Leyes de conservación. Choque y coeficiente de restitución.

Laboratorio 1 - 1er cuatrimestre 2021

Lucía Famá - Mauro Silberberg
Ayelén Santos - Valeria Pais

Objetivos de la clase de hoy

Determinar el coeficiente de restitución de un choque inelástico a través de los sucesivos rebotes de una pelota.

» Analizar la conservación de la energía y del impulso.

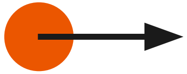
» Estudiar las diferencias entre distintos tipos de pelota.

» Realizar el análisis de datos a través de dos métodos y comparar.

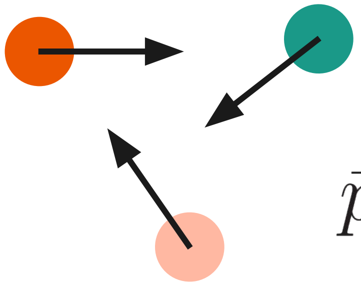
Leyes de conservación

- ★ ¿Qué son?
- ★ ¿Para qué sirven?
- ★ ¿Qué cantidades recuerdan que posean leyes de conservación?

Impulso lineal

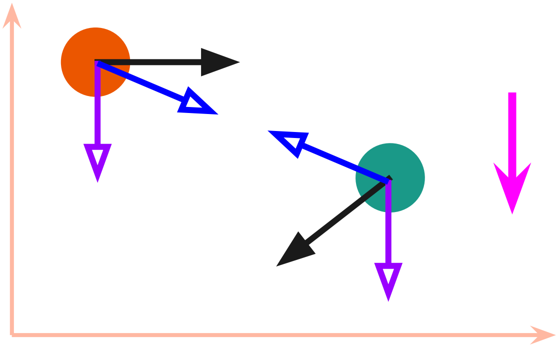


$$\bar{p} = m\bar{v}$$

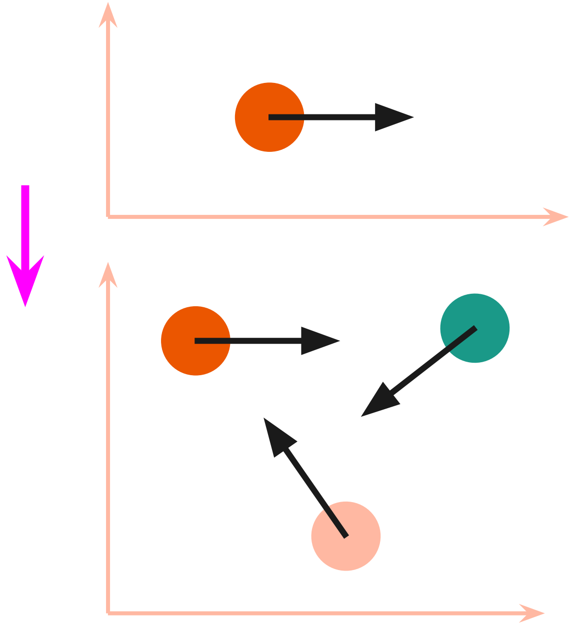


$$\bar{p} = \sum m_i \bar{v}_i$$

El impulso lineal total de un sistema se conserva siempre que la suma de fuerzas externas sea nula.



Energía mecánica



La energía mecánica total del sistema se conserva siempre que la suma de las fuerzas no conservativas sea nula

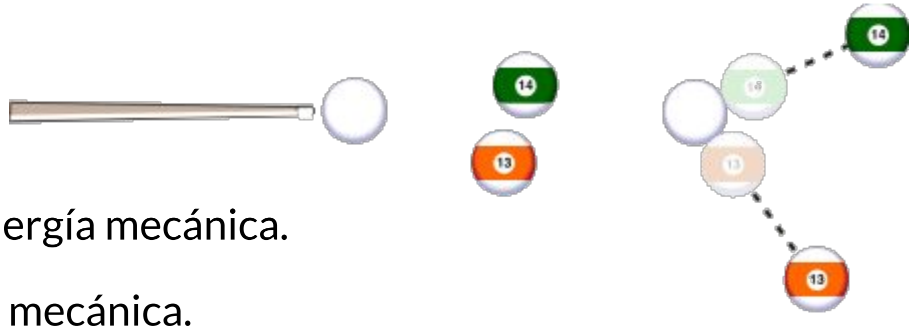
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = mgh$$

$$E_p = \sum m_i g h_i \qquad E_c = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Colisiones

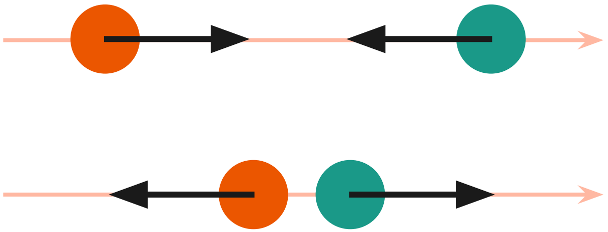
Cualquier evento casi instantáneo en el que dos cuerpos se aproximan lo suficiente como para interactuar por fuerzas internas.

Siempre se conserva el impulso lineal.



- ★ Colisión elástica → Se conserva la energía mecánica.
- ★ Colisión plástica → Se pierde energía mecánica.
- ★ Colisión explosiva → Se gana energía mecánica.

Choque elástico 1D :)



$$m_1\bar{v}_{01} + m_2\bar{v}_{02} = m_1\bar{v}_{f1} + m_2\bar{v}_{f2}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} \\ \\ \frac{1}{2}m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{f2}^2 \end{array} \right\}$$

Conservación del impulso

Conservación de la energía

Choque elástico 1D :)

$$\left\{\begin{array}{c} m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 \end{array}\right\}$$

$$m_2(v_{f2} - v_{02}) = m_1(v_{01} - v_{f1})$$

$$\boxed{m_2(v_{f2} - v_{02}) = -m_1(v_{f1} - v_{01})}$$

Vale siempre que se conserve el impulso

$$\frac{1}{2} m_2(v_{f2}^2 - v_{02}^2) = -\frac{1}{2} m_1(v_{f1}^2 - v_{01}^2)$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m_2(v_{f2} - v_{02})}(v_{f2} + v_{02}) = \cancel{-}\cancel{\frac{1}{2} m_1(v_{f1} - v_{01})}(v_{f1} + v_{01})$$

$$\boxed{v_{f2} + v_{02} = v_{01} + v_{f1}}$$

Choque elástico 1D :)

$$\boxed{\begin{aligned} m_2(v_{f2} - v_{02}) &= -m_1(v_{f1} - v_{01}) \\ v_{f2} + v_{02} &= v_{01} + v_{f1} \end{aligned}}$$

$$v_{f2} - v_{f2} = v_{01} - v_{02}$$

$$\boxed{v_{f2} - v_{f1} = -(v_{02} - v_{01})}$$

Vale sólo si se conservan a la vez impulso y energía

Coeficiente de restitución

$$R = -\frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{02} - v_{01}}$$

Choque elástico

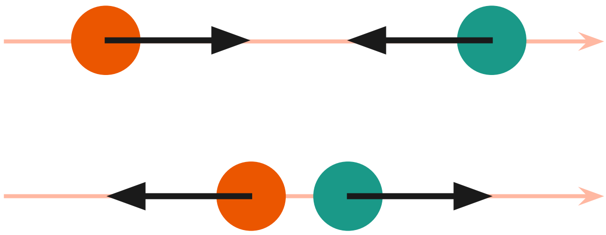
$$R = 1$$

Coeficiente de restitución :D

$$\underbrace{R}_{>0} = -\frac{\overbrace{v_{f2}}^{>0} - \overbrace{v_{f1}}^{<0}}{v_{02} - v_{01}}$$

$$v_{01} > 0$$

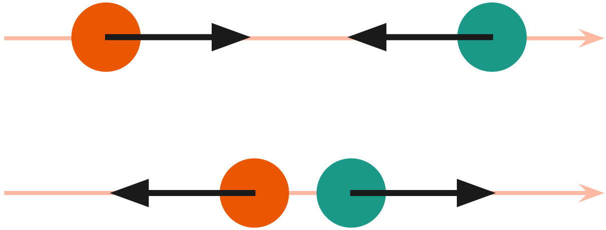
$$v_{02} < 0$$



$$v_{f1} < 0$$

$$v_{f2} > 0$$

Choque plástico 1D



$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{f2}^2 - \frac{1}{2}m_1 v_{01}^2 - \frac{1}{2}m_2 v_{02}^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1(v_{f1}^2 - v_{01}^2) + \frac{1}{2}m_2(v_{f2}^2 - v_{02}^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1(v_{f1} - v_{01})(v_{f1} + v_{01}) + \frac{1}{2}m_2(v_{f2} - v_{02})(v_{f2} + v_{02})$$

ΔE < 0

$$\boxed{\alpha = m_2(v_{f2} - v_{02}) = -m_1(v_{f1} - v_{01})}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\alpha\Big[(v_{f2} + v_{02}) - (v_{f1} + v_{01})\Big]$$

Vale siempre que se conserve el impulso

Choque plástico 1D

$$\Delta E = \frac{1}{2}\alpha\Big[(v_{f2}+v_{02})-(v_{f1}+v_{01})\Big]$$

$$\alpha = m_2(v_{f2}-v_{02}) = -m_1(v_{f1}-v_{01})$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\alpha\Big[(v_{f2}-v_{f1})+(v_{02}-v_{01})\Big]$$

$$\beta = v_{02}-v_{01}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\alpha\beta\left[\frac{v_{f2}-v_{f1}}{v_{02}-v_{01}}+1\right]$$

$$R = -\frac{v_{f2}-v_{f1}}{v_{02}-v_{01}}$$

R > 0

α > 0

β < 0

ΔE < 0

$$\boxed{\Delta E = \frac{1}{2}\alpha\beta\Big(1-R\Big)}$$

$$\Delta E = 0 \Leftrightarrow R = 1$$

Coeficiente de restitución :D

$$R = -\frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{02} - v_{01}}$$

$$\Delta E \;\propto\; -\left(1 - R\right)$$

Choque plástico

$$\Delta E < 0 \Leftrightarrow 0 < R < 1$$

Choque elástico

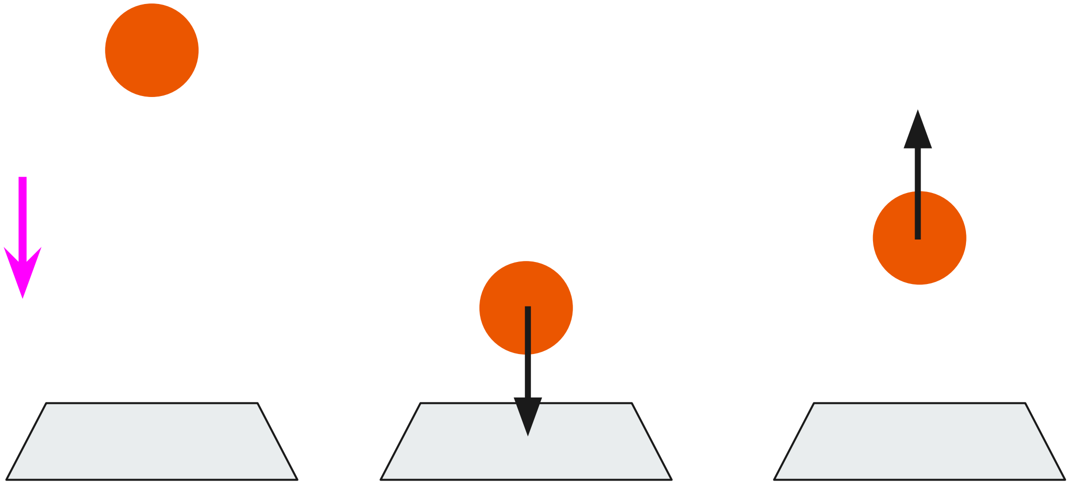
$$\Delta E = 0 \Leftrightarrow R = 1$$

Choque explosivo

$$\Delta E > 0 \Leftrightarrow R > 1$$

¿Qué pasa en este caso?

$$R = -\frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{02} - v_{01}}$$



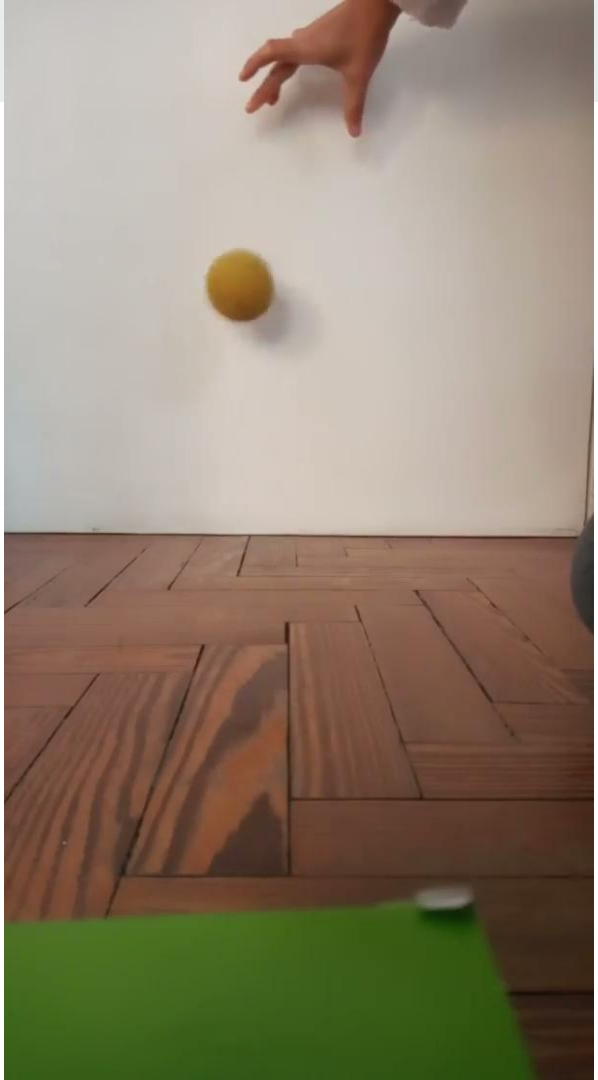
$$v_{01} = v_0$$
$$v_{f1} = v_f$$
$$v_{f2} = v_{02} = 0$$

$$\boxed{R = -\frac{v_f}{v_0}}$$

Primer experimento

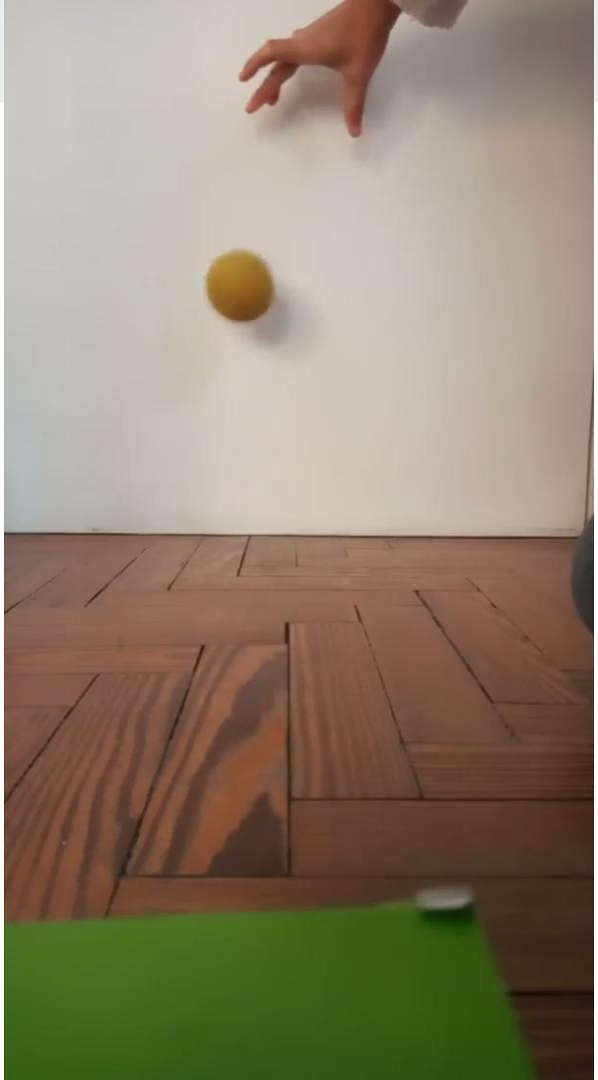
Determinar el coeficiente de restitución de un choque inelástico a través de los sucesivos rebotes de una pelota.

$$\boxed{R = -\frac{v_f}{v_0} = 1}$$



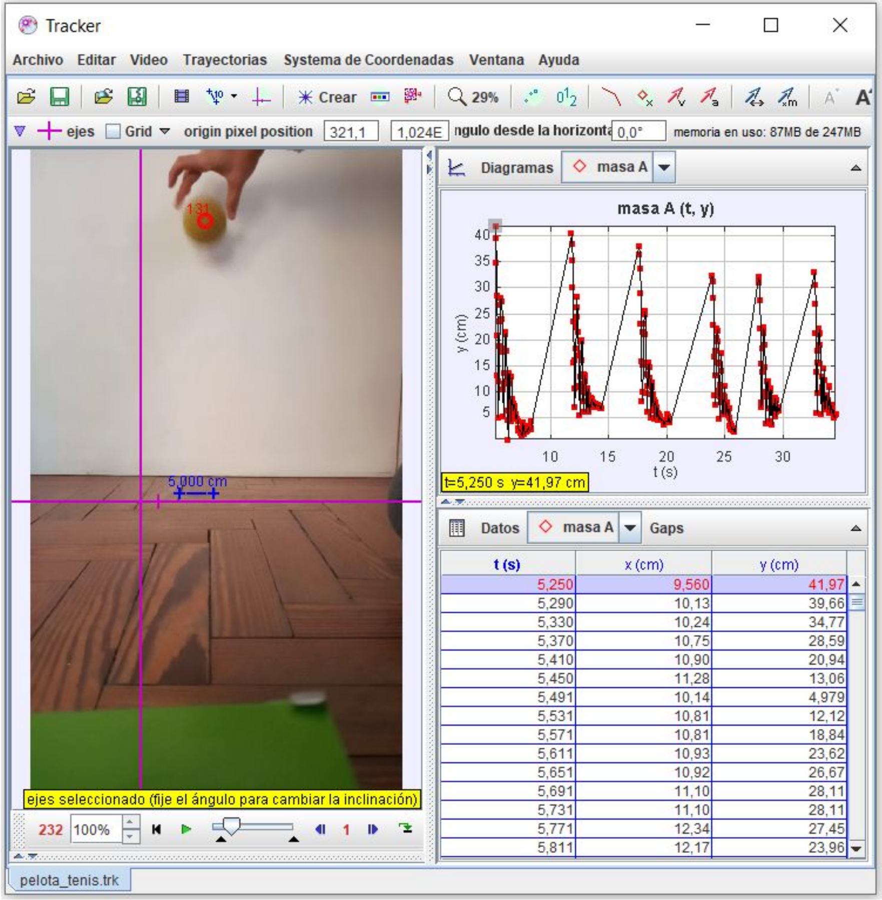
Primer experimento

- ★ Dejar caer del reposo una pelota sucesivas veces → Al menos 5 :P
  → Si posible, c/u un tipo distinto de pelota.



Primer experimento

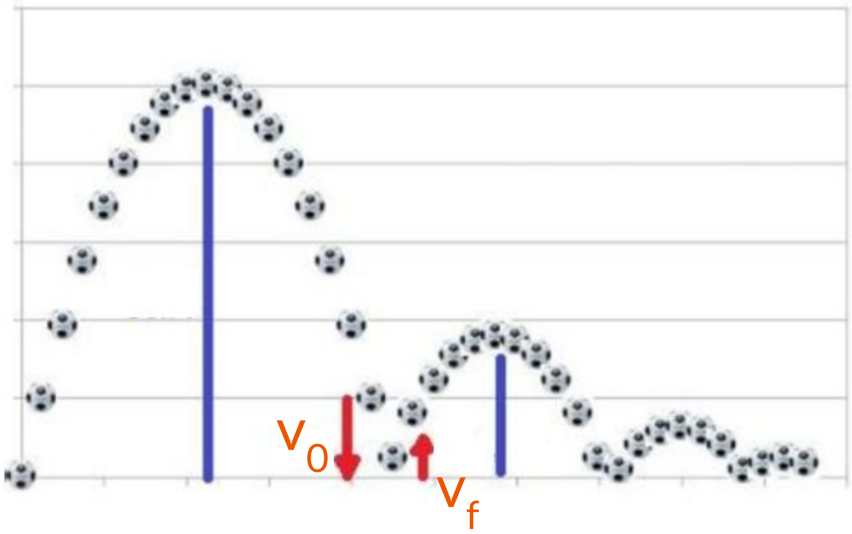
- ★ Dejar caer del reposo una pelota sucesivas veces → Al menos 5 :P
  → Si posible, c/u un tipo distinto de pelota.
- ★ Usar el Tracker para extraer datos de la trayectoria x(t), y(t) → Guardar t, x, y



Primer experimento

$$R = -\frac{v_f}{v_0}$$

- ★ Dejar caer del reposo una pelota sucesivas veces → Al menos 5 :P
  → Si posible, c/u un tipo distinto de pelota.
- ★ Usar el Tracker para extraer datos de la trayectoria x(t), y(t) → Guardar t, x, y
- ★ Determinar las velocidades vf, v0 al
  → Al menos para 1 rebote de cada serie.
- ★ Usar la fórmula de velocidades y determinar R :)



Consejos prácticos

- ★ Grabar un único video con todas las veces que se deja caer la pelota juntas, para poder poner las referencias en el Tracker una sola vez.
- ★ Hacer repeticiones de más y después elegir las que más verticales queden.

Para el análisis...

¡A arremangarse, discutir ideas y aplicar todo lo que sabemos! :)

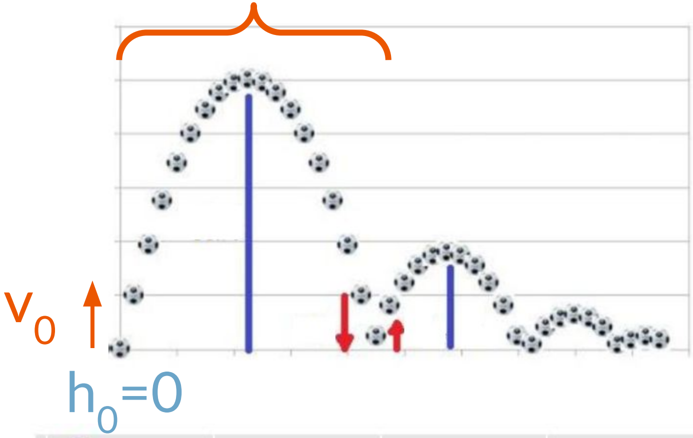
- ★ ¿Podrían averiguarse v0(n), vf(n) de un modo directo a partir de los datos?
- ★ ¿Cómo se calcula vy[i] si tengo t[i], y[i]?
- ★ ¿Podría hacerse algún ajuste?
- ★ ¿Qué forma matemática deberían tener los datos para x(t)? ¿Y para y(t)?
- ★ ¿Qué forma matemática debería tener v(t)?
- ★ ¿Puedo hacer estadística con los resultados para R?
- ★ ¿Qué debería usar de incerteza?

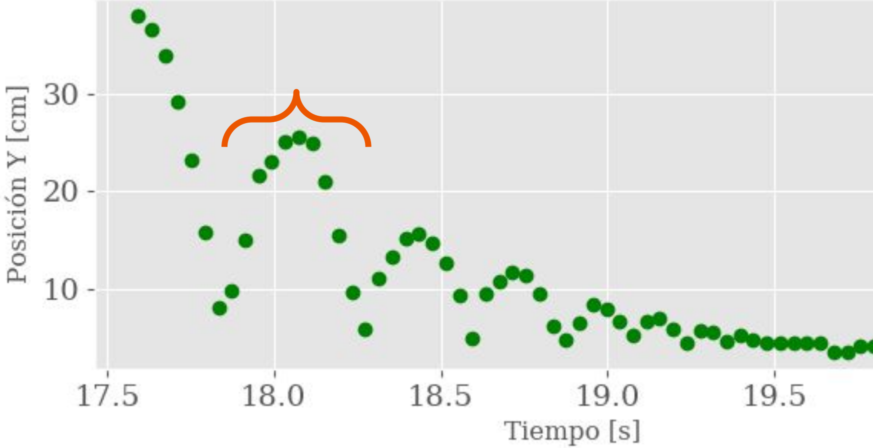
Nuestro caso

$$y(t_0) = h_0 = 0$$
$$v_y(t_0) = v_0$$

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_{y0}(t - t_0) - \dfrac{1}{2}g(t - t_0)^2 \\ v_y(t) = v_{y0} - g(t - t_0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y(t) = v_0(t - t_0) - \dfrac{1}{2}g(t - t_0)^2 \\ v_y(t) = v_0 - g(t - t_0) \end{cases}$$



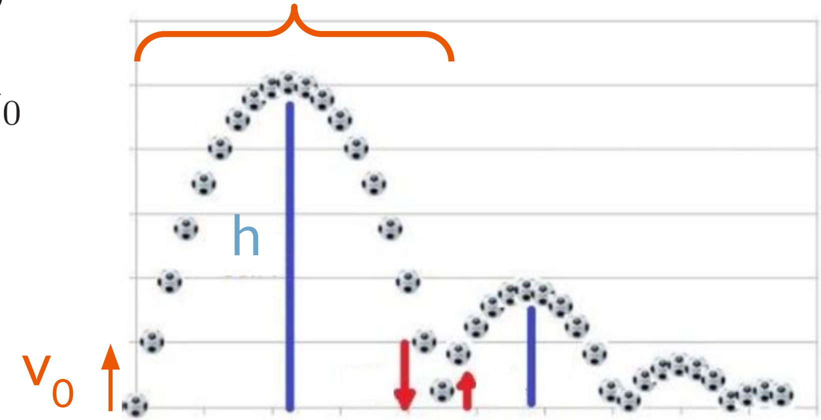


Nuestro caso

$$y(t_{max}) = h$$

$$v_y(t_{max}) = 0$$

$$\Delta t = t_{max} - t_0$$



$$\begin{cases} y(t) = v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \\ v_y(t) = v_0 - g(t - t_0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \\ 0 = v_0 - g \Delta t \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{v_0}{g}$$

$$h = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$

$$\boxed{h = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}}$$

Nuestro caso

$$h = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}$$

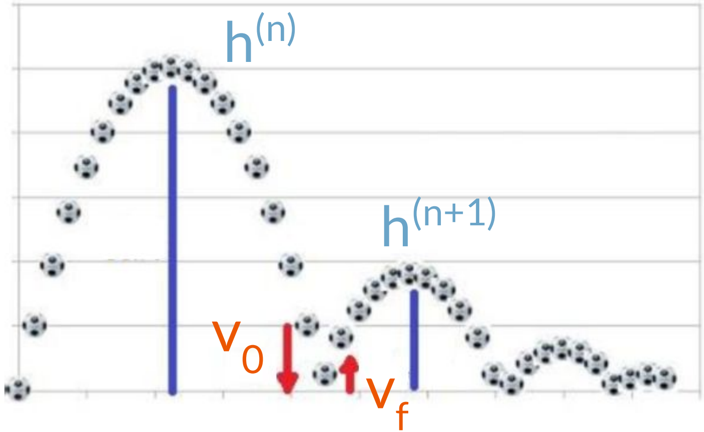
$$\boxed{R = -\frac{v_f}{v_0} = 1}$$

$$h^{(n)} = \frac{1}{2g}v_0^{(n)2}$$

$$h^{(n+1)} = \frac{1}{2g}v_0^{(n+1)2}$$

$$v_0 = -v_0^{(n)}$$

$$v_f = v_0^{(n+1)}$$



$$\boxed{R^2 = \frac{v_f}{v_0} = \frac{h^{(n+1)}}{h^n}}$$

$$h^{(n+1)} = R^2 h^n$$

$$R^2 = \frac{v_f}{v_0} = \frac{h^{(n+1)}}{h^n}$$

Segundo experimento

Determinar por otro método el coeficiente de restitución de un choque inelástico a través de los sucesivos rebotes de una pelota.

★ Usar los datos x(t), y(t) de antes :)

★ Usar la fórmula de las alturas y determinar R al menos para un rebote.

$$h^{(n+1)} = R^2 h^n$$

Para el análisis...

¡De nuevo a arremangarse, discutir ideas y aplicar todo lo que sabemos! :)

★ ¿Podrían averiguarse h(n), h(n+1) de un modo directo a partir de los datos?

★ ¿Cuán preciso sería esto?

★ ¿Podría hacerse algún ajuste?

★ ¿Sirve algún ajuste ya hecho?

★ ¿Qué pasó con los resultados de R de distintos métodos?

★ ¿Y de distintos tipos de pelota?