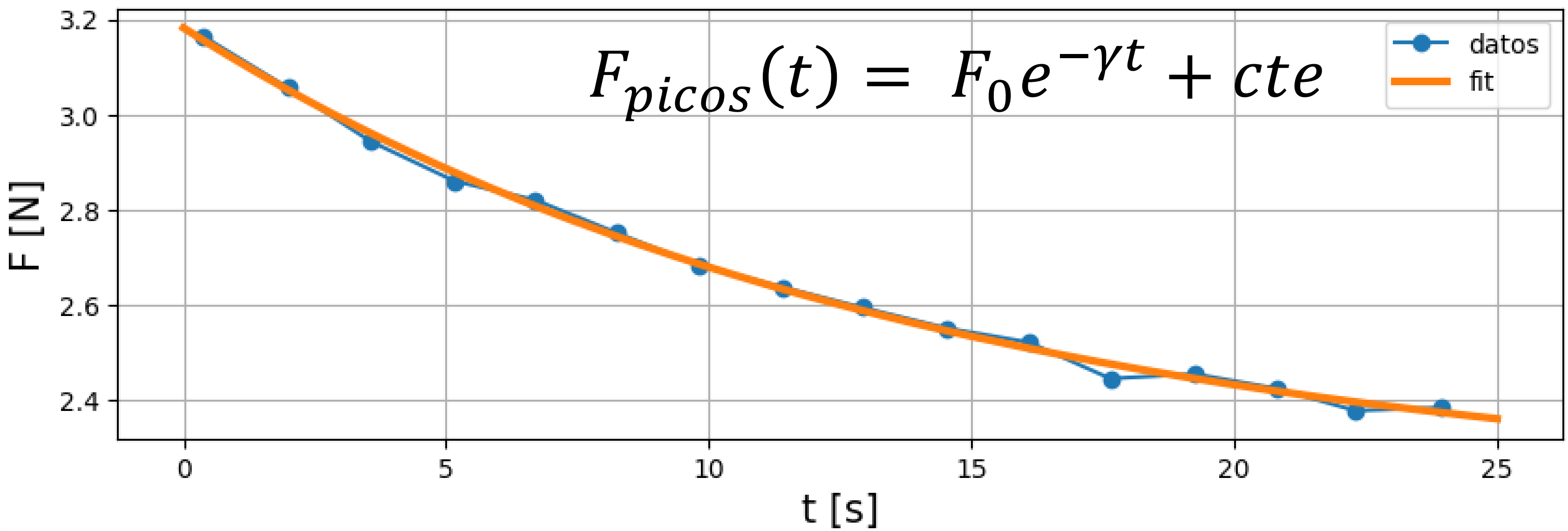
$$F(t) = F_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \delta) + cte$$



Colab de ajuste no lineal con parámetros iniciales (y bounds de ser necesario)

2) Ajuste con exponencial decreciente a los picos





$$F_{picos}(t) = F_0 e^{-\gamma t} + cte$$

Colab para encontrar los picos + colab de ajuste no lineal con parámetros iniciales

3) Linealización y ajuste lineal

$$F(t) = \cancel{F_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \delta)}$$

$$F_{picos}(t) = F_0 e^{-\gamma t}$$

Linealización: ¿Con qué función puedo hacerlo?

$\boxed{\ln()}$ $\Rightarrow$ $F_{picos}(t) = F_0 e^{-\gamma t} + \cancel{cte}$

Háganla ustedes!

Ayudas:

i) Centrar las oscilaciones en el cero

Pueden hacerlo desde el principio para que quede en los 3 casos

ii) Atención a cómo operan los logaritmos

iii) Atención a la propagación de errores!

Actividad de hoy

Obtener la constante de amortiguamiento γ en un experimento de oscilación de una masa en un líquido

- Obtener la curva de fuerza en función del tiempo de oscilaciones amortiguadas (determinar frecuencia y tiempos de adquisición adecuados)

- Analizar las curvas y obtener γ con tres métodos de análisis distintos:
  1. Ajuste coseno amortiguado a todos los datos
  2. Ajuste exponencial decreciente a los picos
  3. Linealización y ajuste lineal de los picos

- Esta es una actividad para completar el día de hoy: evaluación del trabajo en equipo en tiempo y forma

<u>Al final de la clase:</u>
Tener los gráficos correspondientes a los 3 métodos de análisis y ajuste, y los respectivos valores de la constante de amortiguamiento γ