Clase 3

Laboratorio I C

Departamento de Física, FCEyN, UBA

1er cuatrimestre 2024

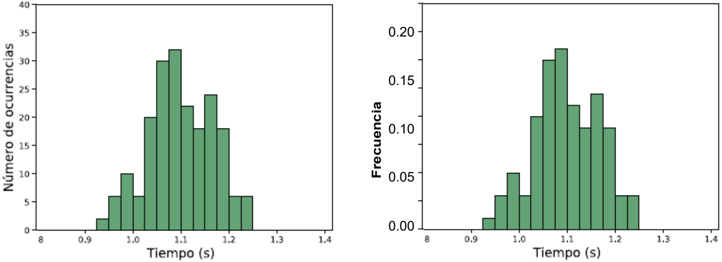
Docentes:
Gabriela Pasquini, Mauro Silberberg,
Luciana Martínez, Federico Szmidt

Página de la materia: https://materias.df.uba.ar/l1c2024c1/

Agradecemos a Lucía Famá y Ángel Marzocca por facilitarnos importante material para la preparación de estas clases.

Distribuciones de datos/ histogramas

Para poder comparar Histogramas con diferente número de mediciones

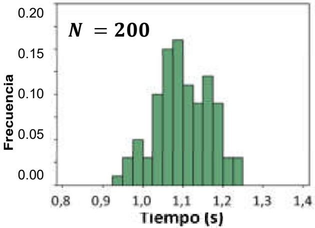


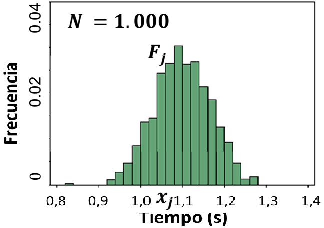
$$\frac{N_j}{N} = F_j$$

F_j frecuencia de ocurrencia

Condición de Normalización: $\sum_j N_j = N$ $\quad$ $\sum_j F_j = 1$

Distribuciones de datos y curva de distribución



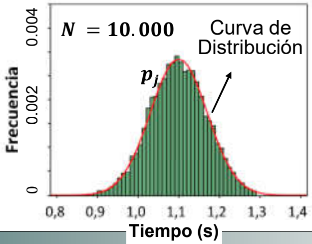


Si aumenta N?

$$M = int\left(1 + log_2(N)\right)$$

$\Uparrow N \quad \Uparrow M \quad \Downarrow a \quad \Downarrow F_j$

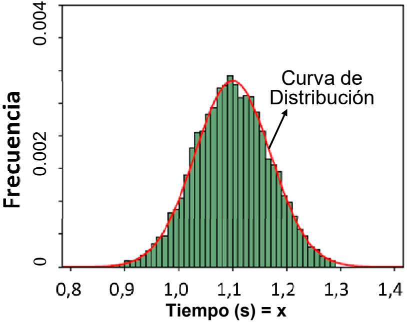
$F_j \rightarrow p_j$



$N \rightarrow \infty$
$a \rightarrow dt$

p_j: probabilidad de que un evento ocurra en el intervalo $x_j \pm a/2$

Funciones de distribución



$$N \to \infty$$

$$a \to dt$$

$$F_j \to f(x)dx$$

Llamo $x = \frac{t}{[t]} = \frac{t}{s}$

variable **adimensional**

$$\frac{dt}{s} = \mathrm{dx}$$

$f(x)$: **Función de distribución de probabilidades**

Condición de Normalización

$$\sum_j F_j = 1 \to \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = prob([x_1, x_2])$$

Funciones de distribución y area bajo la curva

$f(x)$: **Función de distribución de probabilidades**

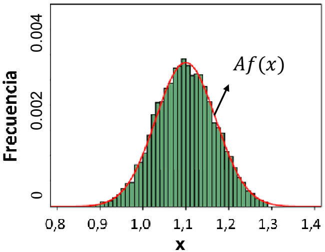
$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1}$$

$$\boxed{N \to \infty}$$

$$\boxed{a \to dx}$$

$$\boxed{F_j = \frac{N_j}{N} \to f(x)dx}$$

$$\boxed{Na\sum_j F_j \to A\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx}$$



OJO: El area bajo la curva de un histograma normalizado en frecuencia depende de las unidades (a, x).

Funciones de distribución y area bajo la curva

$f(x)$: **Función de distribución de probabilidades**

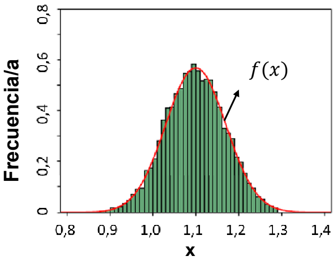
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$$N \rightarrow \infty$$

$$a \rightarrow dx$$

$$F_j = \frac{N_j}{N} \rightarrow f(x)dx$$

$$\sum_j F_j = \sum_j \frac{F_j}{a} a \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$$



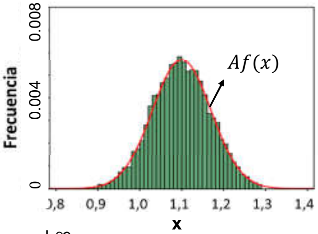
OJO: Muchos programas normalizan los histogramas para que $Area = 1$. En ese caso la altura de los bines **no** representan la frecuencia y **no** se asocian a la probabilidad en $x_j \pm \frac{a}{2}$, si no a la **frecuencia por unidad** F_j/a, que tiende a la **densidad de probabilidad** $f(x)$.

Funciones de distribución: estimadores

$$F_j = \frac{N_j}{N} \rightarrow f(x)dx$$

$$N \rightarrow \infty \qquad a \rightarrow dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$



media:

$$x_0 = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \sim \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{M} N_j x_j = \sum_{j=1}^{M} F_j x_j \rightarrow \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$$

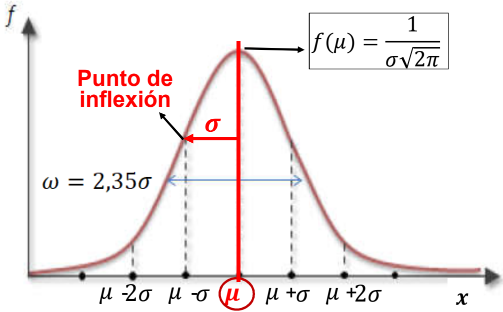
Varianza y desviación estandar:

$$\boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2 \sim \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{M} N_j\left(\bar{x} - x_j\right)^2 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu - x)^2 f(x)dx$$

Funcion de distribución de Gauss o Normal

En muchos casos, las distribuciones de datos tienden a una curva de Gauss

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}$$



Algunas Propiedades

- Es simétrica respecto de su media

  Media =mediana = moda = μ

- σ coincide con la distancia entre μ y la coordenada del punto de inflexión.

- El ancho de la curva a mitad de atura

  $\omega = 2.35\sigma$

σ y/o ω se usan para cuantificar el ancho de la curva, y dan cuenta de la dispersion de los datos . A mayor dispersión más bajo es el pico $f(\mu)$

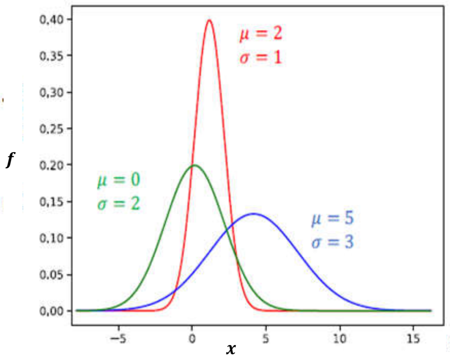
Funcion de distribución de Gauss

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

El valor medio μ nos dice donde está centrada

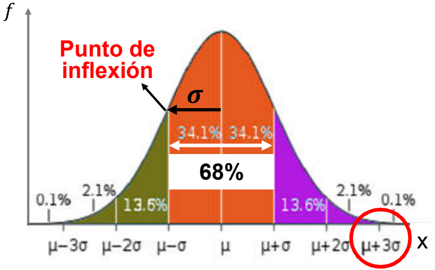
σ modifica el ancho y la altura

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$



Funcion de distribución de Gauss y probabilidad

$$f(x) = \frac{1}{\boldsymbol{\sigma}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\boldsymbol{\mu})^2}{2\boldsymbol{\sigma}^2}\right)$$



$$Prob(\mu-\sigma \le x \le \mu+\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} e^{\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)} dx$$

$$Prob(\mu-\sigma \le x \le \mu+\sigma) \cong \mathbf{0,6827}$$

68%

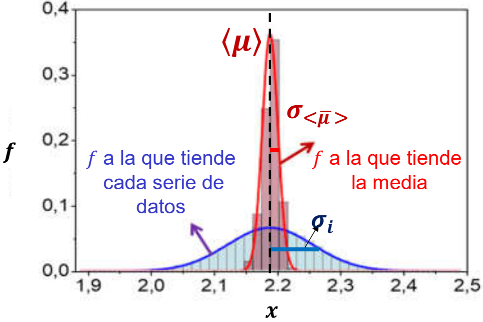
$$Prob(\mu-2\sigma \le x \le \mu+2\sigma) \cong \mathbf{0,95}$$

$$Prob(\mu-3\sigma \le x \le \mu+3\sigma) \cong \mathbf{0,99}$$

Teorema Central del Límite

Si se toma un gran numero de muestras, cada una de N datos independientes, y todas siguen una distribución con varianza finita σ^2

El valor medio va a seguir una distribución normal con varianza σ^2/N

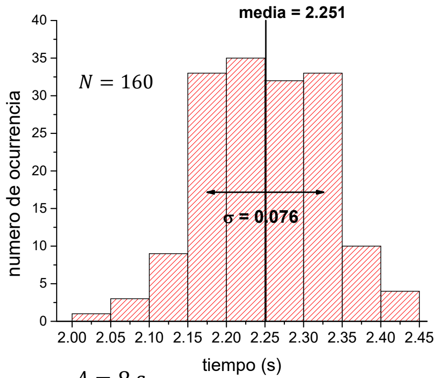


Ahora entendemos en qué se basa el spoiler:

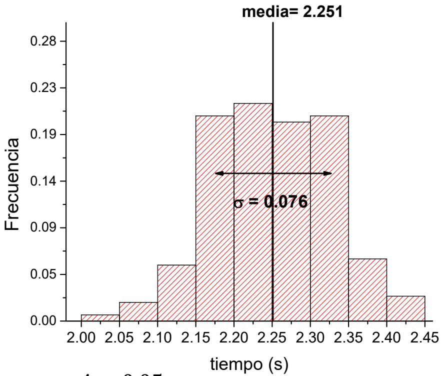
$$\sigma_{est} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{1}{N}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(\bar{x} - x_i)^2}$$

Distribución de datos y función de distribución

Lo normalizamos

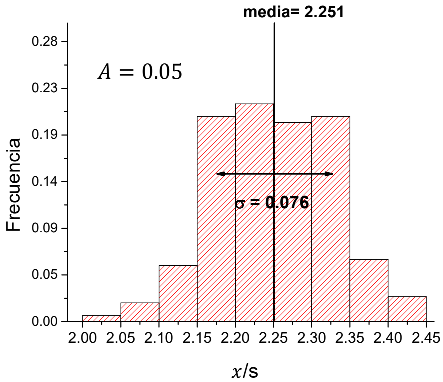


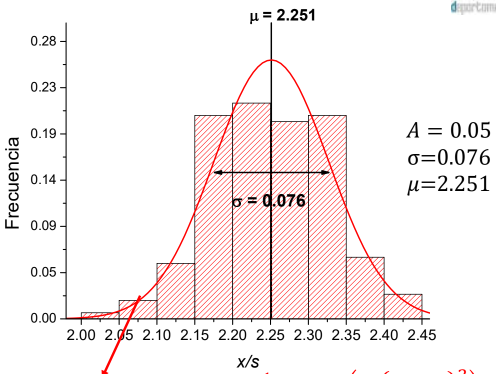
$A = 8\ s$



$A = 0.05\ s$

Distribución de datos y función de distribución





Lo adimensionalizamos (no es imprescindible)

$$F(x) = Af(x) = A\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

ACTIVIDAD

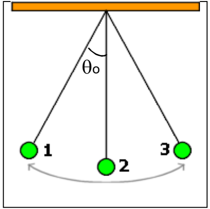
MEDICIÓN DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO

Armar un péndulo simple

OBJETIVOS:

1. Elegir un método en el que tenga relevancia la distribución estadística del período T
   - Obtener la distribución de datos para distintos N.
2. Elegir el método más eficiente
   - Medir T para distintos largos l (θ_o < 10º)
   - Medir T a largo fijo para distintos θ_o (2, 5, 10, 30 grados).

Primer informe



Algunas preguntas:
- Son consistentes los métodos?
- Caracterizar las distribuciones
- T depende de l?
- T depende de θ_o ?