Laboratorio 1

1er Cuatrimestre 2021

Introducción a la Física Experimental

Mediciones indirectas

Lucía Famá - Mauro Silberberg

Valeria Pais, Ayelén Santos

Universidad de Buenos Aires - Exactas

departamento de física

CLASES DE MEDICIONES

Directas (MD)

- La medida deseada se obtiene de la lectura del instrumento
- Ej.: medición del tiempo utilizando un cronómetro.

Indirectas (MI)

- La medida deseada se obtiene a partir de un proceso matemático sobre otras medidas
- Ej.: superficie de un cuerpo a partir de la medida de sus lados.

Mediciones Indirectas (MI)

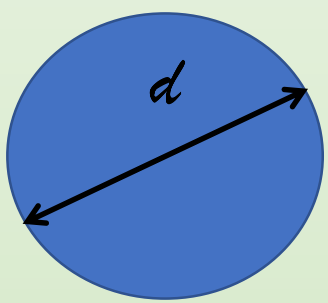
Magnitudes que no pueden ser medidas determinadas a partir del instrumento

Por ej: AREA de un objeto

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\, Ud.}$$

1

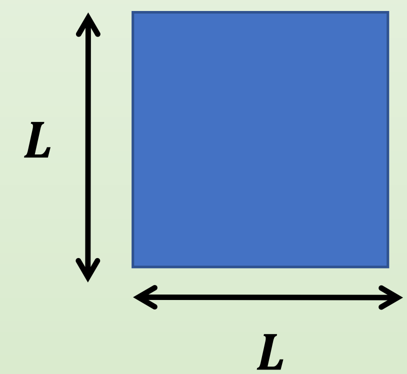
$$A = \frac{\pi}{4} d^2$$



$$d = (d_0 \pm \Delta d)\, Ud.$$

2

$$A = L^2$$



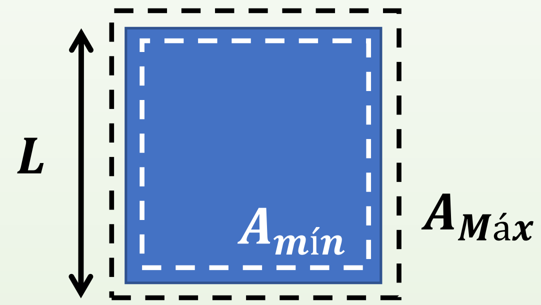
$$L = (L_0 \pm \Delta L)\, Ud.$$

Valor más representativo e incertidumbre

2

$$A = L^2 \qquad A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$



$$A_{mín} = (L_0 - \Delta L)^2 \qquad A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)^2$$

$$L = L_0 \pm \Delta L$$

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$A_o = \frac{A_{Máx} + A_{mín}}{2}$$

$$A_o = \frac{2\,{L_0}^2 + \cancel{2\,\Delta L^2}}{2} \approx {L_0}^2$$

$$\boxed{A_0 = L_0^2 = A(L_0)}$$

Evaluado en L_0

INCETIDUMBRE

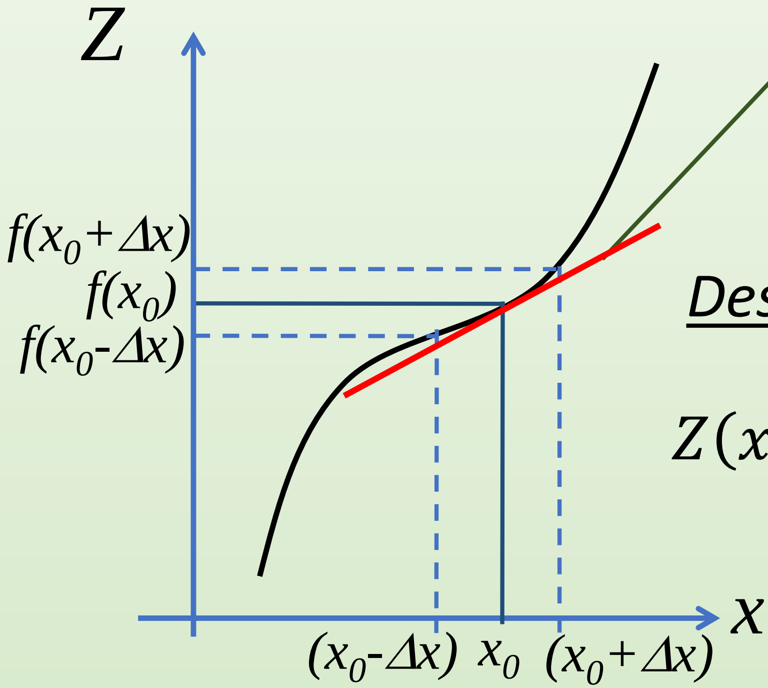
$$\Delta A = \frac{A_{Máx} - A_{mín}}{2}$$

$$\Delta A = \frac{4\,L_0\,\Delta L}{2} = 2\,L_0\,\Delta L$$

$$\boxed{\Delta A = 2\,L_0\,\Delta L}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una magnitud Z a partir de la medición directa de 1 magnitud x

$\boxed{Z = f(x)}$ $\boxed{Z = (Z_0 \pm \Delta Z)\, Ud.}$ $x = (x_0 \pm \Delta x)\, Ud.$



Recta tangente a $f(x_0)$

La pendiente será: $\left.\dfrac{df(x)}{dx}\right|_{x_0}$

Desarrollo de Taylor:

$$Z(x) = f(x) \approx f(x_0) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} (x - x_0) + \ldots$$

$$\boxed{Z_0 = f(x_0)}$$

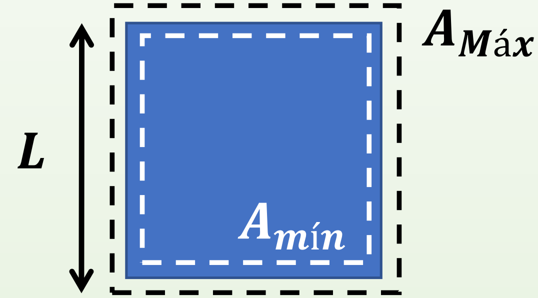
$$\boxed{\Delta Z = \left|\left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x_0}\right| \Delta x}$$

Valor más representativo e incertidumbre

2

$$A = L^2 \qquad A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$



$$\boxed{A_0 = f(L_0)} \qquad \boxed{\Delta A = \left|\frac{df(L)}{dL}\right|_{L_0} \Delta L} \qquad L = L_0 \pm \Delta L$$

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$A_0 = A(L_0) = L_0^2$$

INCETIDUMBRE

$$\Delta A = 2\, L_0\, \Delta L \Rightarrow \left.\frac{dA}{dL}\right|_{L_0} \Delta L$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una magnitud Z a partir de la medición directa de 2 magnitudes x e y

$$\boxed{Z = f(x, y)}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$

x, y son VA independientes

$$\boxed{Z = (Z_0 \pm \Delta Z)\ Ud.}$$

Desarrollo de Taylor

$$Z = f(x, y) \approx f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} (x - x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} (y - y_0) + \ \dots$$

$x \approx x_0$

$y \approx y_0$

Cte *Cte* *Cte* *Cte* *Cte*

Supongamos que queremos determinar el valor de una magnitud Z a partir de la medición directa de 2 magnitudes x e y

$$Z = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}(x - x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}(y - y_0) + \ldots$$

$x \approx x_0$
$y \approx y_0$

Cte Cte Cte Cte Cte

A partir de las propiedades de la Varianza:

$$\begin{cases} V(x_0,y_0) = 0, V(f(x_0,y_0)) = 0 \\ V(x+y) = V(x) + V(y) \\ V(kx) = k^2 V(x) \end{cases}$$

$$V(Z) = \left.\frac{\partial f(x,y,\ldots)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}^{2} V(x) + \left.\frac{\partial f(x,y,\ldots)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}^{2} V(y) \ldots$$

$$\sigma = \sqrt{V(Z)}$$

$$\sigma^2 = \left|\frac{\partial f(x,y,\ldots)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}^{2} {\sigma_x}^2 + \left|\frac{\partial f(x,y,\ldots)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}^{2} {\sigma_y}^2 \ldots$$

Generalizando ......

Para determinar el valor de una medida indirecta $\boldsymbol{Z = f(x, y, z, \dots)}$

Con: $x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$

$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$

$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$

$\vdots$

x, y, z ... variables independientes

$$\boxed{Z = f(x_0, y_0, z_0, \dots) \pm \Delta f}$$

$$\Delta f^2 = \left(\left. \frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x} \right|_{\substack{x_0, \\ y_0, \dots}} \right)^2 \Delta x^2 + \left(\left. \frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x} \right|_{\substack{x_0, \\ y_0, \dots}} \right)^2 \Delta y^2 + \ \dots$$

$$\boxed{\Delta f = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x} \right|_{\substack{x_0, \\ y_0, \dots}} \right)^2 \Delta x^2 + \left(\left. \frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x} \right|_{\substack{x_0, \\ y_0, \dots}} \right)^2 \Delta y^2 + \ \dots}}$$

Para Practicar!!!

Obtener el período de un péndulo (T) colgado de un hilo de longitud l

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

$$l = (50{,}0 \pm 0{,}1)\ cm$$
$$g = (9{,}81 \pm 0{,}01)\ m/s^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_0}}$$

$$\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_0}} = 2\pi\frac{1}{2\sqrt{l_0 g_0}}$$

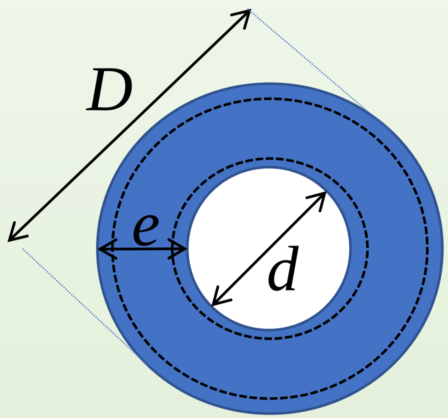
$$\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_0}} = 2\pi\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{l}}{g^{3/2}}$$

$$\Delta T = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta l^2 + \left(\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial g}\right|_{\substack{l_0,\\ g_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta g^2}$$

Casos comunes …. Incerteza en MI

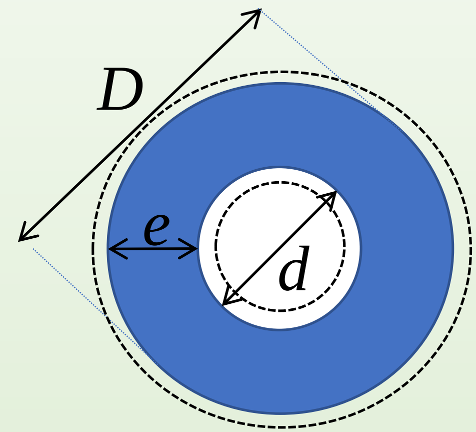
<u>Sumas y Restas</u>:

$$\boxed{e = D - d}$$



$$D = (D_0 \pm \Delta D)\ Ud.$$

$$d = (d_0 \pm \Delta d)\ Ud.$$



$$e_{mín} = (D_0 \ - \ \Delta D) - (d_0 \ + \ \Delta d)$$

$$e_{mín} = D_0 \ - d_0 - (\Delta D + \ \Delta d)$$

$$e_{Máx} = (D_0 \ + \ \Delta D) - (d_0 \ - \ \Delta d)$$

$$e_{Máx} = D_0 \ - d_0 + (\Delta D + \ \Delta d)$$

$$\boxed{e = (e_0 \pm \Delta e)\ Ud.}$$

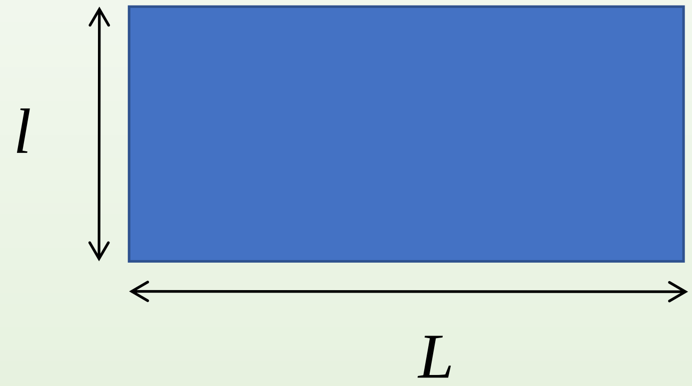
$$\boxed{e_0 = D_0 - d_0} \qquad \boxed{\Delta e = \Delta D + \Delta d}$$

Casos comunes …. Incerteza en MI

Multiplicación:

$$\boxed{A = L * l}$$

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.}$$



$$A_{mín} = (L_0 - \Delta L)(l_0 - \Delta l)$$

$$A_{mín} = L_0 l_0 - l_0 \Delta L - L_0 \Delta l + \Delta L \Delta l$$

$$A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)(l_0 + \Delta l)$$

$$A_{Máx} = L_0 l_0 + l_0 \Delta L + L_0 \Delta l + \Delta L \Delta l$$

$$\boxed{A_0 = L_0 * l_0}$$

Divido por A_0

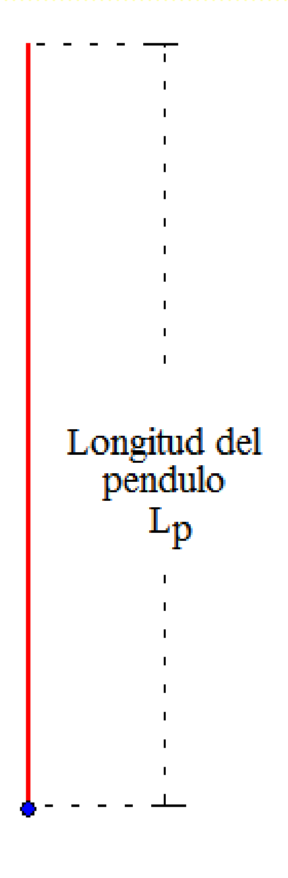
$$\Delta A = l_0 \Delta L + L_0 \Delta l \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_0} = \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{\Delta l}{l_0} \Longrightarrow \boxed{\varepsilon_{rA} = \varepsilon_{rL} + \varepsilon_{rl}}$$

ACTIVIDAD 1

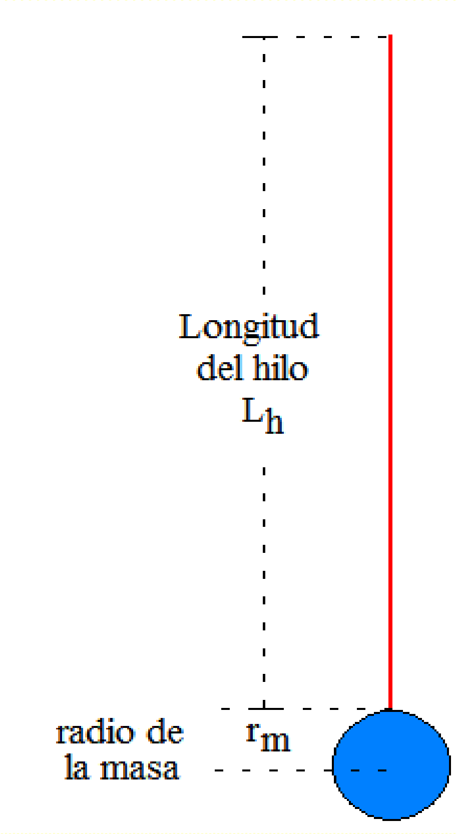
EXPERIMENTO Exp. 3

DETERMINAR LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD A PARTIR DE T Y l

Caso ideal



Caso real



$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

- Obtener $g = (\bar{g} \pm \Delta g)\ Ud.$

Utilizando:

T obtenida para **N = 200**

l de dicha medición

ACTIVIDAD 2

EXPERIMENTO **Exp. 3**

OBTENCIÓN DEL VOLUMEN DE UN CUERPO (MI)

- **Determine el volumen de un objeto mediante diferentes métodos**
- **Cada integrante elegirá 2 métodos. El grupo reportará en una tabla los resultados de todos los integrantes**

Posibles Métodos

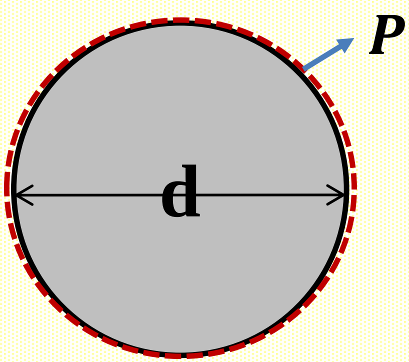
1. Medir las dimensiones y determinar el volumen a partir de su geometría.
2. Medir el volumen sumergiendo el cuerpo en agua.
3. Medir la masa y, utilizando la densidad tabulada, determinar el volumen del cuerpo.

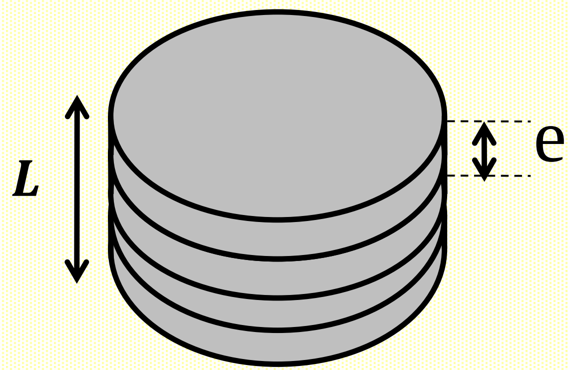
EXPERIMENTO **Exp. 3**

1 VOLUMEN A PARTIR DE SU GEOMETRÍA

A- Utilizando el diámetro (d) y/o B- Utilizando el perímetro (P)

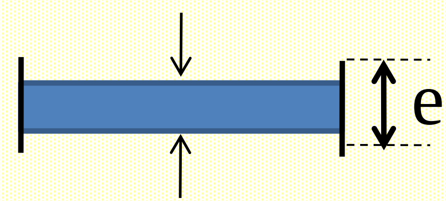
$$\boxed{V = \pi r^2 e} \qquad r = \frac{d}{2} \qquad r = \frac{P}{2\pi} \qquad e = \frac{L}{n}$$





Instrumento

Método



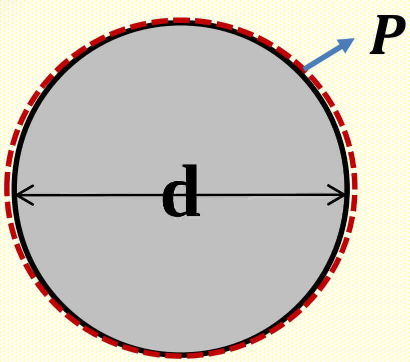
Diámetro de monedas (Banco Central de la República Argentina)

http://www.bcra.gob.ar/MediosPago/Nueva_familia_monedas.asp

EXPERIMENTO

Exp. 3

1 VOLUMEN A PARTIR DE SU GEOMETRÍA

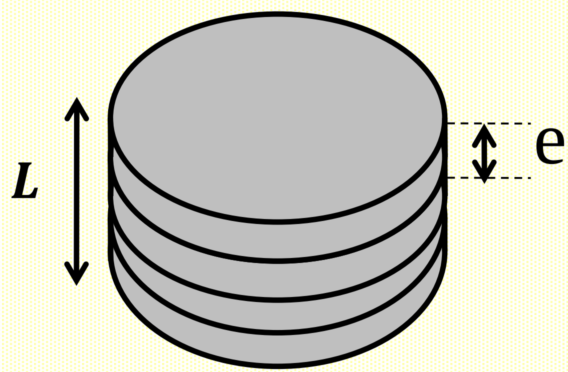


$$\boxed{V_0 = \pi r_0^2 e_o}$$

$$r = (r_0 \pm \Delta r)\ Ud.$$

$$e = (e_0 \pm \Delta e)\ Ud.$$

$$\boxed{\Delta V^2 = \left(\left.\frac{\partial V(r,e)}{\partial r}\right|_{r_0,\,e_0}\right)^2 \Delta r^2 + \left(\left.\frac{\partial V(r,e)}{\partial e}\right|_{r_0,\,e_0}\right)^2 \Delta e^2}$$



¿y cómo obtengo Δr y Δe?

$$r = \frac{d}{2} \qquad r = \frac{P}{2\pi} \qquad d = (d_0 \pm \Delta d)\ Ud.$$

$$\vdots$$

- Si uso $r = d/2 \rightarrow$ propagar el error de d
- Si uso $r = P/2\pi \rightarrow$ propagar el error de P
-Si mido e directamente $\rightarrow$ Me salvo
-Si uso $L = ne \rightarrow$ propagar el error de L

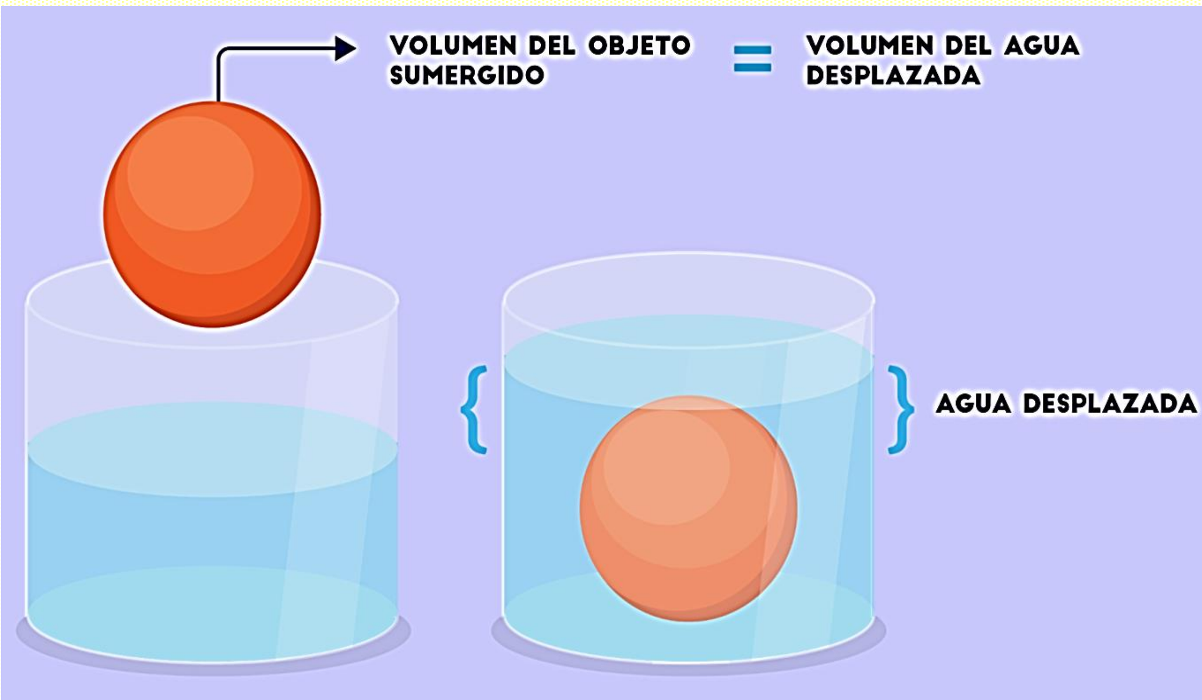
EXPERIMENTO

Exp. 3

2 VOLUMEN SUMERGIENDO EL CUERPO EN AGUA

$$\boxed{V = V_f - V_i}$$

$$\Delta V^2 = \left(\left.\frac{\partial V}{\partial V_f}\right|_{V_{f0},\, V_{i0}} \right)^2 \Delta V_f^{\,2} + \left(\left.\frac{\partial V}{\partial V_i}\right|_{V_{f0},\, V_{i0}} \right)^2 \Delta V_i^{\,2}$$



Instrumento

¿Si no veo diferencia de volumen?

Método

Puedo agregar monedas iguales!!

$$\boxed{V' = \frac{V}{n}}$$

3

VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Delta V^2 = \left(\left. \frac{\partial V}{\partial m} \right|_{m_0, \rho_0} \right)^2 \Delta m^2 + \left(\left. \frac{\partial V}{\partial \rho} \right|_{m_0, \rho_0} \right)^2 \Delta \rho^2$$

Instrumento

Balanza $\rightarrow \boldsymbol{m}$

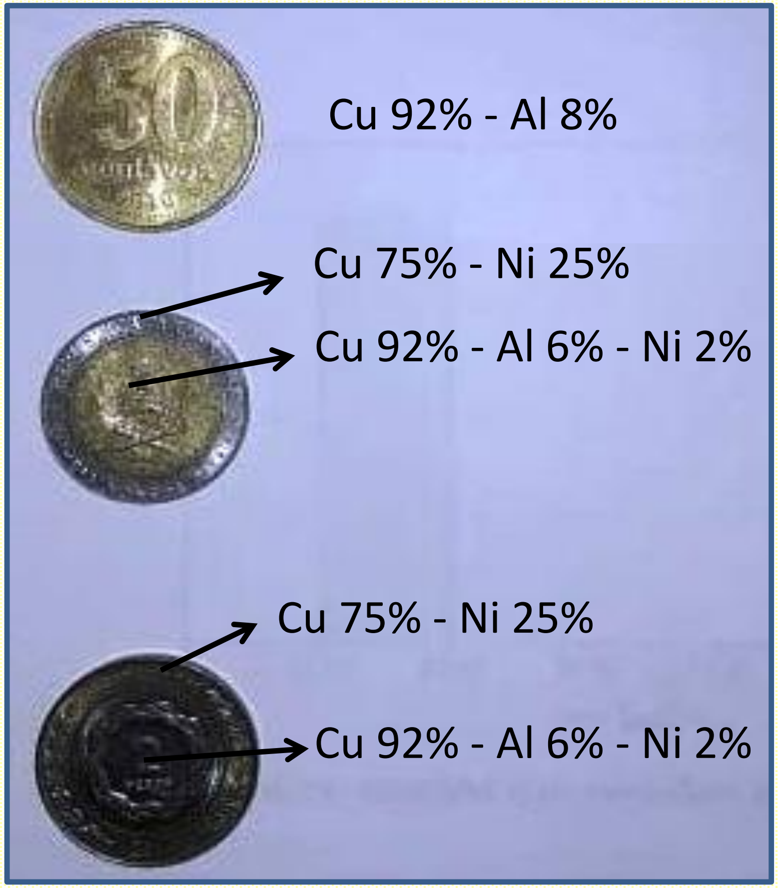
Método

Literatura $\rightarrow \boldsymbol{\rho}$

EXPERIMENTO

Exp. 3

VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD



Datos útiles

ρ_{Cu} = 8,96 g/cm^3

ρ_{Al} = 2,70 g/cm^3

ρ_{Ni} = 8,91 g/cm^3

¿Qué incerteza tiene ρ ?

¿Los materiales serán libres de impurezas?

EXPERIMENTO

Exp. 3

VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD

Acero electrodepositado con Cu

Acero electrodepositado con Latón

Alpaca

Datos útiles

$\rho_{acero} \sim 7{,}85\ g/cm^3$

$\rho_{Alpaca} = 8{,}73\ g/cm^3$

¿y el valor de la densidad por el depósito de Cu o Latón?

Preguntas frecuentes

Podemos hablar de precisión y exactitud de resultados, pero ….

¿Cómo sabemos si una medición es confiable?

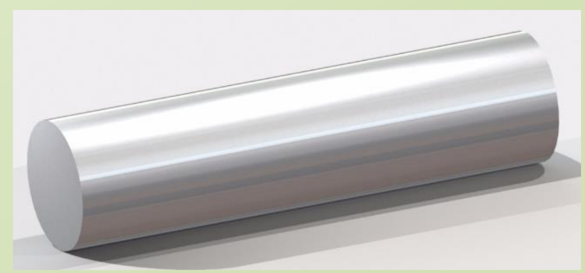
Debemos cuestionarnos sobre: el método, el instrumento, el objeto, el observador...

HIPÓTESIS EMPLEADAS!!

Instrumento para determinar masas

Balanza de precisión

Uso la densidad de un material en mi cuenta ….



Barra de aluminio

¿Es aluminio puro?

EXPERIMENTO Exp. 3

VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD

Consideraciones a tener en cuenta

- Analizar cómo influye la incerteza de cada magnitud en la incerteza absoluta del volumen.

$$\boldsymbol{V} = (\overline{\boldsymbol{V}} \pm \Delta \boldsymbol{V})\ \boldsymbol{Ud}.$$

- Ventajas y desventajas de cada método. Confiabilidad de las magnitudes utilizadas (la medí yo?, qué tan confiable es?)
- Precisión de los instrumentos utilizado
- Método utilizado (confianza del método)

!A MEDIR!

EXPERIMENTO **Exp. 3**

REPORTAR EN EL FORO DEL CAMPUS

A1 • **Expresar los resultados de g como: $g = (\bar{g} \pm \Delta g)\ Ud.$**

A2 • **Definir los métodos: M1, M2, … Instrumentos y precisión**

Tabla 1. Resultados del volumen de una moneda de $X obtenidos mediante diferentes métodos.

	M1	ε_{r1}	M2	ε_{r2}	M3	ε_{r3}
$V_A\ (Ud.)$	$2{,}36 \pm 0{,}23$					
$V_B\ (Ud.)$						
$V_C\ (Ud.)$						

- **Compare los resultados utilizando el criterio de diferencias significativas, precisión y exactitud. Evaluar CONFIANZA**