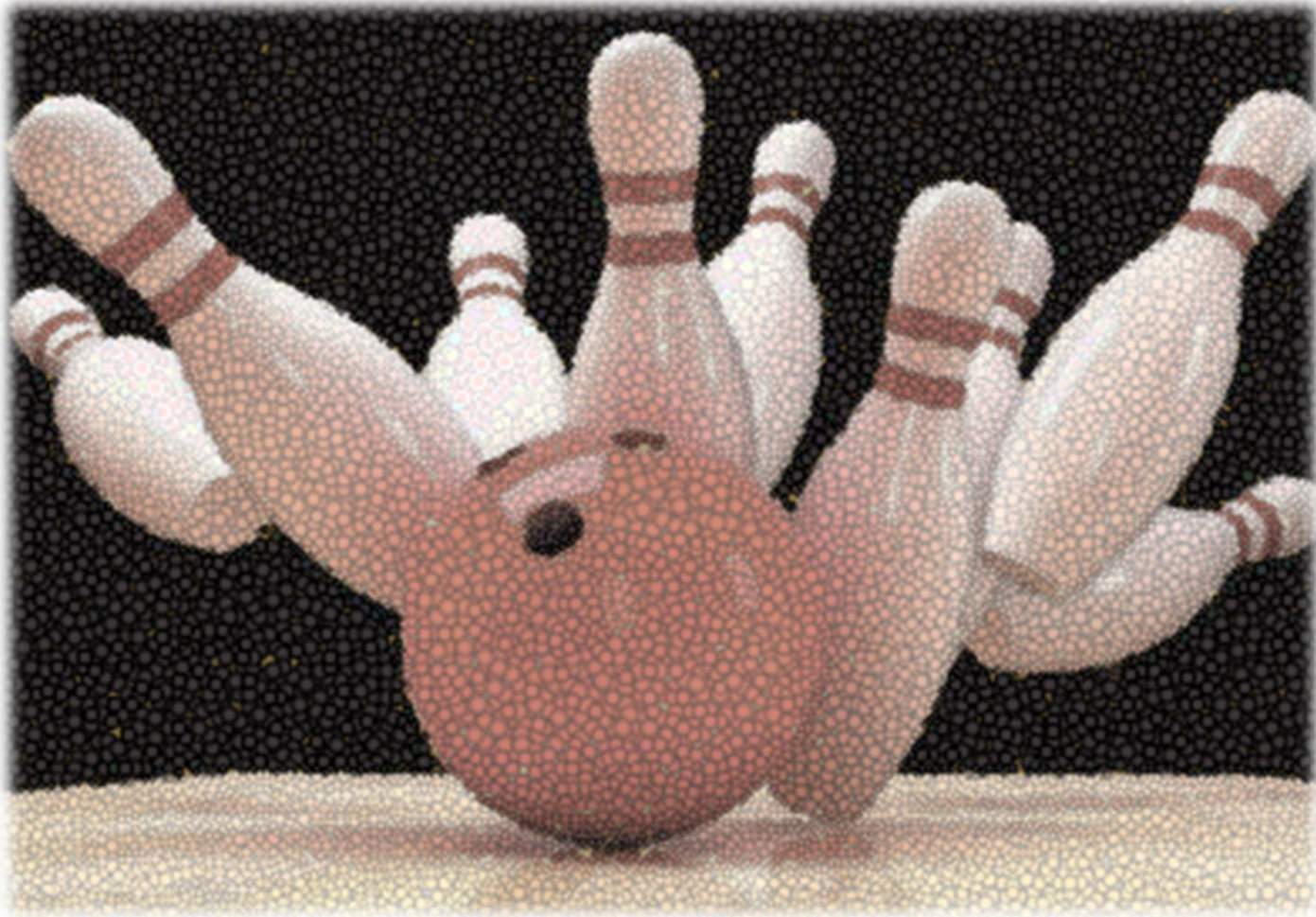


Laboratorio 1

Turno C

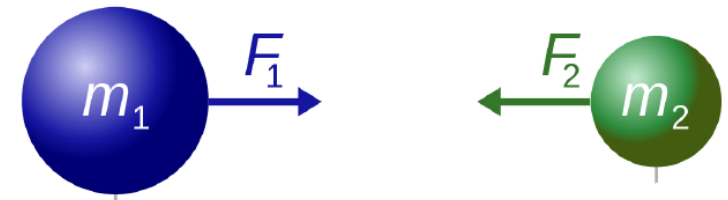
Clase 11

Leyes de Conservación - Colisiones
(18/06/2022)



Leyes de Conservación

- ✓ Analizar las leyes de conservación de energía y impulso (momento).
- ✓ Estudiar distintas condiciones de interacción entre cuerpos.
- ✓ En el caso de dos cuerpos :



MASA: Concepto asociado a cada uno de los cuerpos

FUERZA: Concepto asociado a la interacción



Leyes de Conservación

- ✓ Si un sistema no interactúa con su entorno de ninguna manera, entonces ciertas propiedades mecánicas del sistema no pueden cambiar (se "conservan").
- ✓ Las leyes de conservación resultantes pueden considerarse los principios más fundamentales de la mecánica.
- ✓ En mecánica, ejemplos de cantidades conservadas son la energía, el momento y el momento angular.
- ✓ Las leyes de conservación son exactas para un sistema aislado.



Teoremas de Conservación

- ✓ Vinculan los valores de las variables dinámicas en el estado inicial antes de la interacción con los del estado final una vez finalizada la interacción.
- ✓ Quedan fijados por las condiciones iniciales del sistema.
- ✓ Para cada Teorema de Conservación se define una nueva variable :

Teorema de conservación de la cantidad de movimiento

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Teorema de conservación de la energía mecánica

$$E = K + U$$

Teorema de conservación del impulso angular

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$$

Teorema de conservación del impulso lineal

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

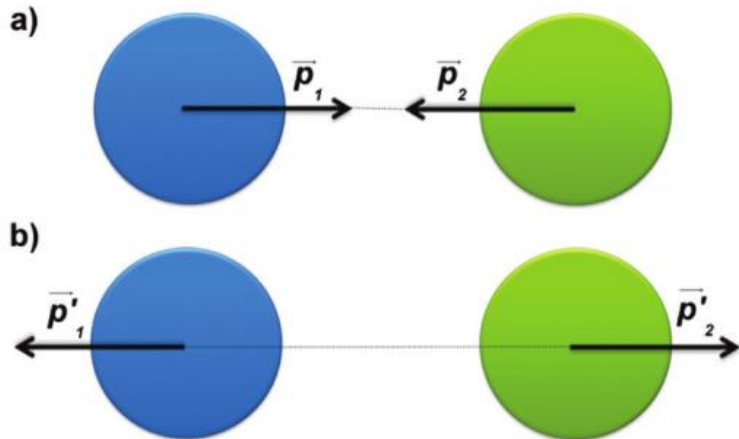
Cantidad de movimiento de una partícula de masa m y velocidad v

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \longrightarrow \Delta P = P_f - P_i = \int_{t_i}^{t_f} F dt$$

En ausencia de fuerza externas $\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{P} = cte$

En el caso de dos cuerpos que chocan



$$\vec{P} = cte = \vec{P}_1^0 + \vec{P}_2^0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \longrightarrow m_1 \vec{v}_1^0 + m_2 \vec{v}_2^0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$m_1 (\vec{v}_1 - \vec{v}_1^0) + m_2 (\vec{v}_2 - \vec{v}_2^0) = 0$$

Si el movimiento es 1-D (considerando el modulo de las velocidades)

$$m_1 (v_1 - v_1^0) = -m_2 (v_2 - v_2^0)$$

Conservación de la energía

Energía mecánica = Energía Cinética + Energía Potencial

$$E = K + U$$

Energía Cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$

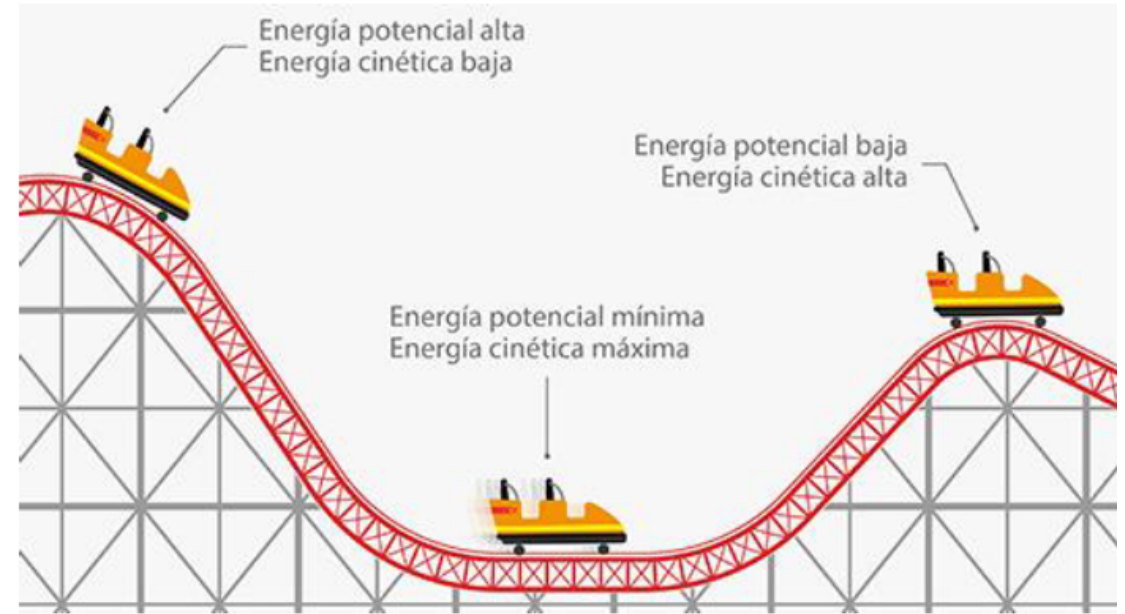
Energía Potencial $U = mgh$

Energía mecánica:

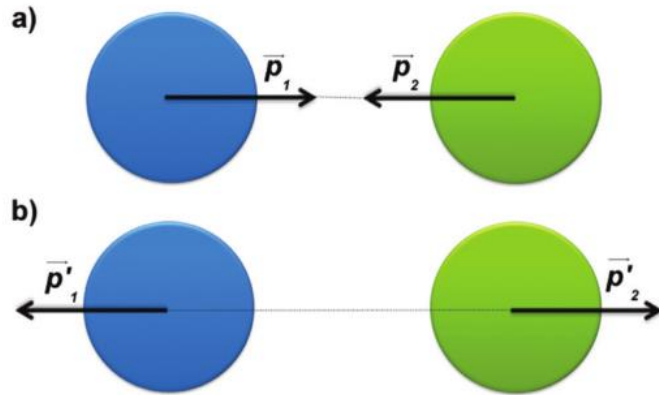
Se conserva en un sistema aislado en el que no actúan fuerzas NO conservativas (Rozamiento)

La energía cinética estará vinculada a la energía potencial del mecanismo de interacción y el trabajo de fuerzas no conservativas:

$$\Delta K = W - \Delta U$$



Conservación de la energía



Si las fuerzas de interacción entre los cuerpos son **conservativas**, la energía cinética total **es la misma** antes y después de la colisión.



Colisión perfectamente elástica

$$\text{inicial} \left[\frac{1}{2} m_1 (v_1^0)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2^0)^2 \right] = \left[\frac{1}{2} m_1 (v_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2)^2 \right] \text{final}$$

$$m_1 \left[(v_1^0)^2 - (v_1)^2 \right] = m_2 \left[(v_2)^2 - (v_2^0)^2 \right]$$

La **Colisión perfectamente inelástica** se da cuando la velocidad final de ambos objetos se igualan, $v_1 = v_2$

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = (m_1 + m_2) v_2$$

$$E_0 = \frac{1}{2} m_1 (v_1^0)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2^0)^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} m_1 (v_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2)^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_2^2$$

Si el objeto 2 está inicialmente en reposo $v_2^0 = 0$

$$\frac{E_f}{E_0} = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{m_1 (v_1^0)^2}$$

$$\frac{E_f}{E_0} = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)}$$

< 1

La energía cinética total decrece en un choque inelástico

La energía cinética estará vinculada a la energía potencial del mecanismo de interacción y el trabajo de fuerzas no conservativas:

$$\Delta K = W - \Delta U$$

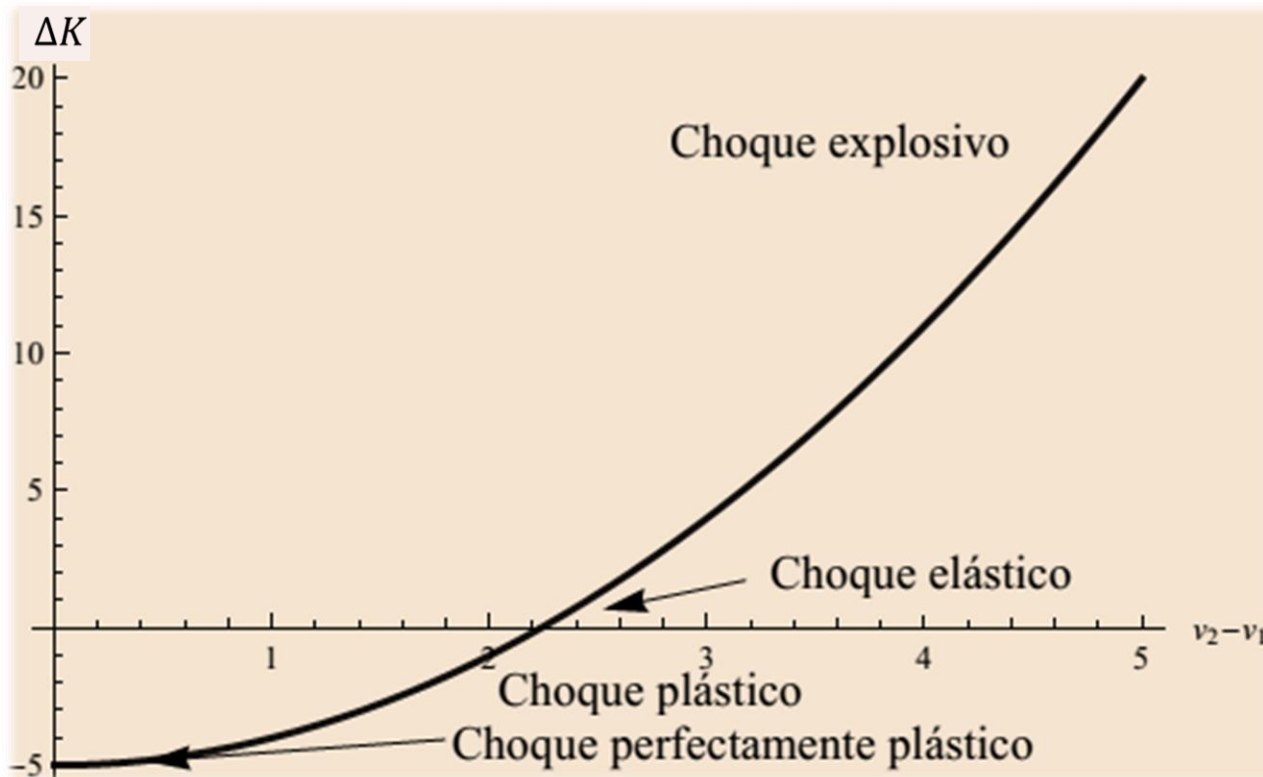
$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - v_1^0{}^2) + \frac{1}{2} m_2 (v_2^2 - v_2^0{}^2)$$



Por conservación de momento

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} [(v_2 - v_1)^2 - (v_2^0 - v_1^0)^2]$$



Nos van a interesar especialmente dos casos:

1. Colisión elástica:

Por conservación de energía cinética

$$m_1 \left[(v_1^0)^2 - (v_1)^2 \right] = m_2 \left[(v_2)^2 - (v_2^0)^2 \right]$$

Por conservación de momento

$$m_1(v_1 - v_1^0) = -m_2(v_2 - v_2^0)$$

$$m_1[(v_1^0 - v_1)(v_1^0 + v_1)] = -m_2[(v_2^0 - v_2)(v_2^0 + v_2)]$$

$$\cancel{m_1}[(v_1^0 / \cancel{v_1})(v_1^0 + v_1)] = \cancel{m_2}[(v_2^0 / \cancel{v_2})(v_2^0 + v_2)]$$

$$(v_2^0 + v_2) = (v_1^0 + v_1)$$

$$v_2 - v_1 = -(v_2^0 - v_1^0)$$

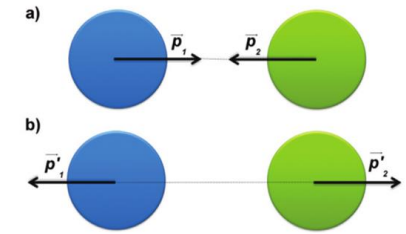
Solamente si se conservan el momento y la energía

Se define el Coeficiente de restitución R

$$R = -\frac{v_2 - v_1}{v_2^0 - v_1^0}$$

$$R = 1$$

(Colisión elástica)



Colisión elástica

Por conservación del impulso lineal

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Por conservación de energía

$$v_2 - v_1 = -(v_2^0 - v_1^0)$$



$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1^0 + 2 \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2^0$$

$$v_2 = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} v_2^0 + 2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1^0$$

Suponiendo que el móvil 2 está en reposo

$$v_2^0 = 0$$



$$v_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1^0$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1^0$$

$$m_2 > m_1$$

$$m_2 \gg m_1 \Rightarrow v_1 = -v_1^0 \text{ y } v_2 = 0$$

$$m_1 \gg m_2 \Rightarrow v_1 = v_1^0 \text{ y } v_2 = 2v_1^0$$

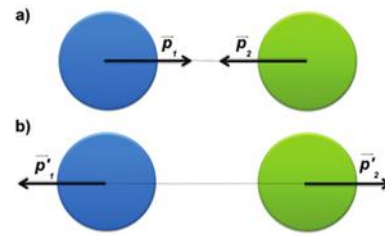
$$m_1 = m_2 \Rightarrow v_1 = 0 \text{ y } v_2 = v_1^0$$

El móvil 1 invierte la marcha

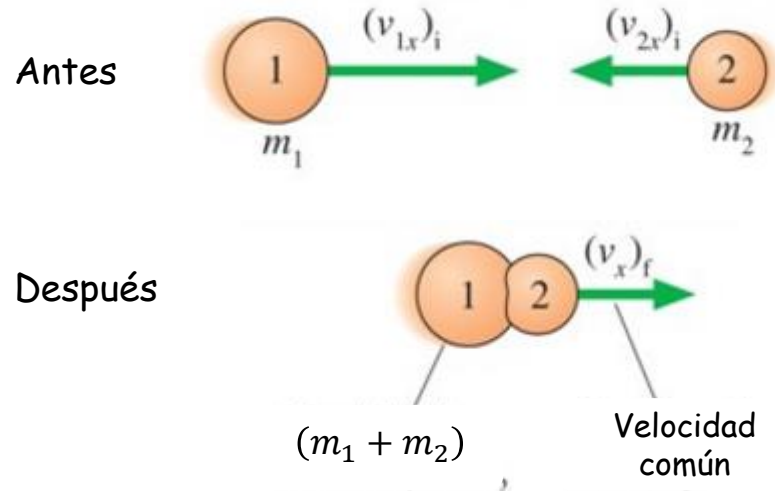
El móvil 1 se refleja

El móvil 2 sale disparado

Los móviles intercambian sus movimientos



2. Colisión perfectamente plástica o inelástica:



$$\Delta K_{pl} = K_f - K_i$$

$$\Delta K_{pl} = \frac{1}{2} m_1 (v_1^0)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v_2^0)^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_2^2 \quad (1)$$

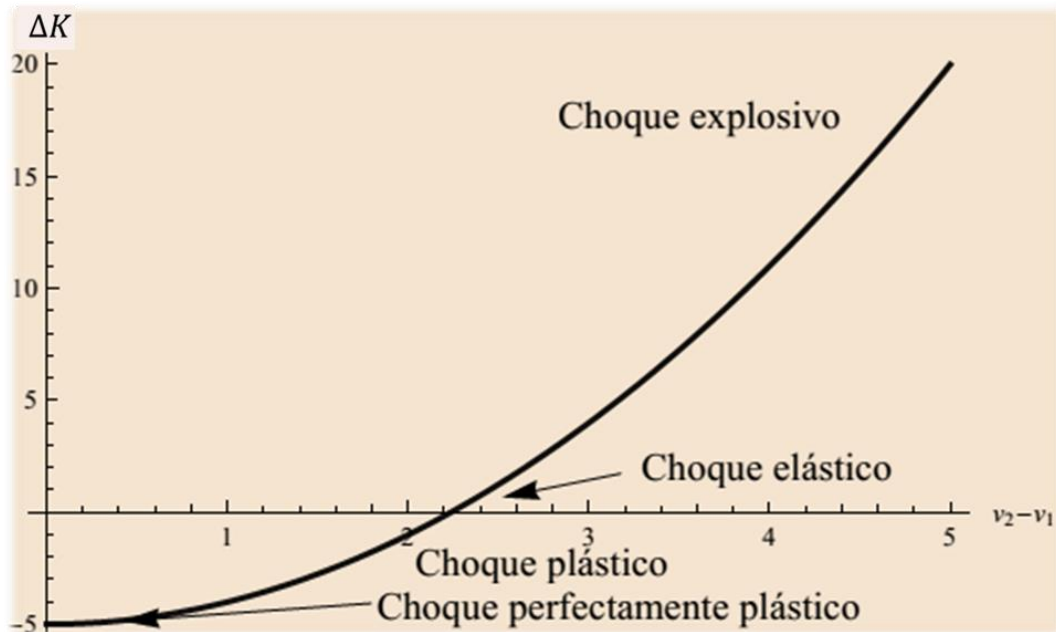
$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = (m_1 + m_2) v_2 \quad \text{Por conservación de momento}$$

$$v_2 = \frac{m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0}{m_1 + m_2}$$

Reemplazando en (1) y agrupando

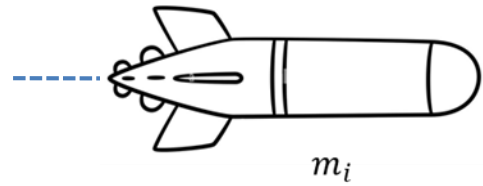
$$\Delta K_{Pl} = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2^0 - v_1^0)^2$$

Caso general $\rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} [(v_2 - v_1)^2 - (v_2^0 - v_1^0)^2]$



Conservación de momento - Explosión

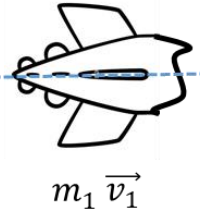
Tenemos un misil y conocemos su masa y velocidad inicial. Podemos calcular su momento.



$$\vec{P}_i = m\vec{v}_i$$

Momento inicial

$$\vec{P}_i = m_i\vec{v}_i \begin{cases} P_{i,x} = m_i v_i \\ P_{i,y} = 0 \end{cases}$$



$$\theta_1 = 0$$



$$m_2 \vec{v}_2$$



$$\theta_2$$

$$\theta_3$$

$$m_3 \vec{v}_3$$



$$\vec{P}_f = \sum_j m_j \vec{v}_j$$

Momento final

$$\vec{P}_f = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 \begin{cases} P_{f,x} = -m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos\theta_2 + m_3 v_2 \cos\theta_3 \\ P_{f,y} = m_2 v_2 \sin\theta_2 + m_3 v_2 \sin\theta_3 \end{cases}$$

$$P_{i,x} = P_{f,x}$$

$$P_{i,y} = P_{f,y}$$

Consideremos una situación mas sencilla (1-D). Dos carros acoplados que están en reposo y se separan (por una explosión).

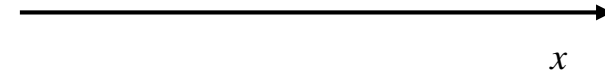
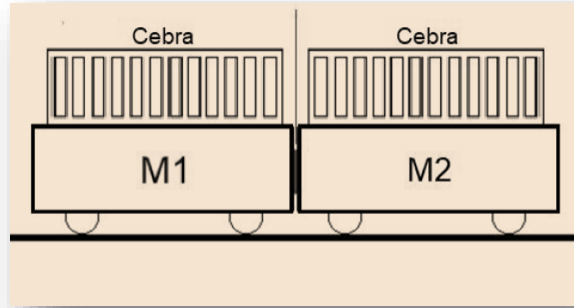
Antes de la explosión

$$P_{i,x} = (M_1 + M_2)v_i$$

$$v_i = 0$$

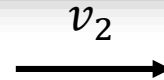
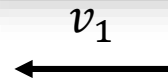
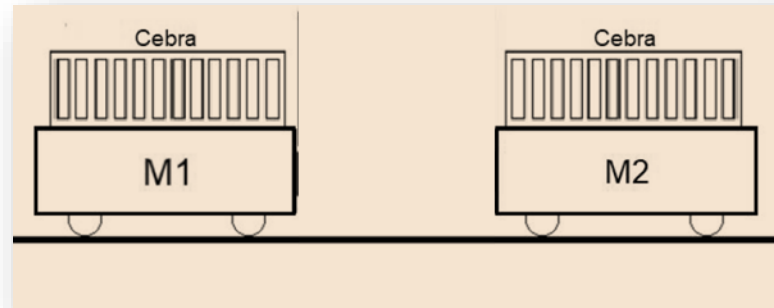


$$P_{i,x} = 0$$



Después de la explosión

$$P_{f,x} = -M_1v_1 + M_2v_2$$



Por conservación de momento lineal

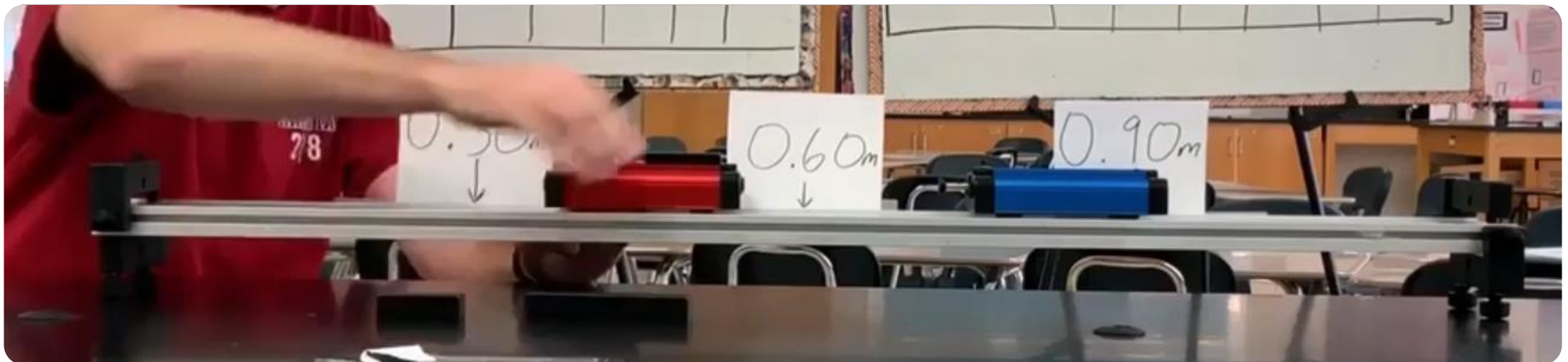
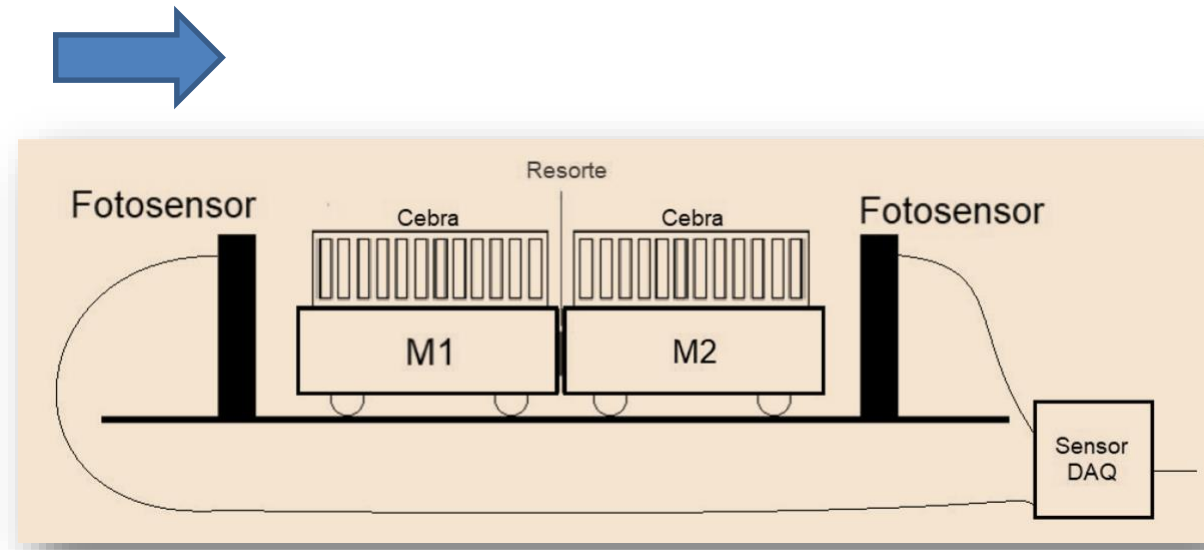
$$P_{i,x} = P_{f,x}$$

$$0 = -M_1v_1 + M_2v_2$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

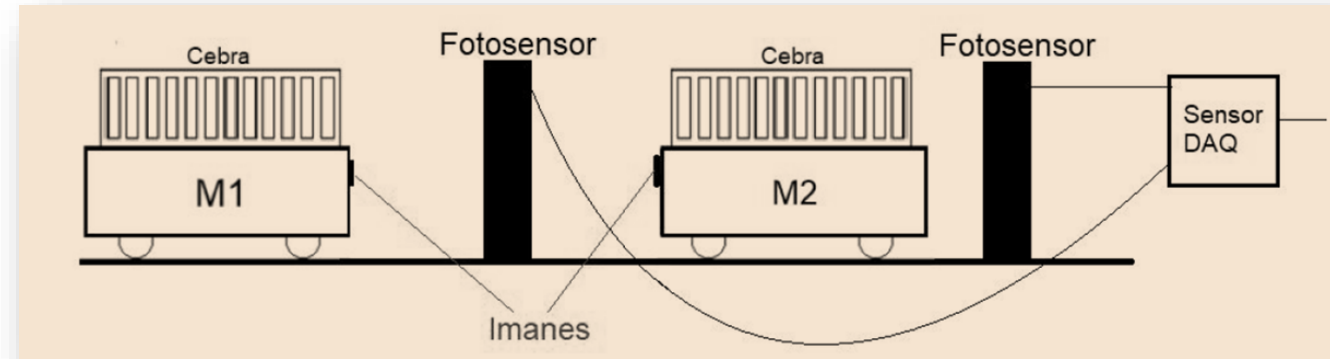
Trabajo Práctico N° 7 - Parte 1 : Explosión

- Se utilizan dos carritos ubicándolos uno junto al otro sobre un riel **sin inclinación**, de manera en que ambos posean una velocidad inicial nula y estén en contacto.
- Uno de los dos carritos debe ubicarse de manera tal que su resorte esté contra el otro carrito.
- A una corta distancia de estos, uno a cada lado, se colocan dos photogates (conectados al Sensor DAQ).
- Se libera el resorte del carrito M1. Entonces, ambos carros se muevan de su posición inicial en direcciones contrarias.
- Medir las velocidades de cada carro.
- Realizar 4 experiencia variando las masa de los carros.
- Verificar si se conserva el momento en todo los casos.



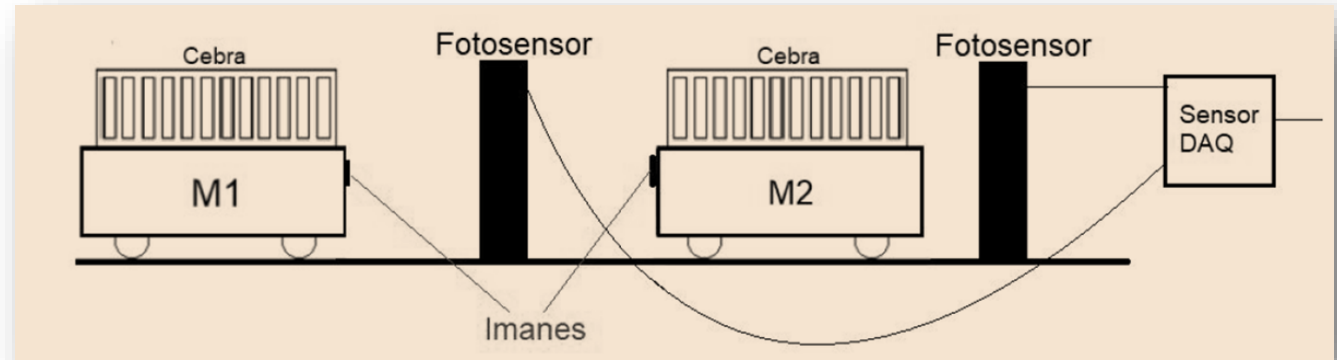
Trabajo Práctico N° 7 - Parte 2 : Colisión elástica

- Se utilizan dos carritos ubicándolos un riel **sin inclinación**, de manera en que los imanes de ambos carros sean del mismo signo (al acercarlos se repelen).
- De esta forma al colisionar los carritos, se repelen simulando un choque elástico.
- Inicialmente el carrito M2 está en reposo.
- Se impulsa el carrito M1 de tal forma que ninguno de los carritos se detenga mientras se toman los datos con los photogates (para estimar sus velocidades).
- Realizar 4 experiencias variando las masa de los carros.
- Verificar si se conserva el momento en todo los casos.
- Estudiar el coeficiente de restitución R



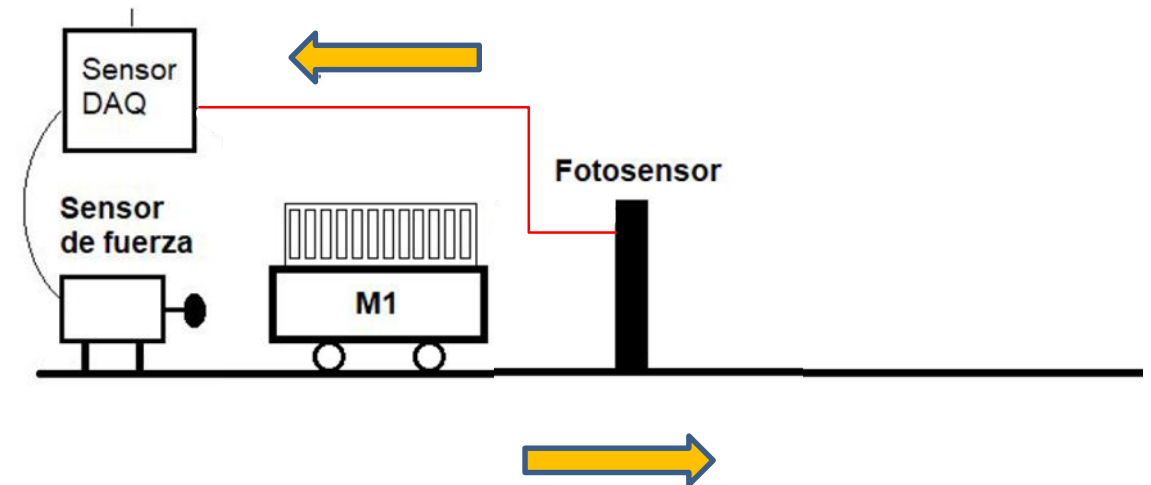
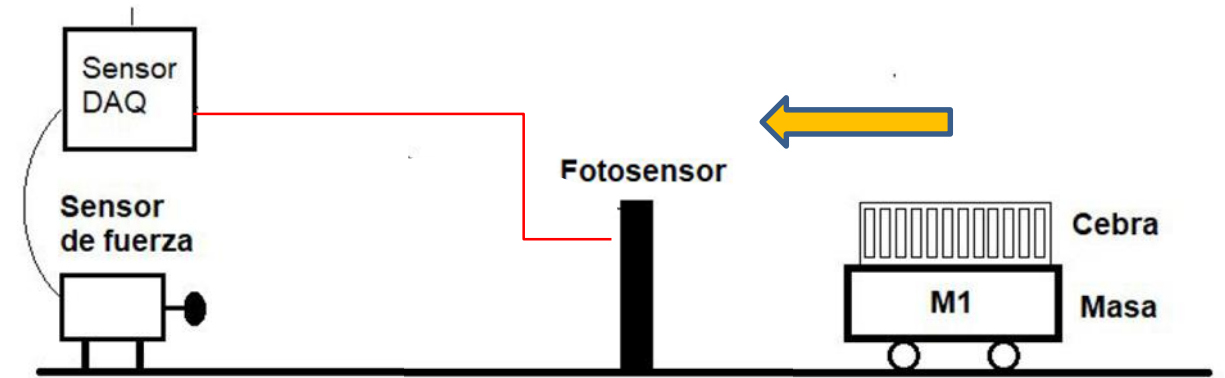
Trabajo Práctico N° 7 - Parte 3 : Colisión inelástica

- Se utilizan dos carritos ubicándolos un riel **sin inclinación**, de manera en que los imanes de ambos carros (en las caras que se enfrentan) sean de signo opuesto (al acercarlos se atraen).
- Inicialmente el carrito M2 está en reposo.
- Se impulsa el carrito M1 de tal forma que al chocar los carritos M1 y M2 quedarán unidos en un solo sistema.
- Se mide la velocidad inicial de M1 y la del conjunto M1+M2 con los photogates.
- Realizar 4 experiencia variando las masa de los carros.
- Verificar si se conserva el momento en todo los casos.
- Estudiar el coeficiente de restitución R



Trabajo Práctico N° 7 - Parte 4 : Cambio de momento lineal

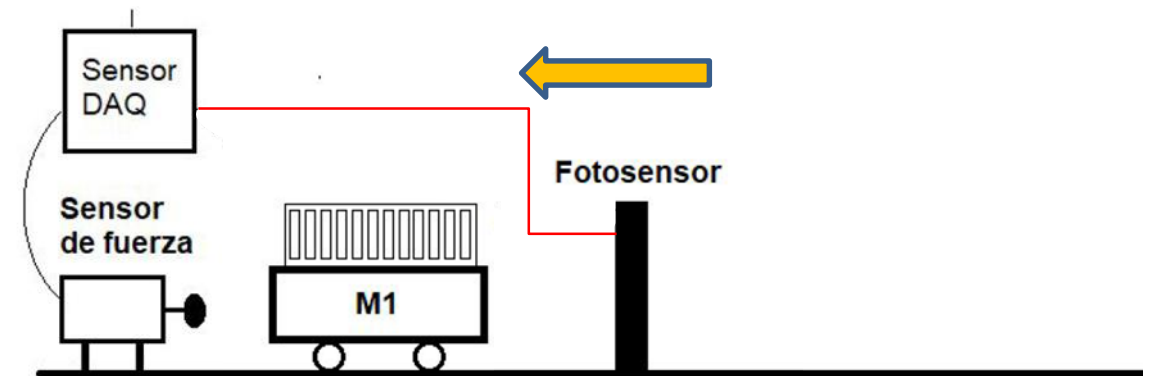
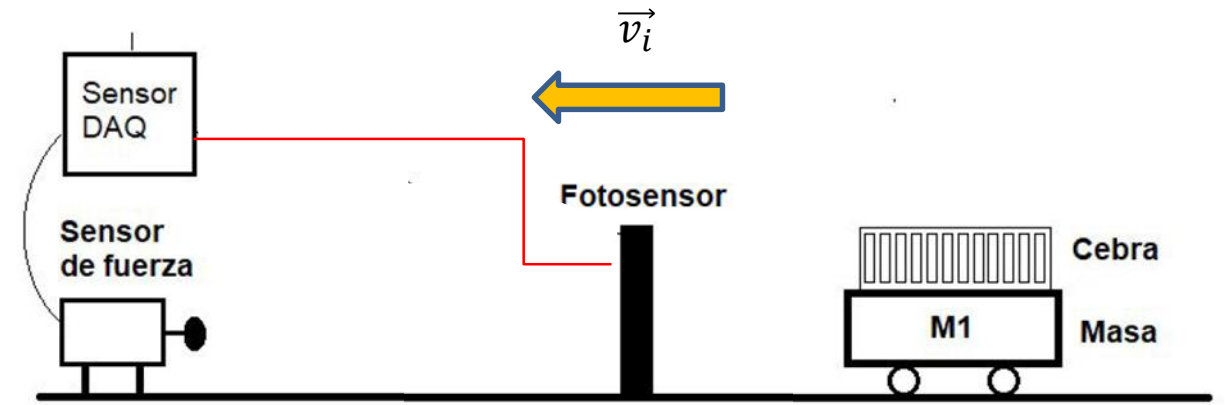
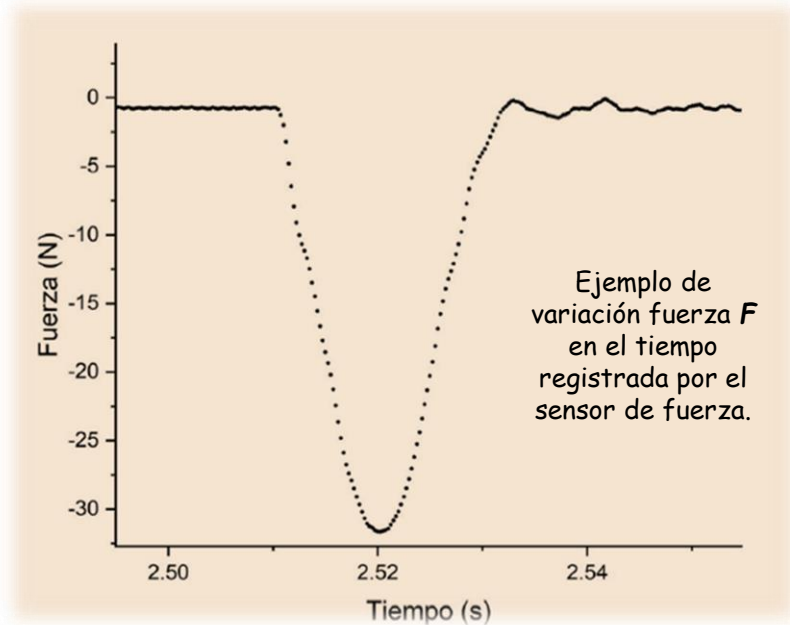
- Para comprobar que en una colisión el momento lineal de uno de los dos objetos cambia usamos el carrito M1 ubicado en el riel horizontal.
- Se utilizará el sensor de fuerza que debe ser previamente calibrado.
- Se ubica el photogate a una corta distancia y sensor de fuerza a aproximadamente 20 cm de este.
- Se empuja el carrito hacia el sensor de fuerza y se mide la velocidad con la ayuda del photogate.
- Se registrar simultáneamente la señal del photogate y la del sensor de fuerza desde el inicio de la experiencia.
- El tiempo de medición debe incluir el choque con el sensor de fuerza y el posterior regreso del carrito pasando por segunda vez por el photogate, donde se vuelve a medir la velocidad.
- Se analiza la fuerza medida en función del tiempo.
- Esta experiencia se realiza con tres masas diferentes colocando pesas en el carrito.



Trabajo Práctico N° 7 - Parte 4 : Cambio de momento lineal

- La variación del momento lineal también puede extraerse de la definición del impulso de una fuerza F , que para tiempos muy pequeños como en el caso de una colisión, se define

$$\int_0^t F dt = \Delta mv = \Delta P \quad (1)$$
$$\Delta P = P_f - P_i$$



- La integral se puede obtener con Origin.
- Comprobar la validez de la ecuación (1).



¿ PREGUNTAS ?

