

C10

Laboratorio 1



Universidad de Buenos Aires – Exactas
departamento de física

Noviembre 2020

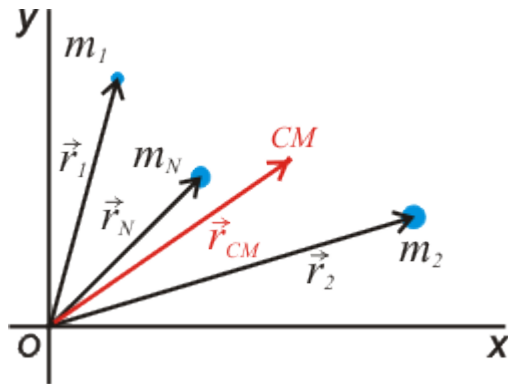
Movimiento de un cuerpo rígido



masa puntual



distribución de masa en un volumen finito!



$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i$$

Se define el momento de inercia **I** respecto al centro de masa **$I_{cz} = \sum m_i r_i^2$**

Se puede demostrar en general que : **$I_z = I_{cz} + M r_c^2$** **TEOREMA DE STEINER**

Como se calcula, por ejemplo el momento de inercia en un cilindro ?

$$dI = r^2 dm$$

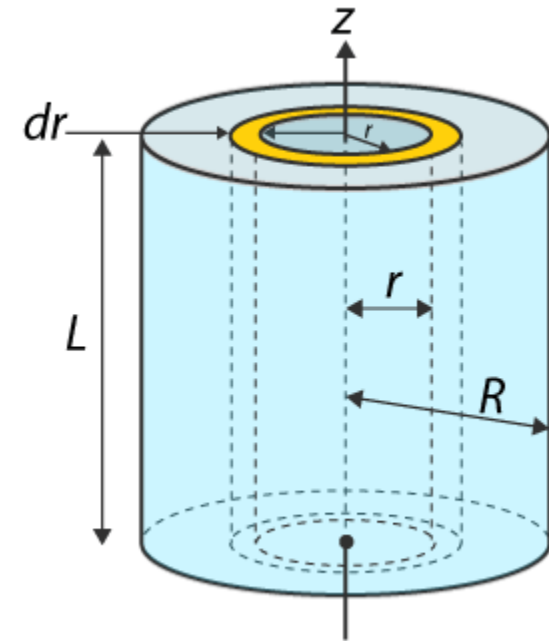
y sabemos que la densidad $\rho = \mathbf{M/V} = \mathbf{dm/dv}$

$$dI = r^2 \cdot \rho dv \quad \Rightarrow \quad I = \int r^2 \cdot \rho dv = \rho \int r^2 dv$$

En un cilindro $dv = dz \cdot r d\theta \cdot dr$

$$Y \text{ la integral queda: } I = \rho \int r^2 dv = \rho \int r^3 dr \cdot \int d\theta \cdot \int dz$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 $2\pi \quad L$



$$I = \rho \int r^2 dv =$$

$$\rho \int r^3 dr \cdot \int d\theta \cdot \int dz =$$

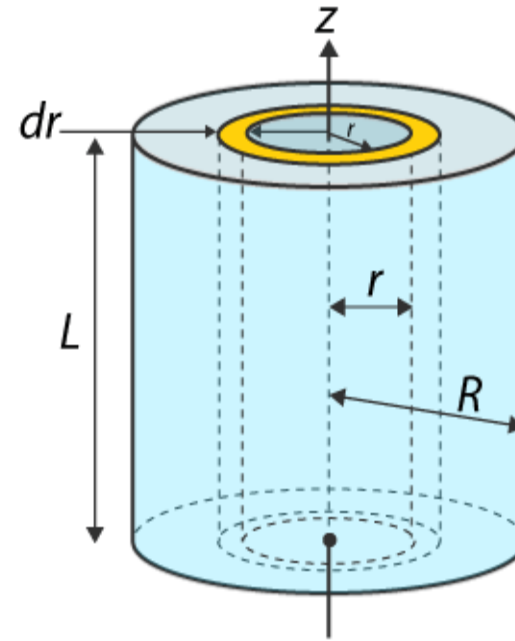
$$\rho \cdot 2\pi \cdot L R^4/4$$

resulta: $I = \rho \cdot 2\pi \cdot L R^4/4$

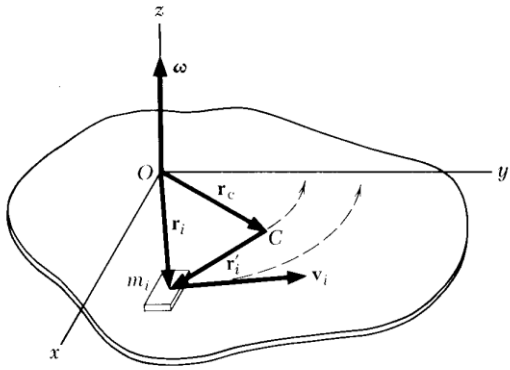
y el volumen de un cilindro es? $V = \pi \cdot R^2 L$

Puedo reescribir al momento de inercia como: $I = \frac{1}{2} M R^2$

Pueden deducir el momento de inercia de un cilindro hueco: $I = M \cdot R^2$



Como se calcula la energía de rotación:



La velocidad de la masa i situada a una distancia r_i del eje de rotación :

$$\mathbf{v}_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$$

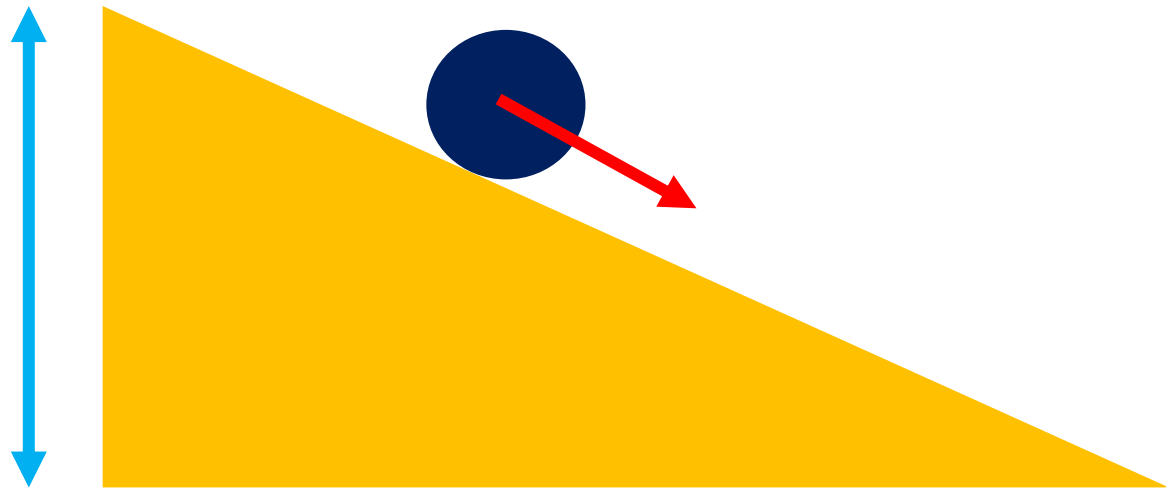
La energía cinética de rotación resultante de todos los elementos de masa i :

$$\mathbf{E}_{rot} = \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i)^2 = \frac{1}{2} \mathbf{I}_z \boldsymbol{\omega}^2 \quad \text{con}$$

\mathbf{I}_z momento de inercia y definido como:

$$\mathbf{I}_z = \sum m_i r_i^2$$

Conservación de energía en un experimento de cuerpo rígido



**Cilindro que se
desciende hasta el plano
horizontal**

**Movimiento
unidireccional**

“sin deslizar”

Que energías están involucradas en el problema?

Energía cinética + energía potencial

Energía cinética $E_c = E_{tras} + E_{rot}$ y

$E_{tras} = \frac{1}{2} M v^2$; $E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Energía potencial: $E_p = Mgh$ siendo m: masa del cuerpo,
h: altura a la que se encuentra
(respecto a una referencia)