

Cálculo del impulso lineal **y energía cinética**

Autores: Marcos Wappner, Nicolás Müller

Profesor: Joaquín Sacanell

Jefe de trabajos prácticos: Esteban Domené

Filiación: Laboratorio 1, departamento de física,
Universidad de Buenos Aires, CABA, República
Argentina

Año: 2014

Resumen

En este trabajo se pusieron a prueba las diferentes hipótesis implicadas en los choques elásticos y plásticos. Para ello se realizaron diversos experimentos: para probar el choque plástico imperfecto se chocó un carrito de masa y velocidad medidas contra un dinamómetro. Así se pudo comparar la integral de la fuerza con la variación en el momento lineal del carrito y no se obtuvieron diferencias significativas. Para el choque plástico perfecto se utilizaron dos carritos y se los hizo chocar. Al hacerlo, los imanes de los carritos los pegaron y así, ambos continuaron juntos luego del impacto, lo cual es una condición para este tipo de choque. El impulso lineal que debía conservarse en este caso se conservó y la energía cinética que, según las hipótesis no debía, no lo hizo. Se calculó además la energía cinética final analítica y experimentalmente y se comprobó que tampoco mostraron diferencias significativas.

Para este mismo tipo de choque se realizó un experimento donde el carrito chocado se dejaba rebotar con un resorte contra un tope y regresaba, volviendo a pasar por los medidores. Luego, se calculó el trabajo de las fuerzas no conservativas en un segmento antes y después de colisionar con el tope. De ser estos iguales, se podría calcular el trabajo total en todo el trayecto y corroborar que el choque con el resorte fuera efectivamente elástico. Sin embargo, los trabajos no fueron iguales en ambos casos, tal vez debido a que las fuerzas que lo realizaban no eran constantes en el tiempo como se supuso en un comienzo.

Finalmente, en el choque elástico, donde tanto el impulso lineal como la energía cinética debían conservarse, se consiguió medir lo primero, pero no lo segundo: la energía cinética antes del choque presentaba amplias diferencias con la de después del choque.

1.Introducción

El objetivo de este trabajo consistió en analizar distintos tipos de choque en una trayectoria rectilínea y analizar cuál es la variación o conservación del impulso lineal (P) y de la energía cinética (T), según las distintas hipótesis de los choques plástico y elástico.

El impulso o momento lineal, la primera de las llamadas integrales de movimiento, es una magnitud física que describe la cantidad de movimiento que posee un cuerpo y es de la forma

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad (1)$$

Donde m es la masa del objeto y v es su velocidad. La velocidad media entre dos puntos estará dada por

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{\Delta t} \quad (2)$$

Donde x_i y x_f son las posiciones iniciales, Δx su diferencia y delta t el intervalo de tiempo que se tardó en realizar el desplazamiento. Como con cualquier magnitud, la variación de P estará dada por

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i \quad (3)$$

P_i corresponde a la cantidad de movimiento inicial y P_f a la final. Puede observarse además que, si se deriva el impulso respecto al tiempo, considerando siempre la masa constante, se obtendrá

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \quad (4)$$

Donde a es la aceleración del objeto. Puede observarse que esta expresión coincide con la de la segunda ley de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (5)$$

De aquí se extrae que las fuerzas externas (F_e) actuando sobre el cuerpo se pueden calcular como

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}^{ext} \quad (6)$$

Es decir que la variación de impulso lineal resultará en una fuerza aplicada, o que, inversamente, una fuerza externa aplicada generará una variación en el momento lineal. De la misma forma, si no hay fuerzas

externas aplicadas, el momento lineal no variará. Alternativamente, ΔP estará dado por la integral de la fuerza en un intervalo de tiempo (entre t_0 y t genéricos, por ejemplo)

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}^{ext} \quad (7)$$

Así, para un intervalo de tiempo fijo se puede calcular la variación del impulso lineal de dos formas distintas. Será importante recordar más adelante en este trabajo que la integral puede considerarse como una suma infinitesimal de rectángulos de altura $f(x)$ y base dx . En el laboratorio, sin embargo, las medidas infinitesimales deben adaptarse a los instrumentos finitos y resulta que de la expresión

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum (f(x)\Delta x) = \int f(x).dx \quad (8)$$

La integral será aproximadamente la sumatoria discreta de rectángulos de altura $f(x)$ y base Δx y se la puede utilizar para calcular el área bajo una curva de distintas funciones.

En particular, se puede calcular el área bajo la curva de un gráfico de fuerzas en función del tiempo con una integral finita, a la que llamaremos I , resultando lo siguiente

$$I = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} \cdot \Delta t \quad (9)$$

Donde Δt es un intervalo de tiempo determinado y F_i es el valor de la fuerza que actúa a lo largo de ese intervalo. Sin embargo, al ser ésta la sumatoria de áreas discretas, la precisión de esta integral disminuye notablemente respecto a la integral de la función continua, por lo que es importante tener en cuenta el error que se comete, que tiene la siguiente forma

$$\sigma_I = \sum_{i=1}^n (\sigma_f \cdot \Delta t + \vec{F}_i^{ext} \cdot \sigma_{\Delta t}) \quad (10)$$

Donde σ_f es el error con el que se calcula la fuerza y $\sigma_{\Delta t}$ es el error del intervalo de tiempo.

Otra de las integrales del movimiento es la energía. Esta se define como la capacidad para realizar trabajo (W) que no es más que una fuerza por distancia recorrida

$$W = \vec{F} \cos \theta \cdot \Delta x \quad (11)$$

Donde θ es el ángulo entre la fuerza y el desplazamiento. Infinitesimalmente, el trabajo de una fuerza F en un recorrido desde a hasta b estará dado por

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (12)$$

para un desplazamiento en la dirección r . Cuando el trabajo de las fuerzas no conservativas es cero, la energía mecánica del sistema se conserva. Las fuerzas no conservativas son aquellas cuya integral cerrada no es nula y la energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial (V). Un ejemplo de fuerza no conservativa es la de rozamiento que depende exclusivamente de la masa del cuerpo (m) y el coeficiente de rozamiento entre este y el suelo (μ)

$$\vec{F}_d = \mu_d \vec{N} = \mu_d m \vec{g} \quad (13)$$

En el caso de que el objeto se encuentre sobre una superficie horizontal, el rozamiento, que estará dado por la normal N , será proporcional al peso. Respecto a la energía mecánica es importante comentar que a energía cinética es la única utilizada en este trabajo, y estará dada por

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad (14)$$

Se puede notar que, como una peculiaridad matemática, T y P están relacionados a través de

$$\frac{1}{2} \vec{P} \cdot \vec{v} = T \quad (15)$$

lo cual puede ser utilizado para comparar resultados obtenidos de distintas maneras. A diferencia del impulso lineal, las fuerzas internas sí pueden hacer variar la energía, si estas no son conservativas.

Estas herramientas pueden ser útiles para analizar choques dado que, si se utilizaran exclusivamente las ecuaciones de Newton, debería conocerse exactamente la interacción entre las partículas en todo momento y, puntualmente, en el momento del impacto. De esta forma, se puede analizar todo instante previo y todo instante

posterior conociendo sólo la masa y velocidad de las partículas. Por ejemplo, en el caso que se llama choque elástico, el impulso lineal y la energía cinética se conservarán (serán iguales antes y después del choque). Esto se puede ver si se analiza el caso donde ambos cuerpos constituyen un único sistema. Así, la fuerza generada en el choque es una fuerza interna que no afecta al impulso lineal y no habrá fuerzas externas que lo modifiquen. Además, como la energía mecánica en el instante anterior y posterior al choque son iguales, y dado que entre esos dos instantes se considera que la posición no varió (y con ello V), la energía cinética previa y posterior al choque son iguales.

Otro caso de choque es el llamado plástico perfecto. Es aquel donde el impulso lineal se conserva, pero no así T . Esto se debe a que ambos cuerpos salen juntos del choque, "pegados", y parte de la energía mecánica se utilizó para la unión de los cuerpos o se disipó en forma de calor, ruido, o de alguna otra manera (normalmente la deformación del material). Más específicamente, esto se traduce matemática y físicamente en que las fuerzas internas no conservativas no realizan trabajo solo cuando la distancia entre las partículas que componen al sistema es constante. Al deformarse el material las partículas, se acercan y las fuerzas entre ellas realizan trabajo, variando así la energía mecánica (y con ello la cinética) del sistema. Nuevamente, analizando el choque utilizando ambos cuerpos como un único sistema, si uno de ellos, supongamos el 2, se

encontraba estacionario y fue embestido por el 1, podemos calcular el impulso lineal total inicial, como la sumatoria del impulso de cada cuerpo. Dado que el cuerpo dos está en reposo, su momento lineal es nulo y por lo tanto,

$$\vec{P}_{total_i} = \vec{P}_1 = m_1 \vec{v}_i \quad (16)$$

Sin embargo, luego del choque, el impulso total, que será la suma del de los cuerpos, estará dado por

$$(m_1 + m_2) v_f = \vec{P}_{total_f} \quad (17)$$

Dado que, P_{total_f} debería ser igual que P_{total_i} , se puede deducir que, si la masa total aumenta, la velocidad debería disminuir. Así, la velocidad final de ambos cuerpos será

$$\vec{v}_f = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} \vec{v}_i \quad (18)$$

Conociendo la velocidad inicial y las masas, se puede de aquí calcular la energía cinética final del sistema como

$$T = \frac{1}{2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_i^2 \quad (19)$$

y ver que será distinta de la inicial.

El último tipo de choque que también fue analizado en este trabajo es el llamado plástico imperfecto, donde no se conserva ninguna magnitud. Este caso puede verse por ejemplo cuando un objeto choca contra una pared y rebota, pero sale despedido con una velocidad menor a la que tenía al chocar. Aquí la energía mecánica perdida se traduce muchas veces en ruido, calor y deformación del cuerpo (o en casos extremos, de la pared).

2. Dispositivo experimental

2.1. Dispositivos de medición

Para realizar las distintas mediciones, se necesitaron de dos dispositivos electrónicos para lograr una mayor precisión, que fueron el dinamómetro y el *Photogate*.

El dinamómetro es un dispositivo electrónico que se encarga de enviar una señal continua de tensión a la computadora a la cual está conectada, según la fuerza que

se aplica sobre él. La computadora luego convierte estas señales en una serie de datos de tensión en función del tiempo. Este sensor debe ser calibrado adecuadamente con el fin de que la señal que envía corresponda a la fuerza aplicada, y puede estar configurado dentro del rango de los 10N o los 50N de fuerza. Además, su frecuencia de muestreo puede ser modificada libremente, limitado por el *MotionDaq*, programa utilizado para decodificar los datos.

Al calibrar el dinamómetro se utilizaron varias masas distintas y, conociendo la aceleración de la gravedad y, con ello, el peso de las masas, se confeccionó una serie de datos de voltaje medido en función de fuerza calculada. Sabiendo que la fuerza se calcula, a partir del voltaje, como

$$F=mV+b$$

se calcularon los coeficientes m y b a través de una aproximación lineal utilizando el método de cuadrados mínimos graficando voltaje en función de fuerza e invirtiendo las relaciones entre V y F como

del obstáculo que se interpone y el tiempo durante el cual el haz de luz es interrumpido, se puede conocer la velocidad del móvil.

La frecuencia de muestreo del *Photogate* puede ser variada libremente. Sin embargo, a partir de cierta frecuencia, el medidor envía señales a la computadora entre 0V y 5V que no corresponden a una medición. Con el objetivo de evitar esto se decidió utilizar una frecuencia de muestreo de 10000 Hz o menos, que de todas formas otorgaba una precisión alta.

El *Photogate* debía ser ubicado cuidadosamente de manera perpendicular a la trayectoria del móvil para que la distancia que detectara fuera la correcta. Además, según el manual del dispositivo, mediciones realizadas con obstáculos de menos de 10mm de largo resultarán poco

$$V=(F+b)m^{-1}$$

para satisfacer la hipótesis de que el error relativo de F es despreciable respecto al de V . Luego, para calcular el error asociado a F , se debió encontrar un error para m , uno para b y uno para V . Los primeros dos se propagaron a partir de los errores entregados por el método de cuadrados mínimos. El error de V se extrajo de la serie de mediciones utilizadas para conseguir la serie de datos de voltaje en función de fuerza. Para cada masa utilizada, dado que las masas estaban en reposo y la fuerza (y con ello el voltaje) medida debía ser constante, se calculó la desviación media del voltaje respecto a su valor medio y se sobreestimó el error asociado a V como el mayor de ellos. De ahí, el error asociado a la fuerza se puede propagar como $\sigma_F = 1N$

Por otro lado, se utilizó un *Photogate* para medir la velocidad de los móviles. Este dispositivo emite un haz de luz y una señal continua de tensión nula a la computadora y, cuando el haz es interrumpido, envía 5V. A partir de esto, conociendo la dimensión precisas, debido a que el tiempo que tarda el *Photogate* en aumentar la señal de 0V a 5V no es el mismo que tarda en disminuirla. Por esto, los intervalos tomados fueron entre dos descensos sucesivos de la señal, como se puede ver en la figura 1. Los datos que recibía el *MotionDaq*, tanto del dinamómetro como del *Photogate*, fueron exportados al Origin 8 y al Excel, donde se llevó a cabo el análisis de los mismos.

2.2. Choque plástico imperfecto

Uno de los casos que se observó fue el de un choque plástico imperfecto. Aquí se contó con un solo móvil al que se le otorgaba cierta velocidad inicial y luego impactaba con un dinamómetro realizando una trayectoria rectilínea, tal como se puede observar en la figura 1.

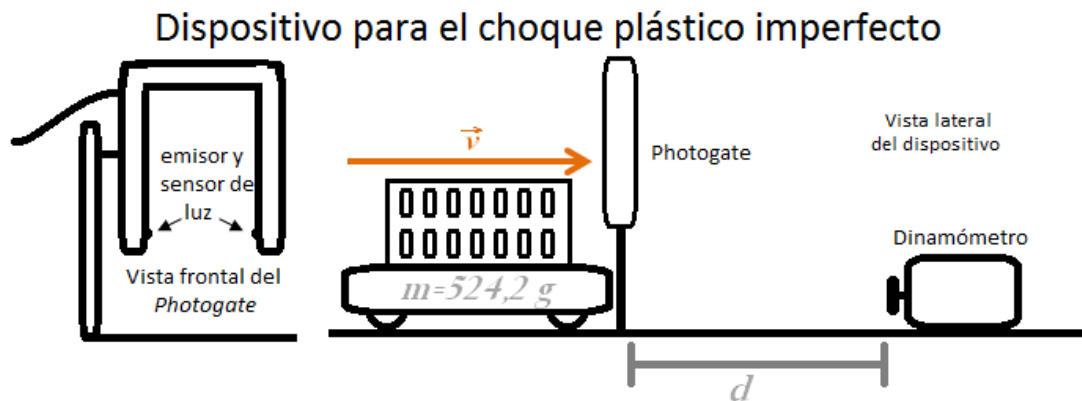


Figura 1: Dispositivo utilizado para el análisis del choque plástico imperfecto. A la derecha se puede observar el dinamómetro el cual recibía el impacto y decodificaba la fuerza. En el centro, a una distancia d del dinamómetro, que era mayor a la de un carrito, se encuentran el móvil de masa $(524.2 \pm 0.1)g$, al cual se le otorgaba una velocidad inicial v , y el Photogate a través del cual cruzaba. La distancia d debía ser mayor al largo del carrito para que el Photogate midiera la velocidad sólo cuando el carrito no estaba interactuando con el dinamómetro. Por último, a la izquierda se muestra la vista frontal del Photogate en el riel y dónde se encuentran los emisores de luz.

Al chocar con el sensor de fuerza, el impulso lineal del carrito variaba, y esta diferencia se la calculó de dos maneras distintas. Por un lado, conociendo la velocidad inicial y final a partir de un *Photogate*, se pudo calcular fácilmente esta variación, sabiendo que se cumple (3). Por otro lado, se utilizó el dinamómetro para conocer la fuerza externa aplicada sobre el móvil y obtener así una serie de datos de fuerza en función del tiempo. Idealmente podría integrarse la función de la fuerza entre los dos instantes del choque. Sin embargo, dado que los instrumentos arrojan señales discretas, se utilizó la expresión en (9) para calcular la integral. Luego se compararon ambos valores para corroborar la igualdad expresada en (6).

Sobre el carrito se colocó un *picket fence*, una tabla metálica con varias ranuras a intervalos regulares. La masa conjunta del carrito y la tabla era de $(524,2 \pm 0,1)g$. Para el cálculo de la velocidad se midió la distancia desde el comienzo de una ranura hasta el comienzo de la siguiente, el Δx marcado en la figura 2, que resultó $\Delta x = (9,6 \pm 0,2)mm$. Este fue el valor que se utilizó para reemplazar en (2) y así calcular la velocidad del carrito, conociendo

cuánto tiempo tardó el carrito en recorrer Δx (utilizando el *Photogate*), se pudo calcular la velocidad.

2.3. Choques plástico perfecto y elástico

Esta subsección del experimento constó de dos instancias: en la primera se midió la cantidad de movimiento y la energía cinética de dos móviles en un choque elástico, mientras que la segunda se trató de un choque plástico. En ambos casos, la distribución de los elementos utilizados fue la misma y se pueden observar en la figura 2. Al carrito de la izquierda se le imprimía una velocidad inicial, este pasaba por el primer *Photogate*, que se encontraba a $(41,1 \pm 0,1)cm$ del segundo, chocaba con el carrito de la derecha que arrancaba luego con una cierta velocidad y atravesaba los *Photogates* 2 y 3, que se encontraban a $(14,7 \pm 0,1)cm$ uno del otro.

Dispositivo para los choques elástico y plástico perfecto

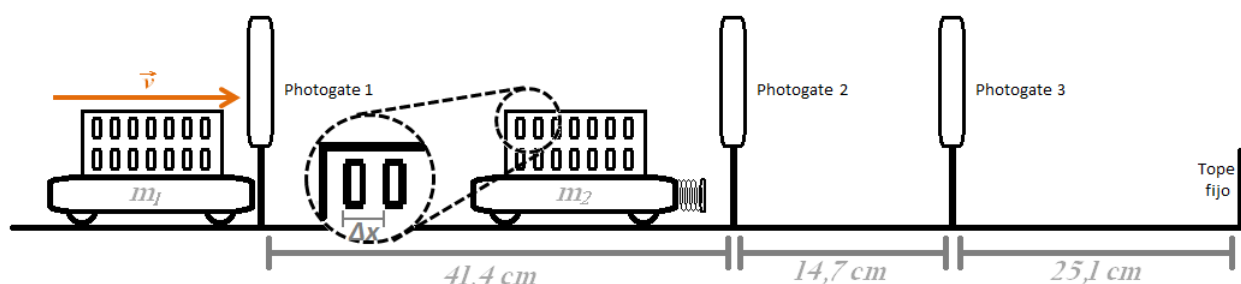


Figura 2: Dispositivo utilizado en los choques elástico y plástico perfecto. De izquierda a derecha se observan el carrito al que se le imprimía la velocidad inicial, el Photogate 1, el carrito chocado con resorte, el Photogate 2, el Photogate 3 y el tope. Las distancias entre los Photogates 1, 2 y 3, y el tope respectivamente son de 41,1cm, 14,7cm y 25,1cm, todos medidos con un error de $\pm 0,1$ cm. Marcado se puede ver Δx en la ampliación del picket fence, que es desde el comienzo de un hoyo hasta el comienzo del siguiente. En el choque elástico, los carritos se posicionaron de tal forma que los resortes que tienen incorporados se repelieran, en el caso donde se utilizó el resorte se dejó que el carrito chocado rebotara contra el tope y regresara; en el caso del choque plástico, los carritos se colocaron para que los imanes se atrajeran.

Se utilizaron dos *Photogates* para calcular la velocidad instantánea de cada uno de los móviles antes y después del choque, y un tercero se lo colocó para observar cuál era el trabajo de las fuerzas no conservativas en ese intervalo que, en principio, se adjudicó al rozamiento. Ambos carritos poseían imanes en los extremos y tenían adosados cada uno un *picket fence* y uno de ellos además contaba con un resorte, cuya utilización se detalla en la siguiente subsección. Los que se repelían se utilizaron en el choque elástico para representar una interacción entre los móviles, y los que se atraían se utilizaron en el choque plástico.

En cada caso, se variaron las masas de los carritos, colocándoles pesas de cuyas masas pueden observarse en la tabla 1, para ver cómo se comportaban cuando las masas eran iguales, cuando el carrito chocado era más masivo y, por último, el caso inverso. La balanza utilizada tenía una precisión de 0,1g. Sin embargo, como no se disponía de pesas únicas con los valores dispuestos en la tabla 1 se combinaban hasta dos distintas, obteniendo así un error de 0,2g. Además, se midieron el carrito y la *picket fence* por

separado, variando así el error de la masa entre 0,3g y 0,4g. Para facilitar cálculos se lo sobreestimó y se utilizó un error de 0,4g para todas las mediciones realizadas en estos experimentos.

m1 [kg]	Error	m2 [kg]	Error
0,5149	0,0004	0,5319	0,0004
0,6124	0,0004	0,6294	0,0004
0,7070	0,0004	0,7240	0,0004
0,8045	0,0004	0,8215	0,0004
0,9016	0,0004	0,9186	0,0004
1,0166	0,0004	1,0336	0,0004

Tabla 1: Aquí se pueden ver todas las masas utilizadas con sus respectivos errores. Se utilizaron todas las combinatorias posibles para los choques elástico y plástico perfecto. Las masas presentadas representan la suma del carrito, el *picket fence* y los pesos agregados. M1 corresponde al carrito al que se le imprimía una velocidad inicial y m2 al carrito chocado.

Se esperaba que en el caso elástico la energía cinética inicial y final sean iguales, al

igual que el momento lineal. No así en el caso de choque plástico, donde sólo se debería conservar el momento lineal, dado que es extremadamente fácil encontrar diferencias significativas entre dos magnitudes (mucho más que no encontrarlas), se decidió realizar el cálculo de la energía cinética final a partir de las condiciones iniciales, como aparece en (19), y comparar este con el hallado experimentalmente.

2.4. Choque elástico de resorte

En esta última subsección tuvo como objetivo corroborar si el choque de un carrito con resorte contra un obstáculo fijo es efectivamente elástico, o más bien, ver la pérdida de energía del resorte. Para ello, se utilizó la misma distribución y procedimiento del experimento anterior, pero como se ve en la figura 3, con un tope al final del recorrido a $(25,1 \pm 0,1)$ cm del *Photogate* 3, donde el carrito chocaba rebotaba utilizando un resorte y regresaba hacia los *Photogates*, donde el número 3 se utilizaba ahora para calcular la velocidad y el 2 para el rozamiento, al revés que a la ida.

3. Resultados y discusiones

3.1. Choque plástico imperfecto

Sabiendo que la fuerza de rozamiento es constante en el tiempo y que la desaceleración no depende de la velocidad (no es proporcional), sino que es constante, se puede suponer que para velocidades mayores, la pérdida de velocidad por rozamiento será proporcionalmente menor que para velocidades bajas. Por esta razón, al realizar el experimento, la velocidad entregada al carrito fue alta. Sin embargo, al realizar el experimento de esta forma se observaba que el dinamómetro se saturaba y no tomaba mediciones más allá de los 50N de fuerza aplicada. Esto se puede observar en la figura 4. Por esta razón, el experimento

mientras que la energía cinética debería ser distinta al comienzo y al final. Sin embargo,

Dado que no se esperaba poder despreciar el rozamiento a lo largo de una medición tan extensa, se supuso que el rozamiento estaba dado por el rodamiento del carrito y que como tal, dependía de la masa del carrito y era constante en el tiempo, como se puede ver en (13). Para corroborarlo, se compararon el rozamiento antes y después del rebote con el tope fijo. De ser estos iguales se puede considerar el rozamiento constante a lo largo de todo el recorrido y que el trabajo de las fuerzas no conservativas está efectivamente dado por el rozamiento (u otras fuerzas no conservativas constantes), pudiendo así extrapolarlo a la distancia entre el *Photogate* 3 y el tope. De esta forma, utilizando (12) se pudo calcular el trabajo del rozamiento y de allí, comparando la energía cinética a la ida y a la vuelta teniendo en cuenta el trabajo no conservativo, ver si hubo pérdida de energía en el choque.

se realizó repetidas veces a distintas velocidades hasta que la fuerza no saturara el dinamómetro, pero sí se acercara al máximo para que la velocidad fuera cercana a la mayor posible.

De esta medición se extrajeron dos series de datos, dado que se utilizaron simultáneamente un dinamómetro y un *Photogate*. Estos datos, recogidos en el Origin, se pueden ver graficados en la figura 1. Se calculó entonces por un lado el momento lineal del carrito antes y después de chocar, a partir de las velocidades, y por otro la fuerza aplicada sobre el dinamómetro que, por la tercera ley de Newton de acción y reacción, actúa también

sobre el móvil. Como se comentó en la introducción, esta fuerza externa actúa variando el momento lineal. Así el cálculo de ΔP resultó $\Delta P=(0,615+0,009)\text{kg}\cdot\text{m/s}$.

Por otro lado, sobre el cálculo de la integral es necesario comentar que mientras el dinamómetro no mide ninguna fuerza, el valor medido oscila alrededor de cero y que además, luego del choque, el valor no regresa inmediatamente a cero sino que oscila y luego se establece. Ambos efectos pueden verse tanto en la figura 3 como en la 4, pero dado el tamaño, no se aprecian claramente. A causa de las oscilaciones se utilizaron como primer punto el último valor negativo de la fuerza antes de que comenzara a crecer en el choque, y último punto de la integral el último positivo antes del primero negativo, es decir, donde comienza la oscilación, ambos marcados en la figura 4.

Saturación del dinamómetro

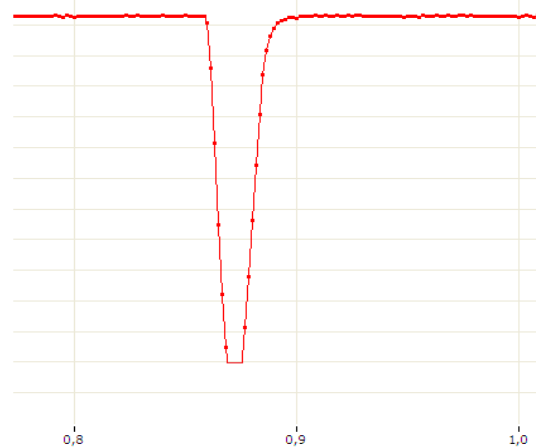


Figura 3: Gráfico arrojado por el MotionDaq del dinamómetro saturado por la fuerza que se intentó medir. Se puede observar que en la zona inferior del gráfico este se achata sin que a ese valor corresponda ningún punto medido. Esto se debe a que el dispositivo no puede medir más de 50N de fuerza.

Gráficos del Photogate y dinamómetro en el choque plástico imperfecto

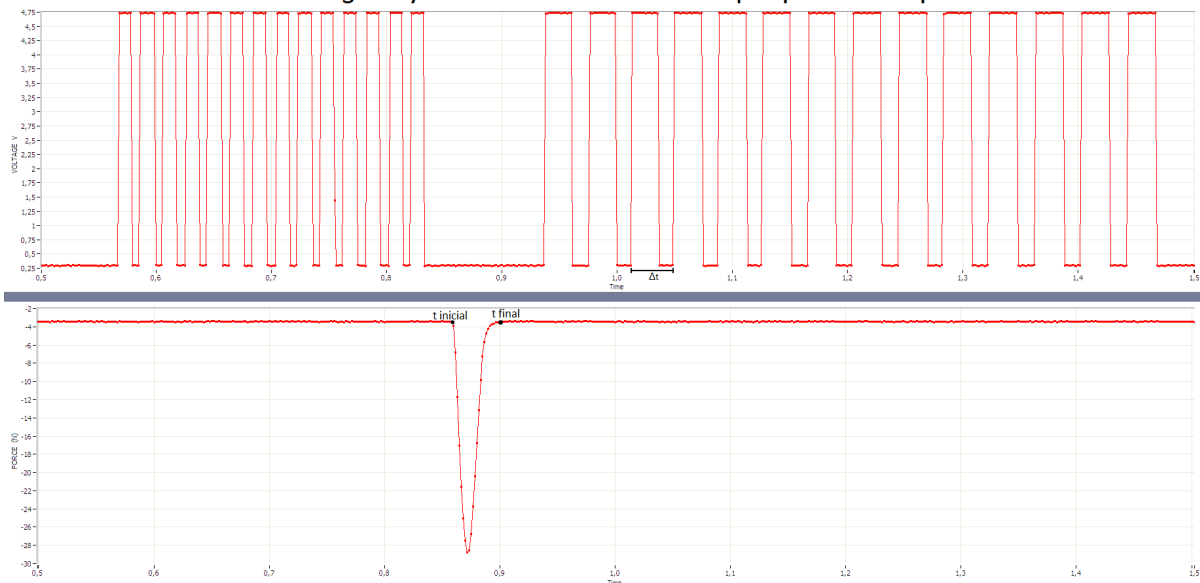


Figura 4: Gráficos simultáneos arrojados por el MotionDaq del dinamómetro y el Photogate. Marcaos se pueden observar, en la parte superior, el intervalo de tiempo Δt que se utilizó para calcular las velocidades en general o, en este caso, la del carrito antes y después de chocar con el dinamómetro. Se puede observar que los dos descensos de tensión coinciden con el comienzo de hoyos de la picket fence, es decir, el valor de ΔX que le corresponde. En la parte inferior se aparecen marcados el instante desde el que se consideró el comienzo del choque y por ende, fue el límite inferior de la integral, y el instante donde el choque termina, el límite superior. Desgraciadamente no se puede apreciar claramente la oscilación de la fuerza medida luego del choque debido a la escala.

Este cálculo resultó entonces $I=(1\pm 1)\text{N}\cdot\text{s}$. Los datos arrojados por el cálculo fueron $I=0,65\text{N}\cdot\text{s}$ y el error de $\sigma_i=1,33\text{N}$. El hecho de que el error sea aproximadamente dos veces la integral tiene sentido matemático, dado que en el caso utilizado en este análisis, Δt fue la mínima división posible para nuestros datos. De esta forma la integral fue calculada como la sumatoria del valor de la fuerza en cada punto por $\Delta t = \text{frec}^{-1} = (10000\text{Hz})^{-1}$. Es decir que el Δt utilizado era de $0,0001\text{seg}$. El error asociado a esta variable fue dado sin embargo por la forma en que se calculaba Δt : un valor de tiempo menos el anterior. Propagando el error de aquí se obtiene que $\sigma_t = 2\Delta t$, dado que el error en la variable de tiempo está dada por la mínima división posible, es decir, nuevamente $\Delta t = \text{frec}^{-1} = (10000\text{Hz})^{-1} = 0,0001\text{seg}$. Así, utilizando álgebra en la expresión de (10) y sabiendo que $\sigma_t = 2\Delta t$ se obtiene que

$$\sigma_I = \sum_{i=1}^n \sigma_f \Delta t + 2 \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} \Delta t = \sum_{i=1}^n \sigma_f \Delta t + 2I$$

Se puede ver entonces que el error de la integral será aproximadamente dos veces la integral misma. Por esto mismo, se decidió sacrificar exactitud para mejorar la precisión. Se tomaron uno de cada 5, de cada 10, 20 o 40 datos. De esta forma, el valor de Δt era ahora mayor (nuevo $\Delta t = 5\Delta t$, $10\Delta t$ y así). Sin embargo, el error se conservó $2\Delta t$. Así se pudieron calcular cuatro nuevos valores para la integral menos exactos que el anterior, que se pueden ver en la tabla 2

Para elegir un valor para la integral se tomó el primer valor calculado como valor "real" del área bajo la curva, dado que todos los cálculos fueron realizados con la misma serie de datos. Así se buscó el valor que, teniendo en cuenta el error, no presentará diferencias significativas con el valor real. Así se obtuvo el valor de $I=(0,6\pm 0,2)\text{N}\cdot\text{s}$, el caso donde se tomó uno de cada diez datos.

Finalmente, para corroborar la hipótesis de la igualdad entre la variación del

momento lineal y la integral de la fuerza, se comprobó que ΔP e I no presentaban diferencias significativas.

Datos tomados	Integral [N.s]	Error [N.s]
1	0,6	1,3
5	0,6	0,3
10	0,6	0,2
20	1,6	0,1
40	3,2	0,1

Tabla 2: En esta tabla se puede observar los resultados obtenidos de las integrales tomando uno de cada 5, 10, 20 y 40 datos, así como la integral calculada original. Como se puede ver, el valor de la integral era cada vez menos exacto, pero el error era menor. Las cifras significativas presentadas fueron tomadas para todas iguales que la de grupos de diez datos para compararla con el resto, ya que ésta fue la utilizada finalmente.

3.2. Choques elástico y plástico perfecto

A partir de las mediciones obtenidas de los choques elásticos, se pudo ver que la teoría planteada en la introducción no se cumplió completamente. Si bien el impulso lineal se conservó en todos los casos, la energía cinética comenzó a variar significativamente a medida que se aumentaban las masas de los móviles, salvo en dos casos (el de masas iguales para ambos carritos y cuando el carrito chocado pesaba aproximadamente unos 100g más) tal como se puede observar en la tabla 3.

Esto puede deberse a diversas razones. Por un lado, la velocidad inicial otorgada al primer móvil pudo no haber sido lo suficientemente alta como para que la fuerza de rozamiento pueda ser despreciada. Además, la energía cinética dejó de conservarse en los casos en que las masas eran mayores, lo que implica una fuerza normal mayor y, por lo tanto, una mayor fuerza de rozamiento, tal como se puede ver en (13), aunque podrían haber actuado otras fuerzas no conservativas. Otro motivo que podría explicar este hecho es que se despreció el movimiento que

tenía el carrito que iniciaba el choque luego del mismo, debido a que su velocidad era muy baja y a la dificultad que presentaba realizar esta medición. Sin embargo, estas razones no explican por qué la energía cinética no se conservó mientras que el impulso lineal sí lo hizo, siendo que ambas magnitudes dependen de la velocidad. El motivo más probable es que el choque entre los carritos no era perfectamente elástico. Si bien los imanes lograban repeler a ambos carritos, existía un pequeño choque plástico entre ellos que liberaba energía en forma de ruido, por ejemplo.

	Valor medio	Error
m_1	0,5149	0,0004
m_2	1,0336	0,0004
P_i [kg*m/s]	0,38	0,03
P_f [kg*m/s]	0,39	0,02
E_{c_i} [J]	0,14	0,02
E_{c_f} [J]	0,07	0,01

Tabla 3: Con color verde se pueden observar los datos que se conservaron antes y después del choque, mientras que con rojo se ven los que no se conservaron. A la masa 1 se le otorgó una velocidad inicial mientras que la masa 2 se encontraba en reposo. En este caso, la proporción entre las masas era casi el doble.

En el caso del choque plástico perfecto, solo la cantidad de movimiento total del sistema debería conservarse, mientras que la energía cinética no. Estas dos hipótesis se cumplieron con todos los choques realizados variando las masas. No sólo la energía cinética no se conservó, sino que además la energía final calculada

analíticamente a partir de las condiciones iniciales (reemplazando los datos pertinentes en cada caso en (19) de la introducción) y la calculada experimentalmente a partir de la velocidad final, en general no presentaron diferencias significativas.

3.3. Choque elástico con resorte

Luego de realizadas las mediciones se calcularon los trabajos de las fuerzas no conservativas entre los *Photogates* 2 y 3 en el trayecto de ida y el de vuelta (luego del choque con el tope fijo) y se observó que, refutando la hipótesis planteada en 2.4, estos no eran iguales. Por esta razón no se pudo extrapolar el trabajo del rozamiento en ese segmento al trayecto recorrido entre el *Photogate* 3 y el tope y viceversa, motivo por el cual carecía de sentido comparar las energías cinéticas a la ida y a la vuelta, aun teniendo en cuenta el trabajo de la fuerza.

Podría haberse supuesto al trabajo lineal en el tiempo y, utilizando una aproximación por cuadrados mínimos, sí extrapolarlo al resto del recorrido. Sin embargo, no sólo carece de fundamentos teóricos esta hipótesis, sino que además es muy pobre una serie de dos puntos para realizar una aproximación lineal.

Buscando razones por las cuales el trabajo pudo no ser constante a lo largo de todo el trayecto se puede pensar que esto se debió a que las fuerzas que realizaron el trabajo no eran constantes, como el rozamiento, sino que dependían de alguna forma del tiempo. Una fuerza de este tipo es la fuerza viscosa: la interacción con el aire genera una fuerza en dirección opuesta al movimiento que es proporcional a la velocidad. Como la velocidad variaba en el tiempo, también lo hacía el módulo de la fuerza y así el trabajo.

4. Conclusiones

En general casi todos las hipótesis de choque fueron verificadas: no se encontraron diferencias significativas entre ΔP e I ($\Delta P=(0,615\pm 0,009)\text{kg}\cdot\text{m/s}$ e $I=(0,6\pm 0,2)\text{N}\cdot\text{s}$), así como entre los momentos lineales antes y después del choque tanto en el caso elástico como en el plástico perfecto, donde además las energías cinéticas finales calculadas analítica y experimentalmente también presentaron diferencias despreciables. En el caso elástico, sin embargo, la energía cinética que se debería haber conservado, presentó grandes diferencias y sólo en dos casos de los nueve se conservó. Esto se debió probablemente a que el choque no fue en realidad elástico sino plástico y, en los dos casos en que sí se conservó la energía cinética (el caso de ambos carritos con igual masa y el caso donde el chocado pesaba aproximadamente 100g más) se pudo deber a que la variación fue menor debido a ya fuera a una velocidad inicial menor o a otro factor.

Finalmente, el caso del choque elástico con resorte no pudo ser corroborado. El trabajo de las fuerzas no conservativas no era igual a lo largo del todo el trayecto, hipótesis que no debía refutarse para poder realizar el resto de los cálculos. Sin embargo, aún así se puede teorizar respecto a por qué el trabajo no se conservó. Lo más probable es que las fuerzas no conservativas que realizan este trabajo no sean constantes en el tiempo, como sí lo era el rozamiento, que fue la fuerza a la que en un comienzo se le adjudicó la pérdida de energía cinética. Una de estas fuerzas podría ser la fuerza viscosa generada por el aire que, siendo proporcional a la velocidad y esta no constante en el tiempo debido a, por ejemplo, el rozamiento o a la misma fuerza viscosa, variaba con el tiempo. Así el trabajo calculado que dependía de esta fuerza también lo hacía.