Clase 9

Laboratorio I C

Departamento de Física, FCEyN, UBA

1er cuatrimestre 2024

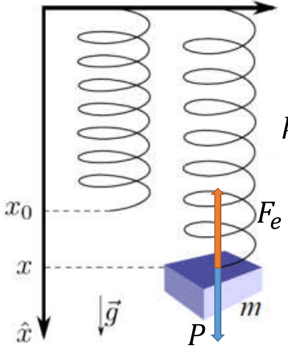
Docentes:
Gabriela Pasquini, Mauro Silberberg,
Luciana Martínez, Federico Szmidt

Página de la materia: https://materias.df.uba.ar/l1c2024c1/

Agradecemos a Lucía Famá y Ángel Marzocca por facilitarnos importante material para la preparación de estas clases.

Resorte

Objeto elástico fácilmente deformable (constante k menor que los cuerpos con los que interactua)



k, M

La relacion entre M y k definen x_0

En un resorte genérico *k* depende de muchas variables.
Es dificil de calcular pero fácil de medir
Al poner un cuerpo solidario a un resorte, este ejerce una fuerza de vínculo sobre el cuerpo proporcional a su deformación.

Modelo:

- Solo se deforma el resorte
- k no depende de la deformacion
- Se desprecia el rozamiento

$$F_e = k(x - x_0)$$

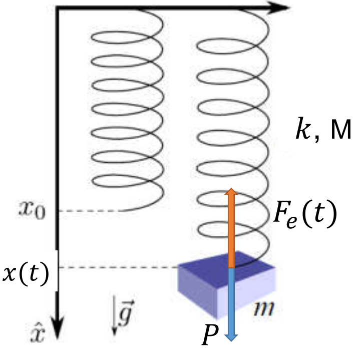
$$P - F_e = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0)$$

En el Equilibrio $\ddot{x} = 0$

$$\boxed{mg = k\left(x_{eq} - x_0\right)}$$

Movimiento oscilatorio armónico simple



La relacion entre M y k definen x_0

Modelo:

- Solo se deforma el resorte
- k no depende de la deformacion
- **Se desprecia el rozamiento con el aire**
- Se desprecia la masa M del resorte ($M \ll m$)

$$F_e(t) = k(x(t) - x_0)$$

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0) \qquad \ddot{x} = g - \frac{k}{m}(x - x_0)$$

Solución:

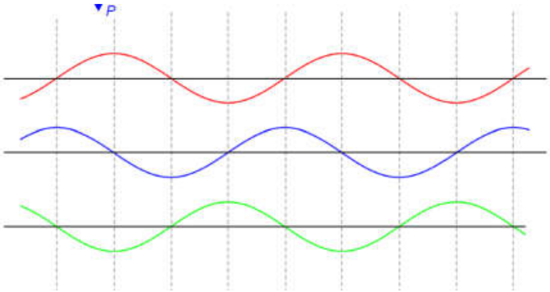
$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + x_{eq}$$

con $\omega^2 = \frac{k}{m}$

$$x_{eq} = x_0 + \frac{mg}{k}$$

A y φ dependen de condiciones iniciales

Movimiento oscilatorio armónico simple



Posición: $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) + x_{eq}$

Velocidad: $\dot{x}(t) = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$

$\ddot{x}(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

Fuerza: $F(t) = -Am\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

$mg - F_e(t)$

$F_e(t) = -Am\omega^2\cos(\omega t + \varphi) + \mathrm{mg}$

Fuerza viscosa

Que pasa si el rozamiento con el medio no es despreciable?

La fuerza viscosa aparece cuando un objeto sólido se mueve en el seno de un fluido viscoso. En estos fluidos aparecen esfuerzos de corte que se oponen a su deformación, y que interactúan con la superficie del cuerpo que se desplaza

- Proporcional al módulo de la velocidad del cuerpo
- Igual dirección y sentido contrario a la velocidad

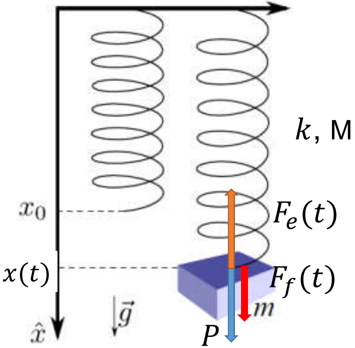
Fuerza viscosa o de arrastre

$$\boxed{F_f = -\gamma v}$$

Constante que depende de la viscosidad del fluido y de la geometría del cuerpo

Velocidad del objeto

1) Movimiento oscilatorio amortiguado



La relacion entre M y k definen x_0

Modelo:

- Solo se deforma el resorte
- k no depende de la deformacion
- El unico rozamiento es el proporcionado por la fuerza viscosa
- Se desprecia la masa M del resorte ($M \ll m$)

$$F_e(t) = k(x(t) - x_0) \qquad F_f(t) = -\gamma \dot{x}(t)$$

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0) - \gamma \dot{x}$$

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{k}{m}x_0 + g - \frac{k}{m}x - \frac{\gamma}{m}\dot{x}}$$

Soluciónes del tipo : $x(t) = e^{\lambda t}$, λ complejo

Movimiento oscilatorio amortiguado

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{k}{m}x_0 + g - \frac{k}{m}x - \frac{\gamma}{m}\dot{x}}$$

Soluciónes homogeneas del tipo :

$x(t) = e^{\lambda t}$, λ complejo

$$\dot{x}(t) = \lambda e^{\lambda t} \;\; ; \;\; \ddot{x}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t}$$

$$0 = \frac{k}{m}e^{\lambda t} + \frac{\gamma}{m}\lambda e^{\lambda t} \text{-+} \lambda^2 e^{\lambda t}$$

$$0 = \frac{k}{m} + \frac{\gamma}{m}\lambda + \lambda^2$$

$$\lambda_{\pm} = -\frac{\gamma}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = -\Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2} = -\Gamma \pm \Delta$$

con $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; $\Gamma = \frac{\gamma}{2m}$; $\Delta^2 = \Gamma^2 - \omega_0^2$

Soluciónes general: $x(t) = Ae^{\lambda_+ t} + Be^{\lambda_- t} + x_{eq}$

La solucion va a ser muy distinta si $\Delta^2 > 0$ o $\Delta^2 < 0$

Movimiento oscilatorio amortiguado

$$\boxed{\ddot{x} = \frac{k}{m}x_0 + g - \frac{k}{m}x - \frac{\gamma}{m}\dot{x}}$$

$$x(t) = Ae^{\lambda_+ t} + Be^{\lambda_- t} + x_{eq}$$

$$\lambda_\pm = -\frac{\gamma}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = -\Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2} = -\Gamma \pm \Delta$$

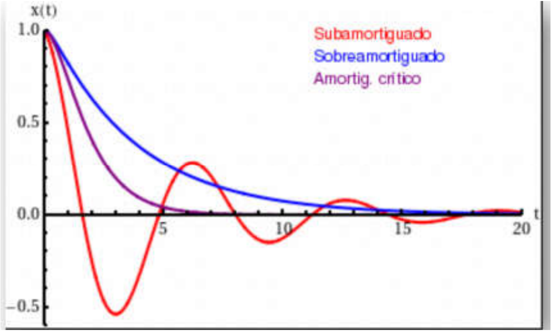
con $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; $\Gamma = \frac{\gamma}{2m}$; $\Delta^2 = \Gamma^2 - \omega_0^2$

$\Delta^2 < 0 \Rightarrow \omega_0^2 > \Gamma^2 \Rightarrow$ La fuerza elastica prevalece sobre la viscosa **Movimiento oscilatorio subamortiguado**

$\Delta^2 > 0 \Rightarrow \omega_0^2 < \Gamma^2 \Rightarrow$ La fuerza viscosa prevalece sobre la elastica **Movimiento oscilatorio sobreamortiguado**

$\Delta^2 = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \Gamma^2$ Es un limite matematico, transicion entre uno y otro regimen, se conoce como **crítico**

Movimiento oscilatorio amortiguado



Subamortiguado: oscila

La fuerza elastica prevalece sobre la viscosa

Sobreamortiguado: no oscila

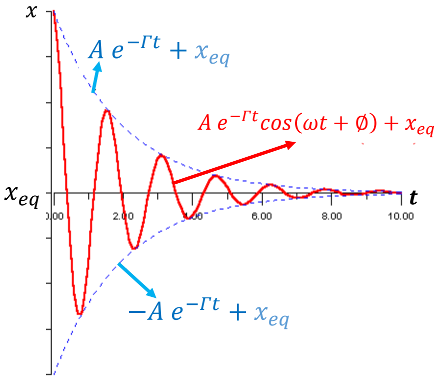
La fuerza viscosa prevalece sobre la elastica

Movimiento oscilatorio subamortiguado

$$\boxed{x(t) = A\, e^{-\Gamma t} cos(\omega t + \emptyset) + x_{eq}}$$

$$\Gamma = \frac{\gamma}{2m}; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

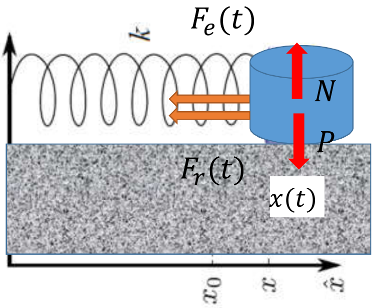
A y $\emptyset$ determinados por C. I.



$$\dot{x}(t) = -A\, e^{-\Gamma t}\left(\omega\, sin(\omega t + \emptyset) + \Gamma cos(\omega t + \emptyset)\right)$$

$$\boxed{\mathrm{F}(t) = m\, \ddot{x}(t) = -A\omega\Gamma e^{-\Gamma t} cos(\omega t + \emptyset)}$$

2) Movimiento oscilatorio con rozamiento



Modelo:

- Solo se deforma el resorte
- k no depende de la deformacion
- El unico rozamiento es el proporcionado por la fuerza de rozamiento
- Se desprecia la masa M del resorte ($M \ll m$)

$$F_e(t) = k(x(t) - x_0)$$

$$F_r(t) = \begin{cases} -F_e(t) & \text{Si } F_e < \mu_e N \\ -\mu_d N & \text{Si } F_e > \mu_e N \text{ y } v > 0 \\ \mu_d N & \text{Si } F_e > \mu_e N \text{ y } v < 0 \end{cases}$$

3) Leyes de conservación: choques

Conservacion del impulso lineal

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

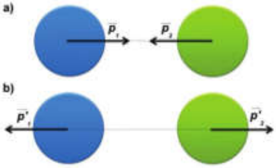
Cantidad de movimiento de una partícula de masa m y velocidad v

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \longrightarrow \Delta P = P_f - P_i = \int_{t_i}^{t_f} F dt$$

En ausencia de fuerza externas $\quad \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{P} = \text{cte}$

En el caso de dos cuerpos que chocan



$$\vec{P} = cte = \vec{P_1^0} + \vec{P_2^0} = \vec{P_1} + \vec{P_2} \longrightarrow m_1\vec{v_1^0} + m_2\vec{v_2^0} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$$

$$m_1\left(\vec{v_1} - \vec{v_1^0}\right) + m_2\left(\vec{v_2} - \vec{v_2^0}\right) = 0$$

Si el movimiento es 1-D (considerando el modulo de las velocidades)

$$\boxed{m_1(v_1 - v_1^0) = -m_2(v_2 - v_2^0)}$$

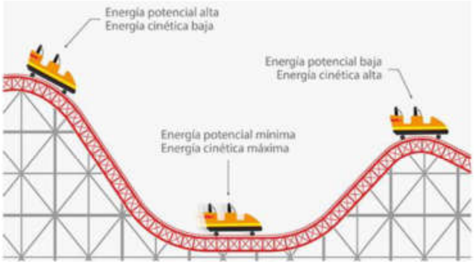
Conservacion de la energia

Energía mecánica = Energía Cinética + Energía Potencial

E = K + U

Energía Cinética $K = \frac{1}{2} m v^2$

Energía Potencial $U = mgh$



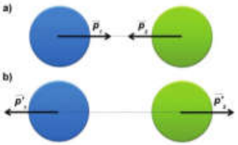
Energía mecánica:

Se conserva en un sistema aislado en el que no actúan fuerzas NO conservativas (Rozamiento)

La energía cinética estará vinculada a la energía potencial del mecanismo de interacción y el trabajo de fuerzas no conservativas:

$$\Delta K = W - \Delta U$$

Conservación de la energía



Si las fuerzas de interacción entre los cuerpos son **conservativas**, la energía cinética total **es la misma** antes y después de la colisión.

↓

Colisión perfectamente elástica

inicial

$$\boxed{\frac{1}{2}m_1\left(v_1^0\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v_2^0\right)^2}=\boxed{\frac{1}{2}m_1\left(v_1\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v_2\right)^2}$$

final

$$m_1\left[\left(v_1^0\right)^2-\left(v_1\right)^2\right]=m_2\left[\left(v_2\right)^2-\left(v_2^0\right)^2\right]$$

La **Colisión perfectamente inelástica** se da cuando la velocidad final de ambos objetos se igualan , v1 = v2

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = (m_1 + m_2)v_2$$

$$E_0=\frac{1}{2}m_1\left(v_1^0\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v_2^0\right)^2$$

$$E_f=\frac{1}{2}m_1\left(v_2\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v_2\right)^2=\frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right)v_2^{\,2}$$

Si el objeto 2 está inicialmente en reposo $v_2^0 = 0$

$$\frac{E_f}{E_0}=\frac{\left(m_1+m_2\right)v_2^{\,2}}{m_1\left(v_1^0\right)^2}$$

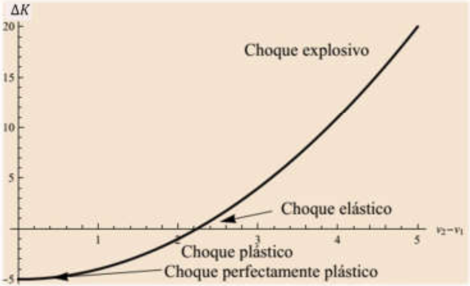
$$\frac{E_f}{E_0}=\frac{m_1}{\left(m_1+m_2\right)}$$

< 1

La energía cinética total decrece en un choque inelástico

La energía cinética estará vinculada a la energía potencial del mecanismo de interacción y el trabajo de fuerzas no conservativas:

$$\Delta K = W - \Delta U$$



$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 \left({v_1}^2 - {v_1^0}^2 \right) + \frac{1}{2} m_2 \left({v_2}^2 - {v_2^0}^2 \right)$$

Por conservación de momento

$$m_1 v_1^0 + m_2 v_2^0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left[(v_2 - v_1)^2 - (v_2^0 - v_1^0)^2 \right]$$

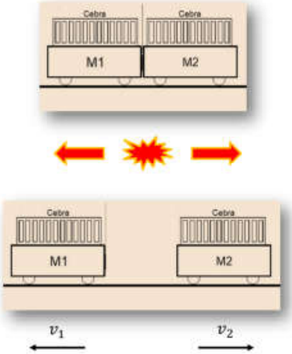
Explosion

Antes de la explosión

$$P_{i,x} = (M_1 + M_2)v_i$$

$v_i = 0$ ↓

$$P_{i,x} = 0$$



x

Después de la explosión

$$P_{f,x} = -M_1 v_1 + M_2 v_2$$

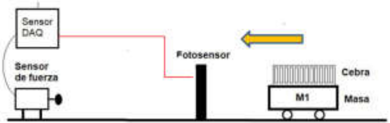
Por conservación de momento lineal

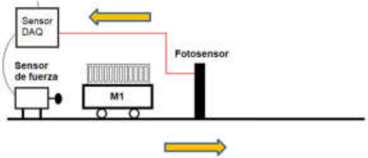
$$P_{i,x} = P_{f,x}$$

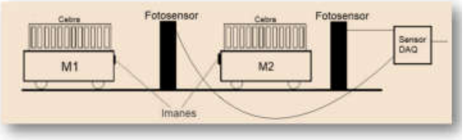
$$0 = -M_1 v_1 + M_2 v_2$$

$$\boxed{\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1}}$$

Choques elasticos







4) Movimiento circular