Laboratorio 1

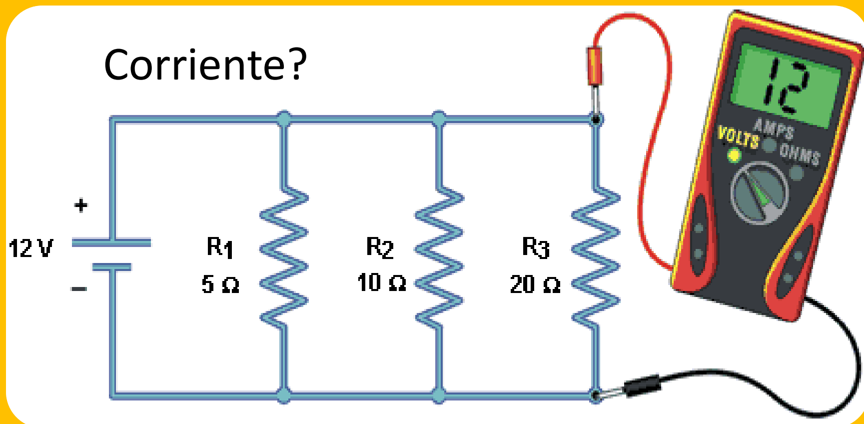
2do Cuatrimestre 2021

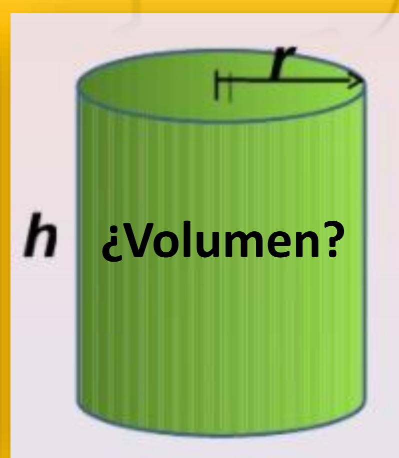
MEDICIONES INDIRECTAS

Lucía Famá, Mauro Silberberg
Sofía Angriman

Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Clases de Mediciones





Indirectas (MI)

La medida deseada se obtiene a partir de un proceso matemático sobre otras medidas

Ej.: Volumen de un cubo a partir de la medida de sus lados y la relación matemática

Mediciones Indirectas (MI)

Valor de una MF determinada en forma indirecta

$$\boldsymbol{W = f(x, y, z, \ldots)}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$
$$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$$
$$\vdots$$

x, y, z ... variables independientes

$$\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

Valor más representativo ($\overline{W}$)

Error Absoluto

Mediciones Indirectas (MI)

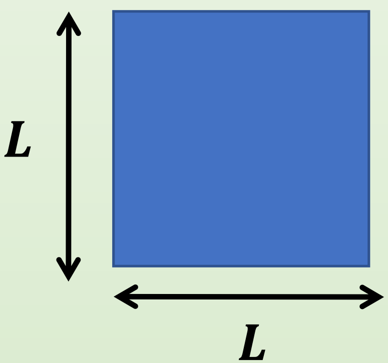
Por ejemplo: AREA de un cuadrado

$$\boxed{A = (A_0 \pm \Delta A)\, Ud.}$$

$$\boxed{A = L^2}$$

$$A_0 - \Delta A \leq A \leq A_0 + \Delta A$$

$$L = (L_0 \pm \Delta L)\, Ud.$$

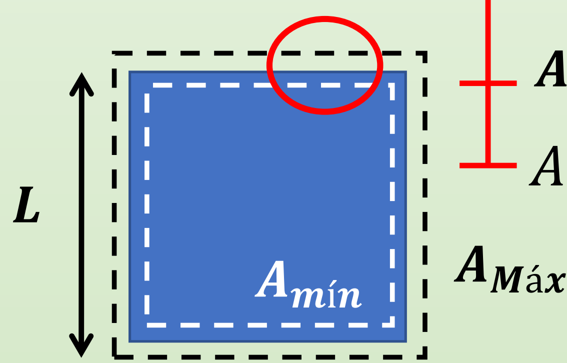


Estimemos un posible valor de A

$$A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)^2$$

$$\boldsymbol{A_0}$$

$$A_{mín} = (L_0 - \Delta L)^2$$



Estimemos un posible valor de A

$$\boxed{A = L^2}$$

$A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$ $\quad A_{mín} \leq A \leq A_{Máx}$

$$\boxed{A_{mín} = (L_0 - \Delta L)^2} \qquad \boxed{A_{Máx} = (L_0 + \Delta L)^2}$$

VALOR MÁS REPRESENTATIVO

$$\boxed{A_0 = L_0^2 = A(L_0)}$$

Evaluar en L_0

$$\boxed{A_o = \frac{A_{Máx} + A_{mín}}{2}} \qquad A_o = \frac{2\,L_0{}^2 + \cancel{2\,\Delta L^2}}{2} \approx L_0{}^2$$

INCETIDUMBRE

$$\boxed{\Delta A = 2\,L_0\,\Delta L}$$

$$2\,L_0\,\Delta L = \left.\frac{dA}{dL}\right|_{L_0}$$

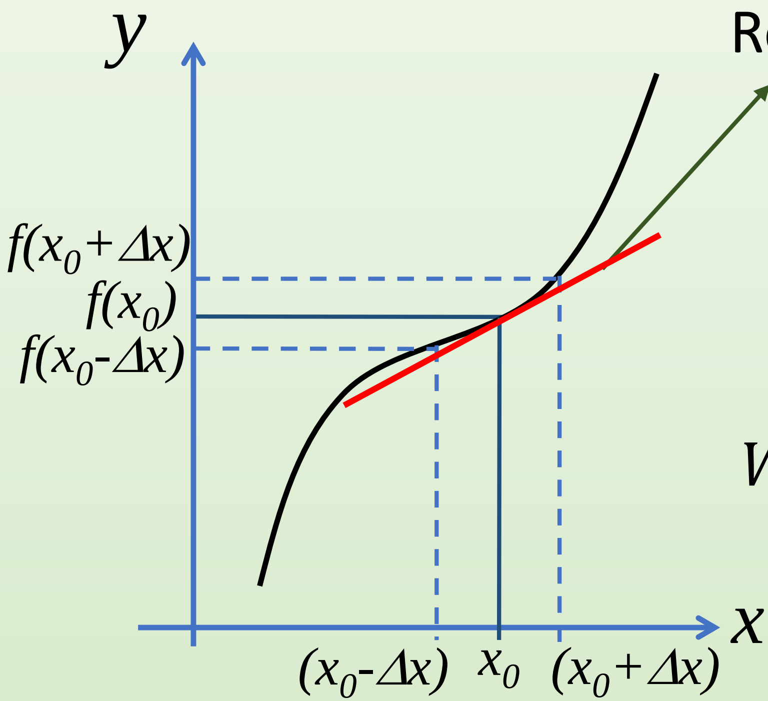
$$\boxed{\Delta A = \frac{A_{Máx} - A_{mín}}{2}} \qquad \Delta A = \frac{4\,L_0\,\Delta L}{2} = 2\,L_0\,\Delta L$$

$$\boxed{A = A(L_0) \pm \left.\frac{dA}{dL}\right|_{L_0} \Delta L}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otra MF x

$$\boxed{W = f(x)} \qquad \boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.} \qquad x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$



Recta tangente a $f(x_0)$

La pendiente será: $\left.\dfrac{df(x)}{dx}\right|_{x_0}$

Evaluar f en el entorno de x_0

<u>*Desarrollo de Taylor:*</u>

$$W = f(x) \approx f(x_0) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} (x - x_0) + \ldots$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0)}$$

$$\boxed{\Delta W = \left|\frac{df(x)}{dx}\right|_{x_0} \Delta x}$$

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otras 2 MF (x e y)

$$\boxed{W = f(x, y)}$$

$$\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\, Ud.}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\, Ud.$$
$$y = (y_0 \pm \Delta y)\, Ud.$$

x, y son variables independientes

Desarrollo de Taylor

$$W = f(x, y) \approx f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0, y_0} \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0, y_0} \underbrace{(y - y_0)}_{\Delta y} + \ \ldots$$

$$x \approx x_0$$
$$y \approx y_0$$

Derivada parcial respecto de la variable x

Derivada parcial respecto de la variable x, evaluada en x_0 *e* y_0

Supongamos que queremos determinar el valor de una MF

W que depende de otras 2 MF (x e y)

$$W = f(x,y) \approx f(x_0,y_0) + \underbrace{\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} \underbrace{(y - y_0)}_{\Delta y}}_{} + \ \dots$$

$$\boxed{W_0 = f(x_0,y_0)}$$

$$\boxed{\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta y^2}}$$

$$\Delta W = \left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0} \Delta x + \left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|_{x_0,y_0} \Delta y$$

$$\Delta W^2 = \left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|_{x_0,y_0}\right)^2 \Delta y^2$$

Generalizando ……

Valor de una MF determinada en forma indirecta $\boldsymbol{W = f(x, y, z, \dots)}$

$$\boxed{W = (W_0 \pm \Delta W)\ Ud.}$$

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

$$y = (y_0 \pm \Delta y)\ Ud.$$

$$z = (z_0 \pm \Delta z)\ Ud.$$

$$\vdots$$

x, y, z … variables independientes

$$\boxed{W_0 = f(x_0, y_0, z_0, \dots)}$$

$$\boxed{\Delta W = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}\right|_{\substack{x_0,\\ y_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta x^2 + \left(\left.\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}\right|_{\substack{x_0,\\ y_{0,\dots}}}\right)^2 \Delta y^2 + \dots}}$$

Para Practicar!!!

Obtener el período de un péndulo (T) colgado de un hilo de longitud l

$$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

$$l = (50{,}0 \pm 0{,}1)\ cm$$

$$g = (9{,}81 \pm 0{,}01)\ m/s^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g_0}}$$

$$\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_0}} = 2\pi\frac{1}{2\sqrt{l_0 g_0}}$$

$$\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_0}} = 2\pi\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{l}}{g^{3/2}}$$

$$\Delta T = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial l}\right|_{\substack{l_0,\\ g_{0,\ldots}}}\right)^2 \Delta l^2 + \left(\left.\frac{\partial f(l,g)}{\partial g}\right|_{\substack{l_0,\\ g_{0,\ldots}}}\right)^2 \Delta g^2}$$

Casos comunes …. Incerteza en MI

$$A = (A_0 \pm \Delta A)\ Ud.$$

Sumas y Restas:

$$A = B + C$$

$$A_0 = B_0 + C_0$$

$$\Delta A = \Delta B + \Delta C$$

$$A = B - C$$

$$A_0 = B_0 - C_0$$

Multiplicación y División:

$$A = B * C$$

$$A_0 = B_0 * C_0$$

$$\varepsilon_{rA} = \varepsilon_{rB} + \varepsilon_{rC}$$

$$A = B/C$$

$$A_0 = B_0/C_0$$

ε_{rA}? TAREA!!

ACTIVIDAD

EXPERIMENTO

Exp. 2

OBTENER EL VOLUMEN DE UNA MONEDA MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

- Determinar el **volumen de una moneda mediante diferentes métodos**. Reportar SIEMPRE con la expresión: $V = (\bar{V} \pm \Delta V)\ Ud.$
- **Dentro del grupo**: elijan una **moneda similar** (mismo valor y mismo material)
- **Cada integrante elija 2 métodos**
- El grupo reportará en una tabla con los resultados obtenidos por todos los integrantes

Posibles Métodos

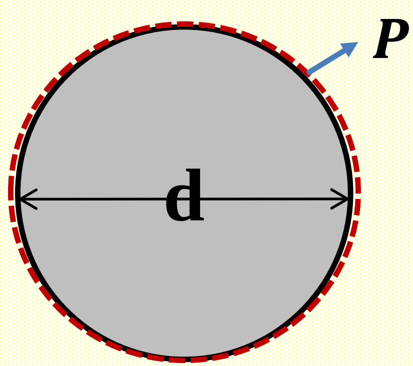
Posibles Métodos

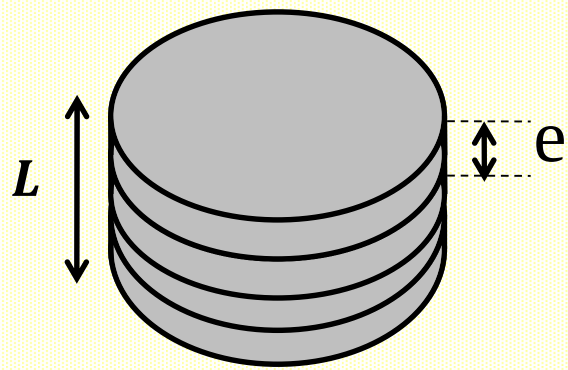
EXPERIMENTO **Exp. 2**

1 VOLUMEN A PARTIR DE SU GEOMETRÍA

A- Utilizando el diámetro (d) y/o B- Utilizando el perímetro (P)

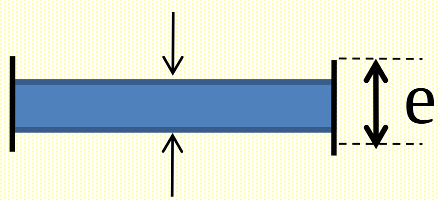
$$\boxed{V = \pi r^2 e} \qquad r = \frac{d}{2} \qquad r = \frac{P}{2\pi} \qquad e = \frac{L}{n}$$





Instrumento

Método



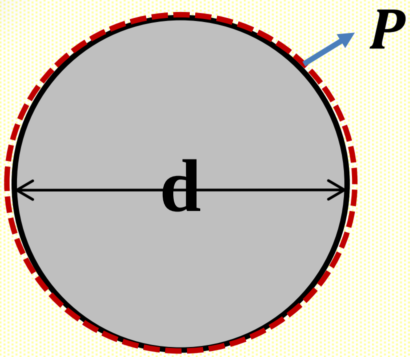
Diámetro de monedas (Banco Central de la República Argentina)

http://www.bcra.gob.ar/MediosPago/Nueva_familia_monedas.asp

EXPERIMENTO

Exp. 3

1 VOLUMEN A PARTIR DE SU GEOMETRÍA



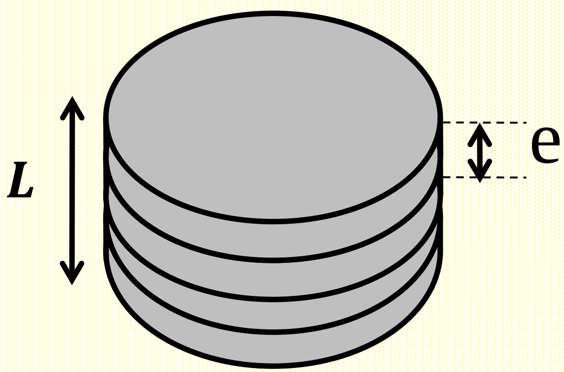
$$\boxed{V_0 = \pi r_0^2 e_o}$$

$$r = (r_0 \pm \Delta r)\ Ud.$$

$$e = (e_0 \pm \Delta e)\ Ud.$$

$$\boxed{\Delta V^2 = \left(\left.\frac{\partial V(r,e)}{\partial r}\right|_{r_0,\, e_0}\right)^2 \Delta r^2 + \left(\left.\frac{\partial V(r,e)}{\partial e}\right|_{r_0,\, e_0}\right)^2 \Delta e^2}$$

¿y cómo obtengo Δr y Δe?



$$r = \frac{d}{2} \qquad r = \frac{P}{2\pi} \qquad d = (d_0 \pm \Delta d)\ Ud.$$

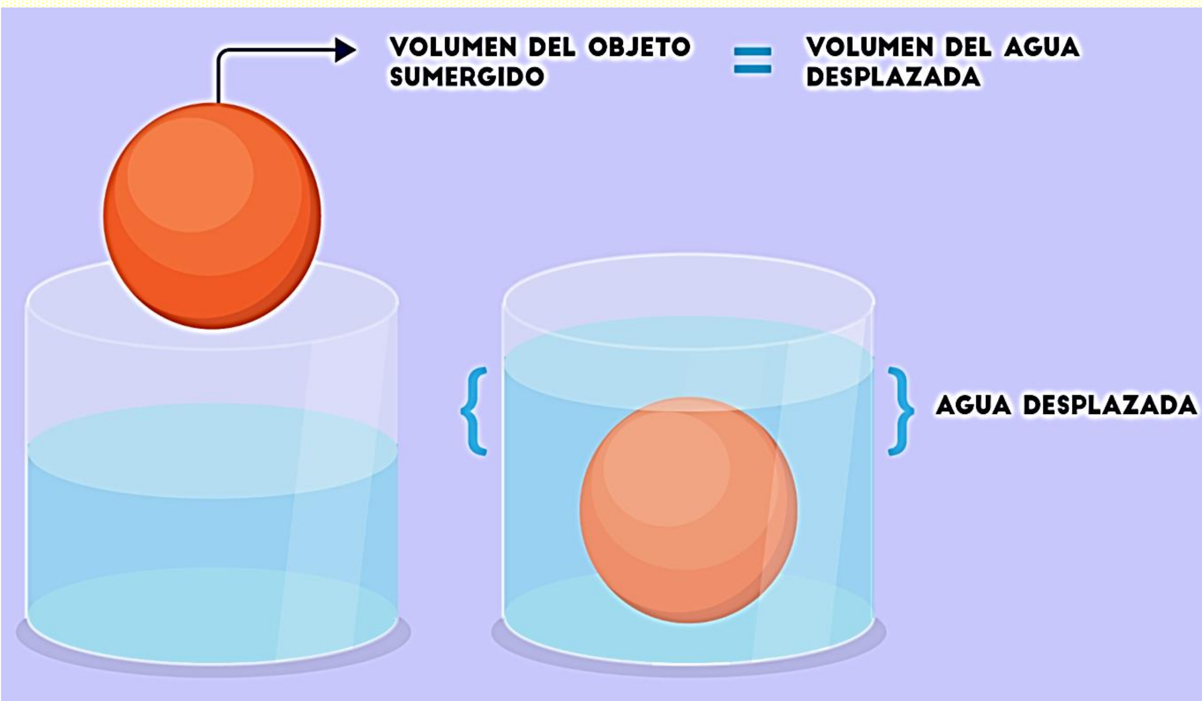
$$\vdots$$

- Si uso $r = d/2 \rightarrow$ propagar el error de d
- Si uso $r = P/2\pi \rightarrow$ propagar el error de P
-Si mido e directamente $\rightarrow$ Me salvo
-Si uso $L = ne \rightarrow$ propagar el error de L

2 VOLUMEN SUMERGIENDO EL CUERPO EN AGUA

$$V = V_f - V_i$$

$$\Delta V^2 = \left(\left. \frac{\partial V}{\partial V_f} \right|_{V_{f0},\, V_{i0}} \right)^2 \Delta V_f^{\,2} + \left(\left. \frac{\partial V}{\partial V_i} \right|_{V_{f0},\, V_{i0}} \right)^2 \Delta V_i^{\,2}$$



Instrumento

¿Si no veo diferencia de volumen?

Método

Puedo agregar monedas iguales!!

$$V' = \frac{V}{n}$$

3 VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Delta V^2 = \left(\left. \frac{\partial V}{\partial m} \right|_{\substack{m_0, \\ \rho_0}} \right)^2 \Delta m^2 + \left(\left. \frac{\partial V}{\partial \rho} \right|_{\substack{m_0, \\ \rho_0}} \right)^2 \Delta \rho^2$$

Instrumento

Balanza $\rightarrow \boldsymbol{m}$

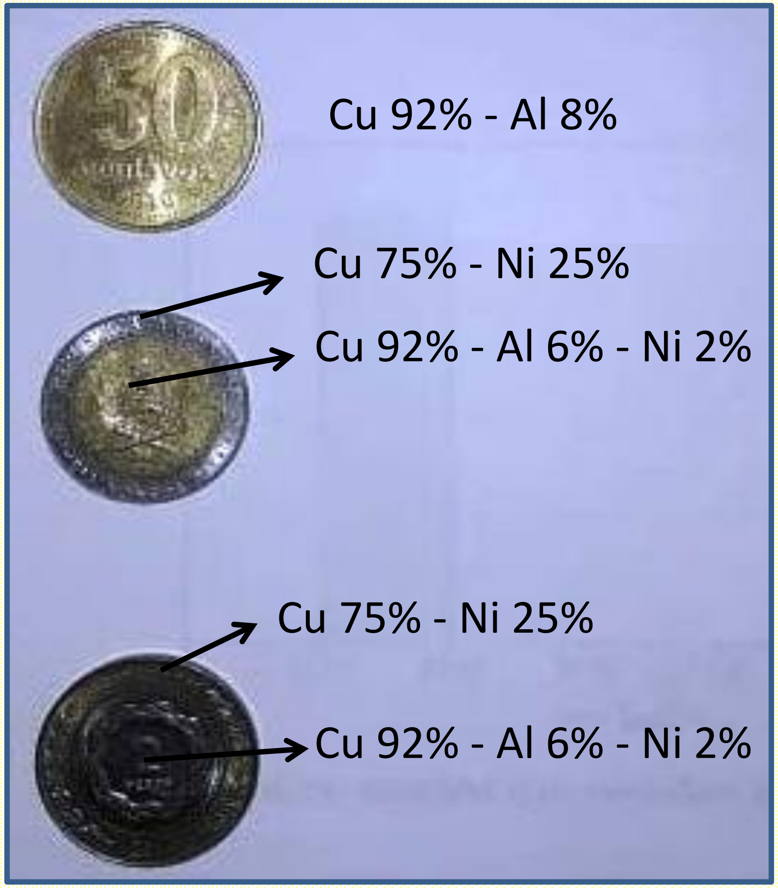
Método

Literatura $\rightarrow \boldsymbol{\rho}$

EXPERIMENTO

Exp. 3

VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD



Datos útiles

ρ_{Cu} = 8,96 g/cm^3

ρ_{Al} = 2,70 g/cm^3

ρ_{Ni} = 8,91 g/cm^3

¿Qué incerteza tiene ρ ?

¿Los materiales serán libres de impurezas?

EXPERIMENTO

Exp. 3

3 VOLUMEN A PARTIR DE LA MASA Y LA DENSIDAD

Acero electrodepositado con Cu

Acero electrodepositado con Latón

Alpaca

<u>Datos útiles</u>

$\rho_{acero} \sim 7{,}85\ g/cm^3$

$\rho_{Alpaca} = 8{,}73\ g/cm^3$

¿y el valor de la densidad por el depósito de Cu o Latón?

Preguntas frecuentes

Podemos hablar de precisión y exactitud de resultados, pero ….

¿Cómo sabemos si una medición es confiable?

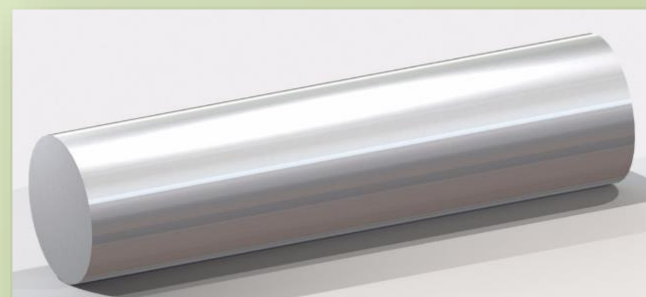
Debemos **cuestionarnos** ***sobre***: el método, instrumento, objeto, observador...

EVALUAR LAS HIPÓTESIS EMPLEADAS!!

Instrumento para determinar masas

Balanza de precisión

Uso la densidad del material tomado de la literatura ….



Barra de aluminio

¿Es aluminio puro?

EXPERIMENTO **Exp. 3**

OBTENER EL VOLUMEN DE UNA MONEDA MEDIANTE DIFERENTES MÉTODOS

Consideraciones a tener en cuenta

- Analizar cómo influye la incerteza absoluta de cada magnitud en la incerteza absoluta del volumen.
- Precisión de los instrumentos utilizado.
- Ventajas y desventajas de cada método.
- Confiabilidad del método (de las magnitudes utilizadas, por ej.: la medí yo?, qué tan confiable es?)

!A MEDIR!

Cómo reportar un resultado: Cifras Significativas

Para expresar un resultado se deben incluir sólo las cifras que tienen algún significado experimental: **Las CIFRAS SIGNIFICATIVAS se evalúan en Δx**

4 Cifras significativas

$$\Delta x = \mathbf{0{,}0000\overbrace{3400}}$$

Los **0** sin un número distinto de cero delante no son significativos

Los números distintos de **0** son significativos

Los **0** después de un número distinto de cero son significativos

2 Cifras significativas: $\Delta x = \mathbf{0{,}000034}$

1 Cifra significativa: $\Delta x = \mathbf{0{,}00003}$

4 Cifras Significativas

$$\Delta x = \mathbf{1{,}093}$$

6 Cifras Significativas

$$\Delta x = \mathbf{18{,}9030}$$

2 Cifras significativas:

$\Delta x = \mathbf{1{,}1}$ $\Delta x = \mathbf{19}$

1 Cifra significativa:

$\Delta x = \mathbf{1}$ $\Delta x = \mathbf{20}$

$$x_0 = 32{,}24089$$
$$\Delta x = 0{,}2319$$

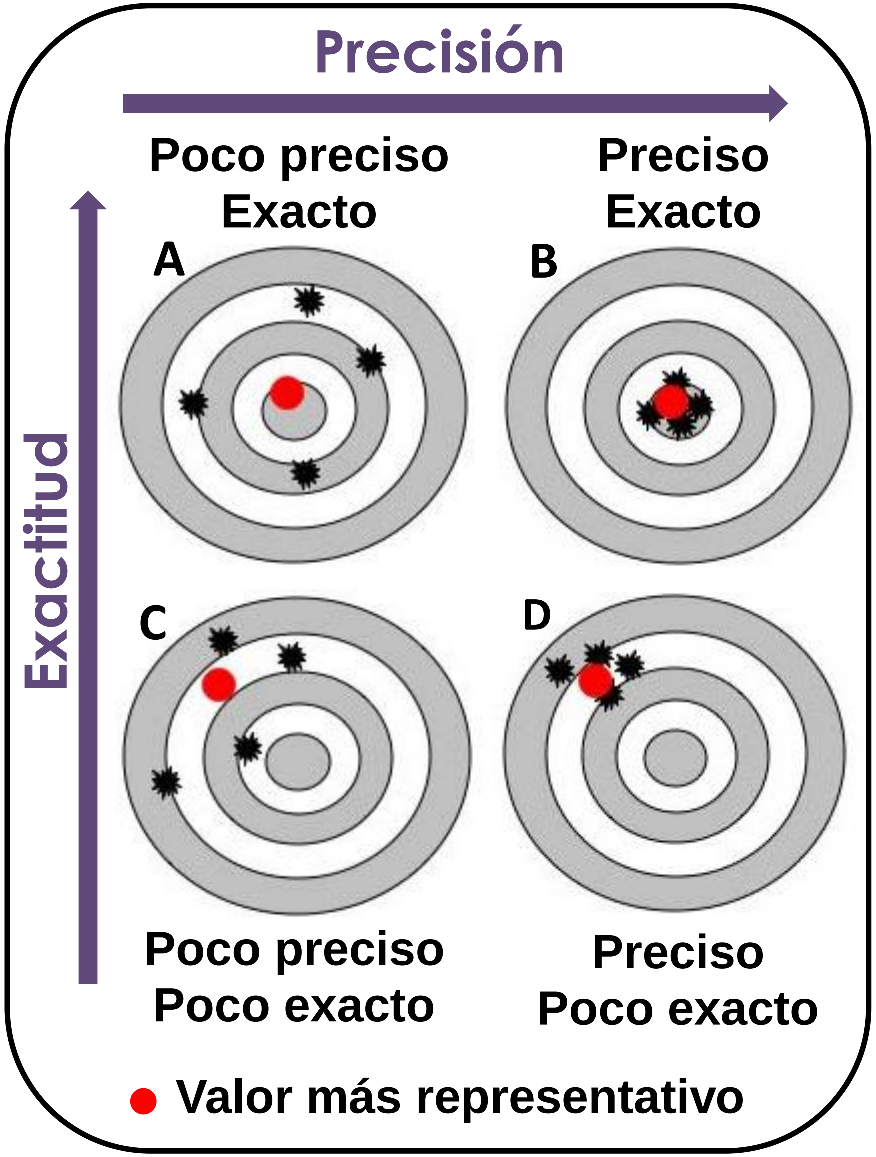
2 Cifras significativas:

$$x_0 = 32{,}24$$
$$\Delta x = 0{,}\mathbf{23}$$
$$x = 32{,}24 \pm 0{,}23$$

1 Cifra significativa:

$$x_0 = 32{,}2$$
$$\Delta x = 0{,}\mathbf{2}$$
$$x = 32{,}2 \pm 0{,}2$$

Precisión y Exactitud



INSTRUMENTO

- **Precisión:** la mínima división de escala – resolución del instrumento
- **Exactitud:** Error de calibración

RESULTADO/MÉTODO

- **Precisión:** se evalúa $\varepsilon_r = \left|\frac{\Delta x}{\bar{x}}\right|$

Menor ε_r mayor precisión

- **Exactitud:** se evalúa la cercanía del valor más representativo obtenido mediante diferentes métodos al valor tabulado

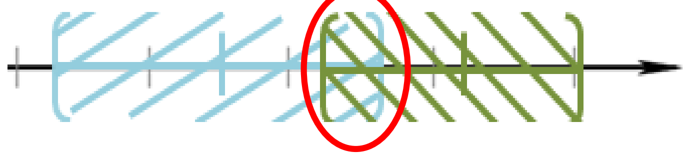
Más exacto el valor más representativo más cercano al tabulado

Diferencias Significativas

<u>MÉTODO GRÁFICO:</u> Sirve para comparar más de 2 resultados al mismo tiempo

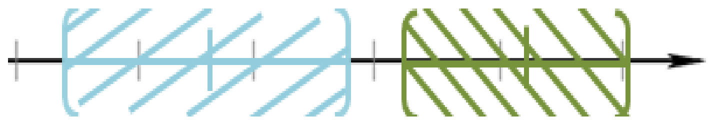
$A = \bar{A} \pm \Delta A$ $\quad$ $B = \bar{B} \pm \Delta B$

Si $A \cap B \neq \emptyset$



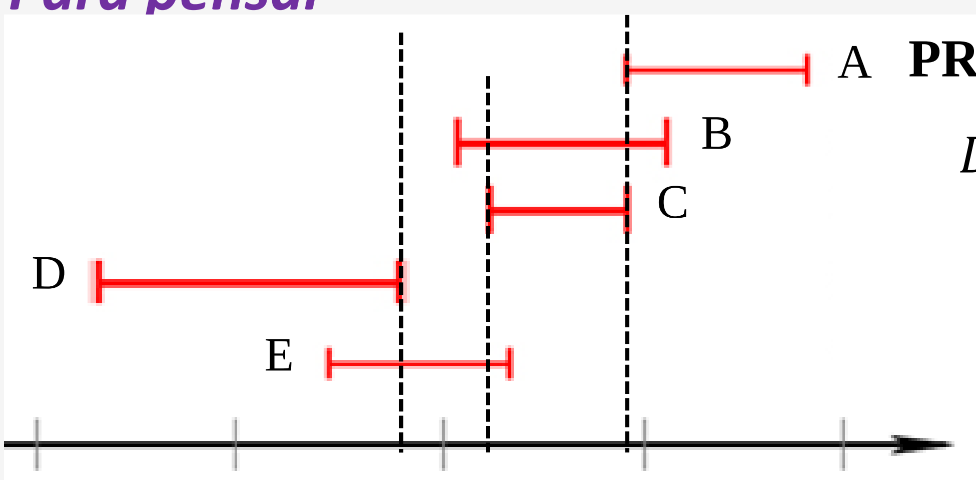
$\Rightarrow$ A y B **NO PRESENTAN** Diferencias Significativas

Si $A \cap B = \emptyset$



$\Rightarrow$ A y B **SÍ PRESENTAN** Diferencias Significativas

Para pensar



Comparando D con A, B y C:
PRESENTAN diferencias significativas

$D \cap A = \emptyset$, $D \cap B = \emptyset$ y $D \cap C = \emptyset$

¿Qué ocurre entre D y E?

¿Y entre A y B, A y C, y A y E?

¿Y entre B y C, y B y E?

Diferencias Significativas

MÉTODO CON FÓRMULA: Se puede usar de a pares de resultados

$A = \bar{A} \pm \Delta A$ $\qquad$ $B = \bar{B} \pm \Delta B$

$$\boxed{\text{Si} \quad |\bar{A} - \bar{B}| \leq \Delta A + \Delta B} \Rightarrow \boxed{\text{A y B } \textbf{NO PRESENTAN} \text{ Diferencias Significativas}}$$

Para pensar

A= 2,278 ± 0,023

B= 1,964 ± 0,019

C= 2,11 ± 0,34

Comparando A con B. Presentan diferencias significativas, porque:

$|\bar{A} - \bar{B}| = 0{,}314$ y $\Delta A + \Delta B = 0{,}042$

Como $0{,}314 > 0{,}042$ $\Rightarrow$ A y B presentan diferencias significativas

¿Qué ocurre entre B y C? ¿Y entre A y C?

REPORTAR EN DISCORD
MIÉRCOLES 1/9 HASTA LAS 14 HS

EXPERIMENTO

Exp. 3

- **Describir la metodología experimental (incluir los instrumentos utilizados y su precisión)**
- **Reportar una Tabla con los resultados de V y de ε_r de todos los integrantes del grupo**

Tabla 1. Resultados del volumen de ……………………..LEYENDA.

	M1	ε_{r1}	M2	ε_{r2}	M3	ε_{r3}
$V_A\ (Ud.)$	$2{,}36 \pm 0{,}23$					
$V_B\ (Ud.)$						
$V_C\ (Ud.)$						

- **Comparar los resultados utilizando el criterio de diferencias significativas y precisión. Evaluar CONFIANZA**