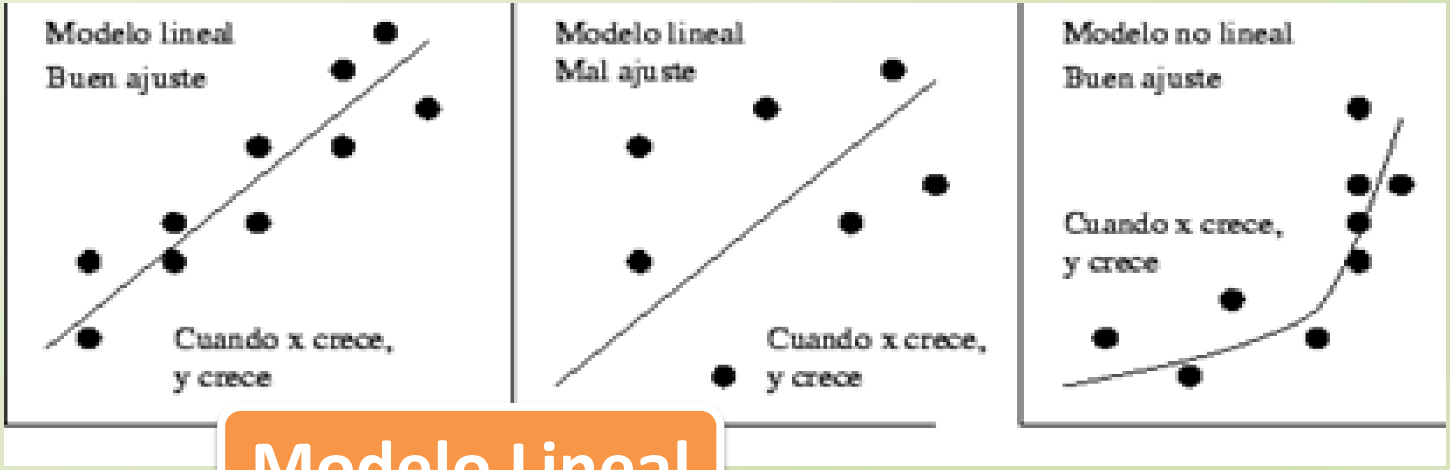
REPASO

MODELADO POR EL MÉTODO DE CUADRADOS MÍNIMOS

Relación entre dos medidas:

Empleo un modelo que mejor relacione las variables (que mejor aproxime a mis datos experimentales)

Caso más sencillo

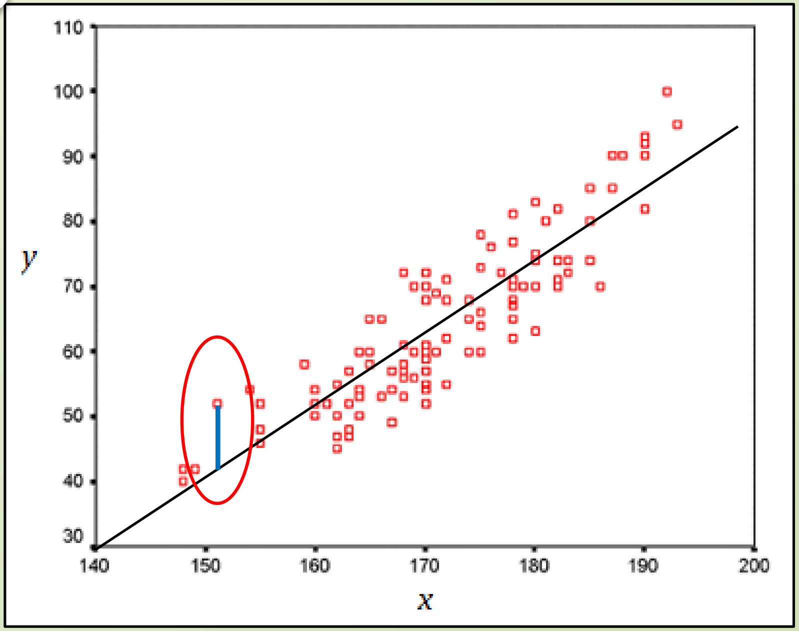


Modelo Lineal

Modelado por el Método de Cuadrados Mínimos

Modelo Lineal Más sencillo

Tomamos una serie de medidas (x_i, y_i)



Partamos asumiendo que la relación es:

$$y = mx + b$$

Busca encontrar los parámetros m y b que minimicen la distancia de los datos experimentales al modelo sólo en el eje "y"

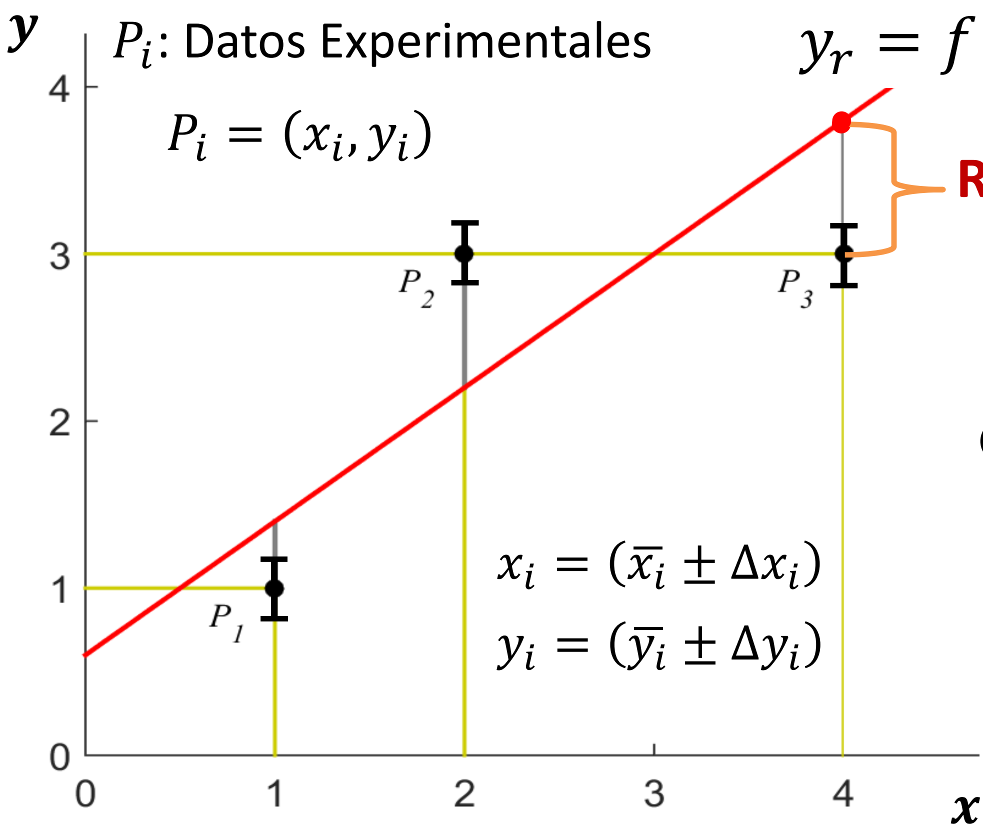
REPASO

Modelado por el Método de Cuadrados Mínimos

Modelo Lineal ➡ Considerando la **Distancia en "y"**

P_i: Datos Experimentales

$$y_r = f(x) = mx + b \quad \textit{(Modelo)}$$



Residuos (δ_i) ➡ $\delta_i = y_i - y_r$

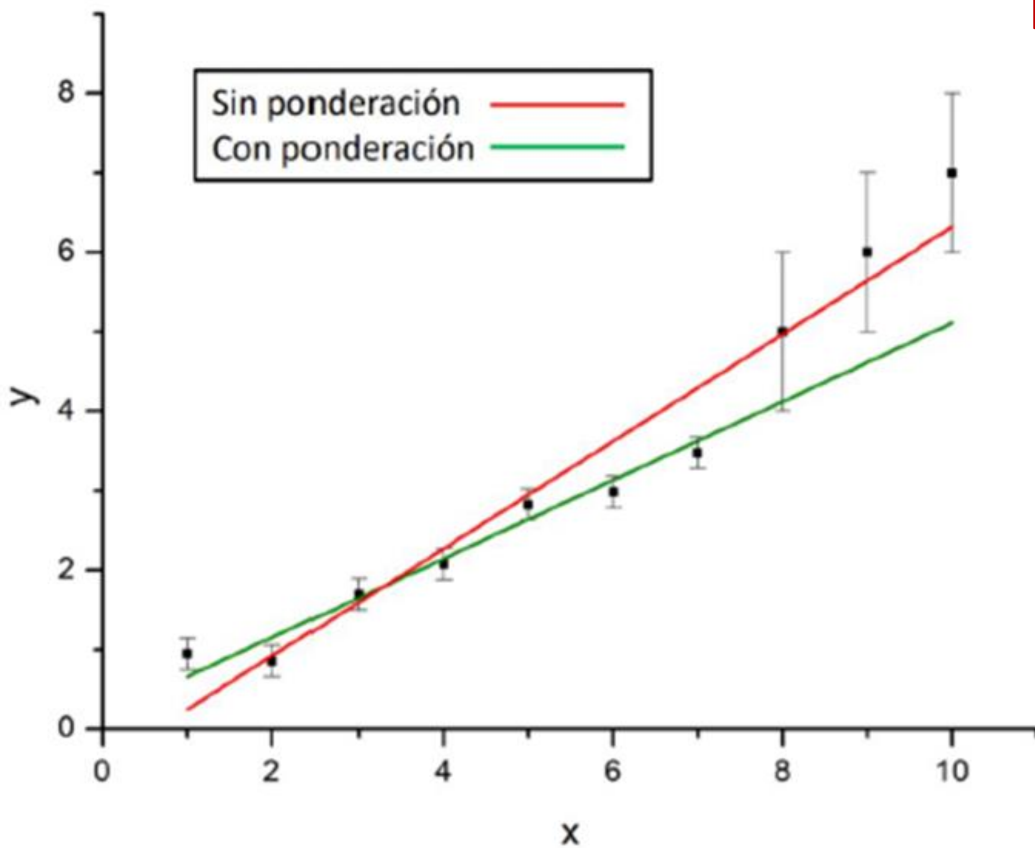
Experimental — **Recta**

Como considera la **Distancia en "y"**, debo asignar en el eje "y" la MF obtenida con menor precisión

$$\boldsymbol{\varepsilon_{ry} \gg \varepsilon_{rx}}$$

SIN Ponderación vs CON Ponderación

Se pondera cuando las incertezas absolutas de la MF que se asigna al eje "y" tienen diferente precisión



Residuos (δ_i) $\Rightarrow$ $\delta_i = y_i - y_r$

SIN

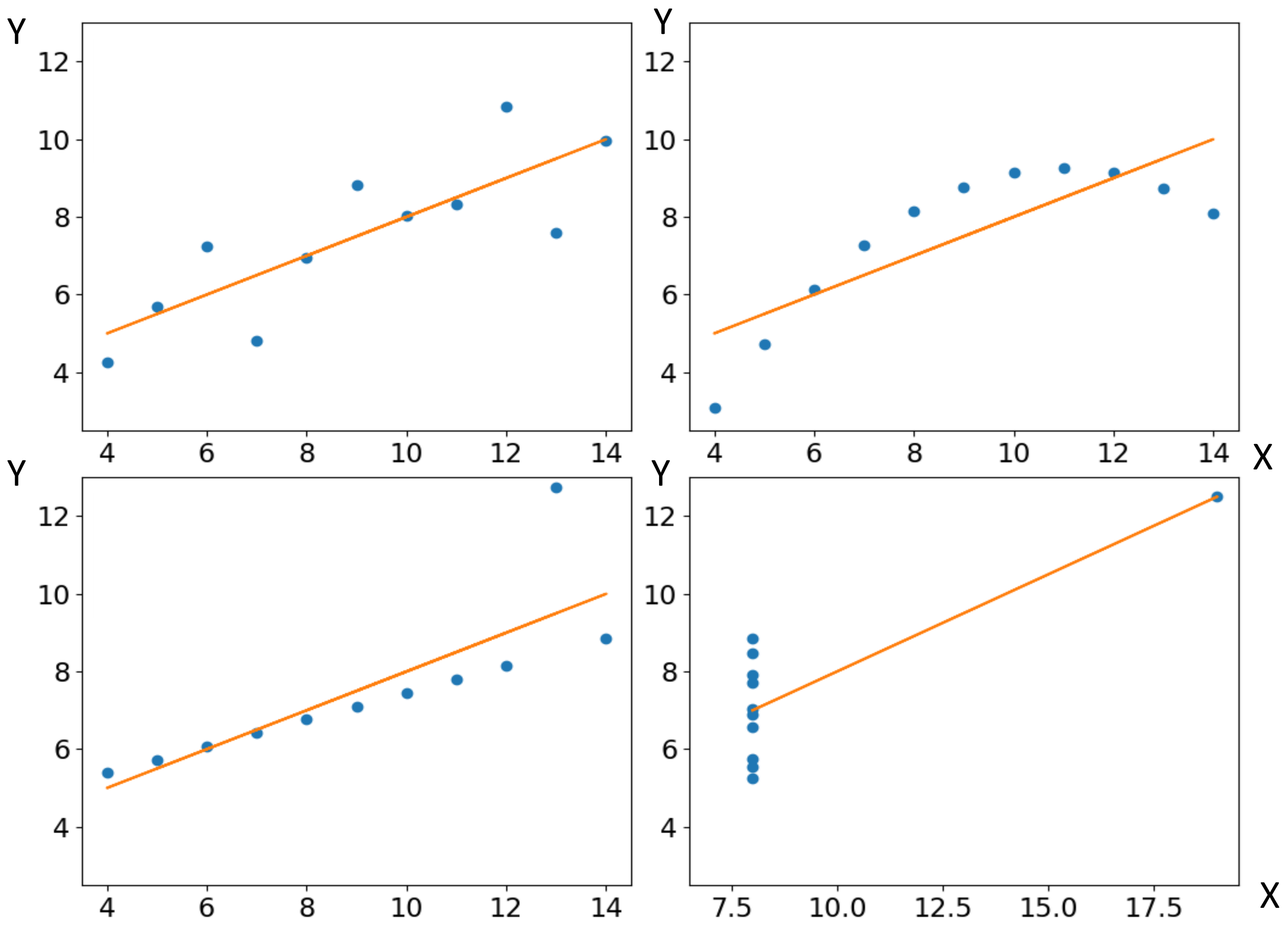
$$M = \sum_{1}^{N} [y_i - (mx_i + b)]^2$$

CON

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i} \right]^2$$

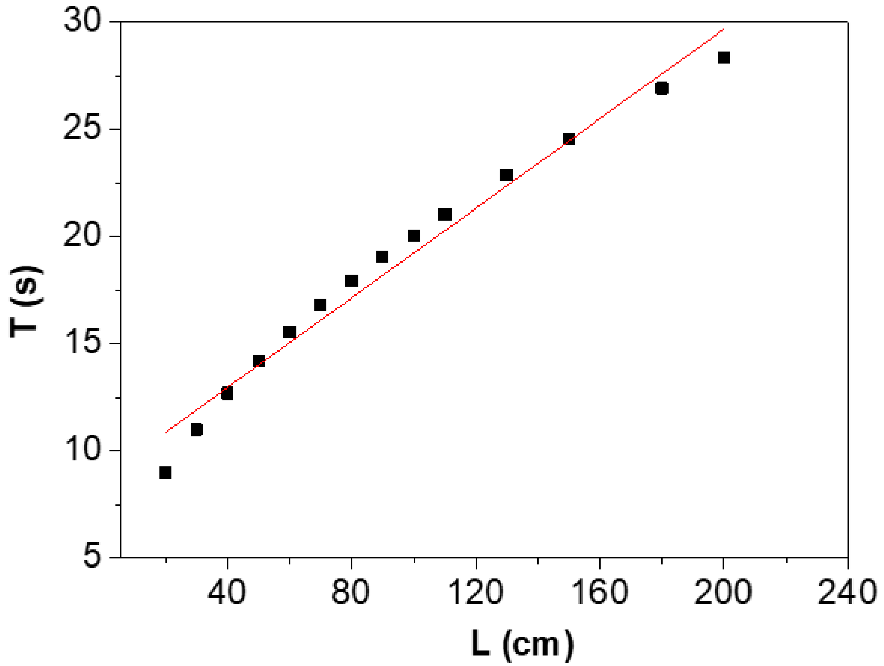
Al ponderar, considera más relevantes a las medidas más precisas

Cómo sé si el modelo es adecuado???



Está bien usar el modelo lineal en este caso?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



Parámetros de BONDAD

Los Parámetros de Bondad pueden darnos una idea de la ***discrepancia entre los valores observados*** *(datos experimentales)* ***y los esperados según el modelo de estudio***

Parámetros de BONDAD

Coeficiente de Correlación de Pearson (r)

Indica cuán fuerte es la correlación entre las variables X e Y

¿Existe algún patrón entre ellas?

$$\boxed{r = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}}$$

$$Var(x) = {S_x}^2 = \frac{1}{N}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$Var(y) = {S_y}^2 = \frac{1}{N}\sum(y_i - \bar{y})^2$$

$$\boxed{-1 \leq r \leq 1}$$

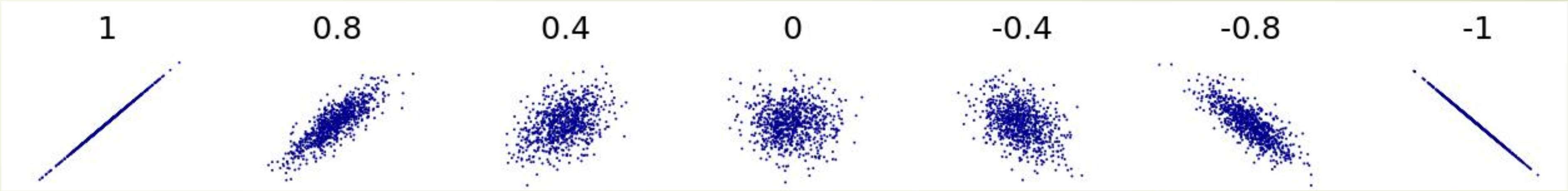
Se espera que $|r| \sim 1$

$$Cov(x,y) = S_{xy} = \frac{1}{N}\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Cálculo del Correlación de Pearson en Python: **corrcoef()**

Parámetros de BONDAD

Coeficiente de Correlación de Pearson (r)



•**Si r = 1:** Correlación positiva perfecta. El índice refleja la dependencia total entre ambas dos variables, la que se denomina relación directa: cuando una de las variables aumenta, la otra variable aumenta en proporción constante.

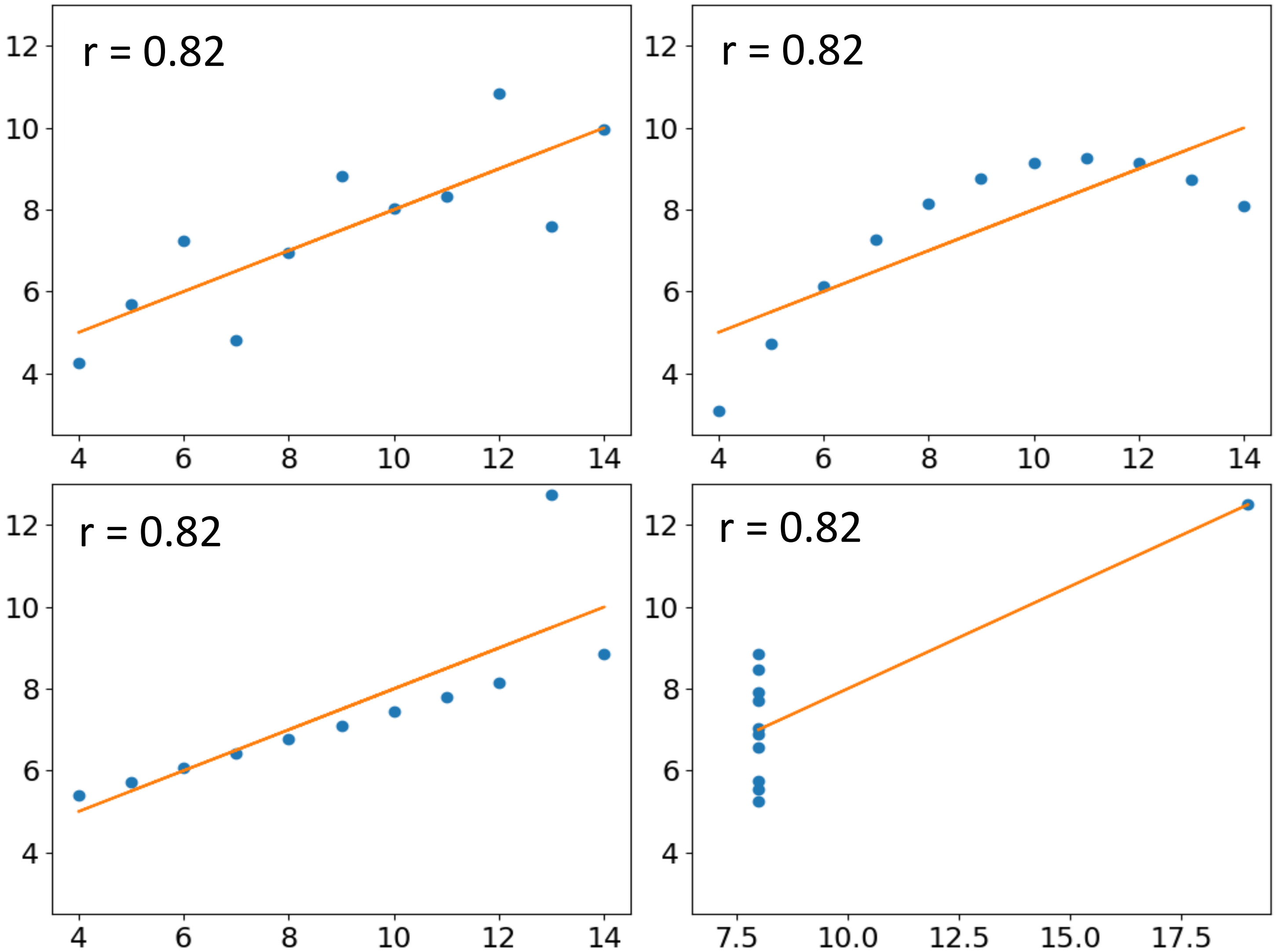
•**Si 0 < r < 1:** Refleja que se da una correlación positiva.

•**Si r = 0:** En este caso no hay una relación lineal. Aunque no significa que las variables sean independientes, puede haber relaciones no lineales entre ambas.

•**Si -1 < r < 0:** Indica que existe una correlación negativa.

•**Si r = -1:** Indica una **correlación negativa perfecta** y una dependencia total entre ambas variables lo que se conoce como **"relación inversa"**, que es cuando una de las variables aumenta, la otra variable disminuye en proporción constante.

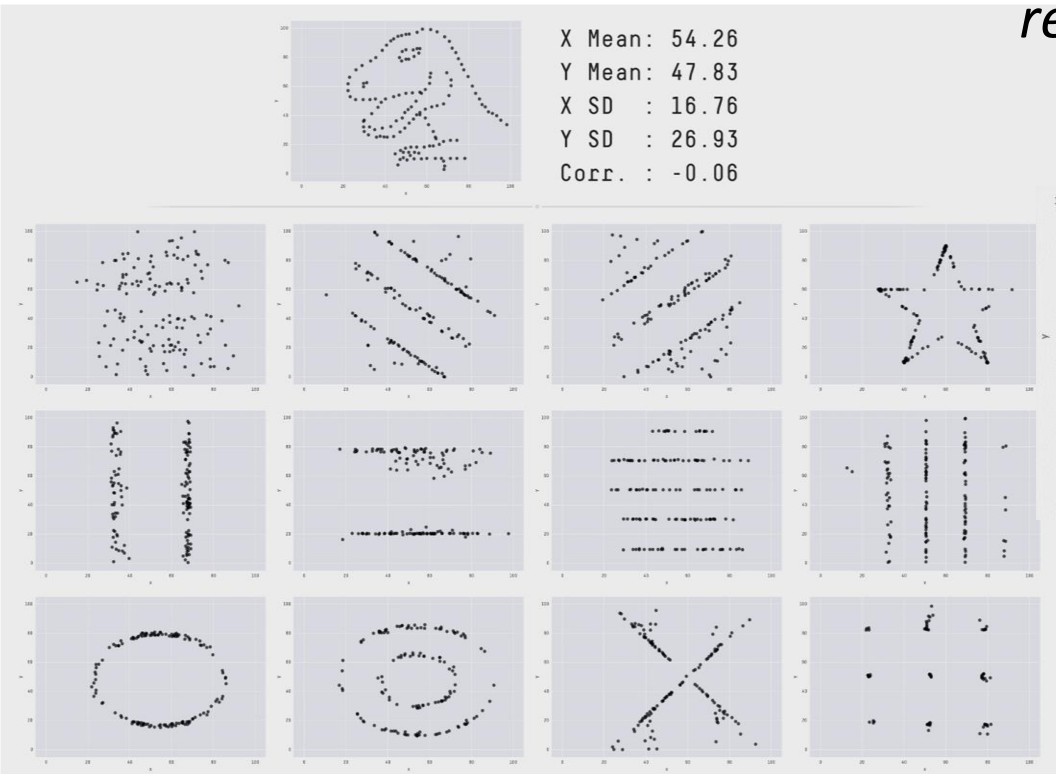
Pero **OJO!!!!** **Estos casos tienen igual valor de r!!!!!!**

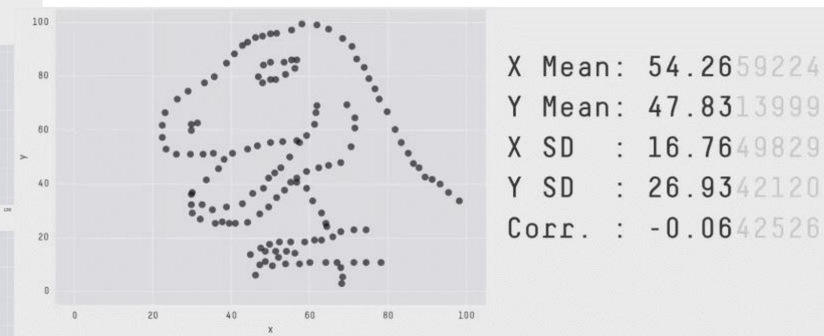


Estos casos tienen los MISMOS Parámetros Estadísticos!!!

Datasaurus dozen

… pero que producen gráficos diferentes
Por eso la IMPORTANCIA de las representaciones gráficas



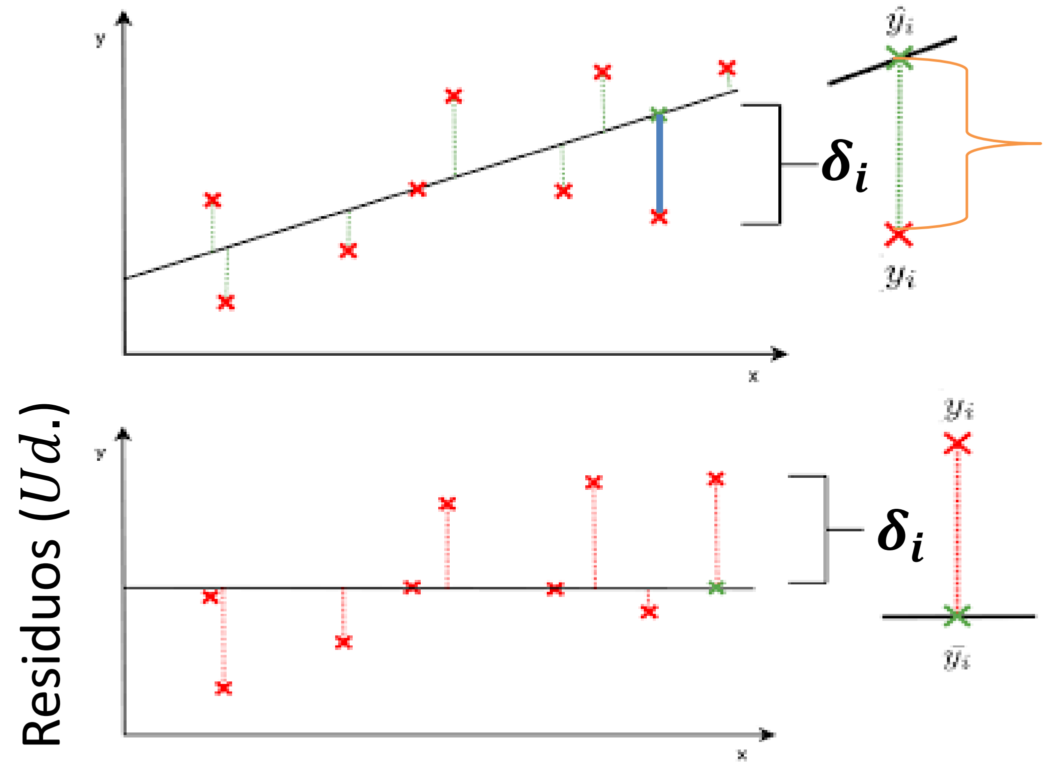


https://www.autodesk.com/research/publications/same-stats-different-graphs

Parámetros de BONDAD

Gráfico de Residuos

Distancia de los puntos experimentales a la recta, en “y”



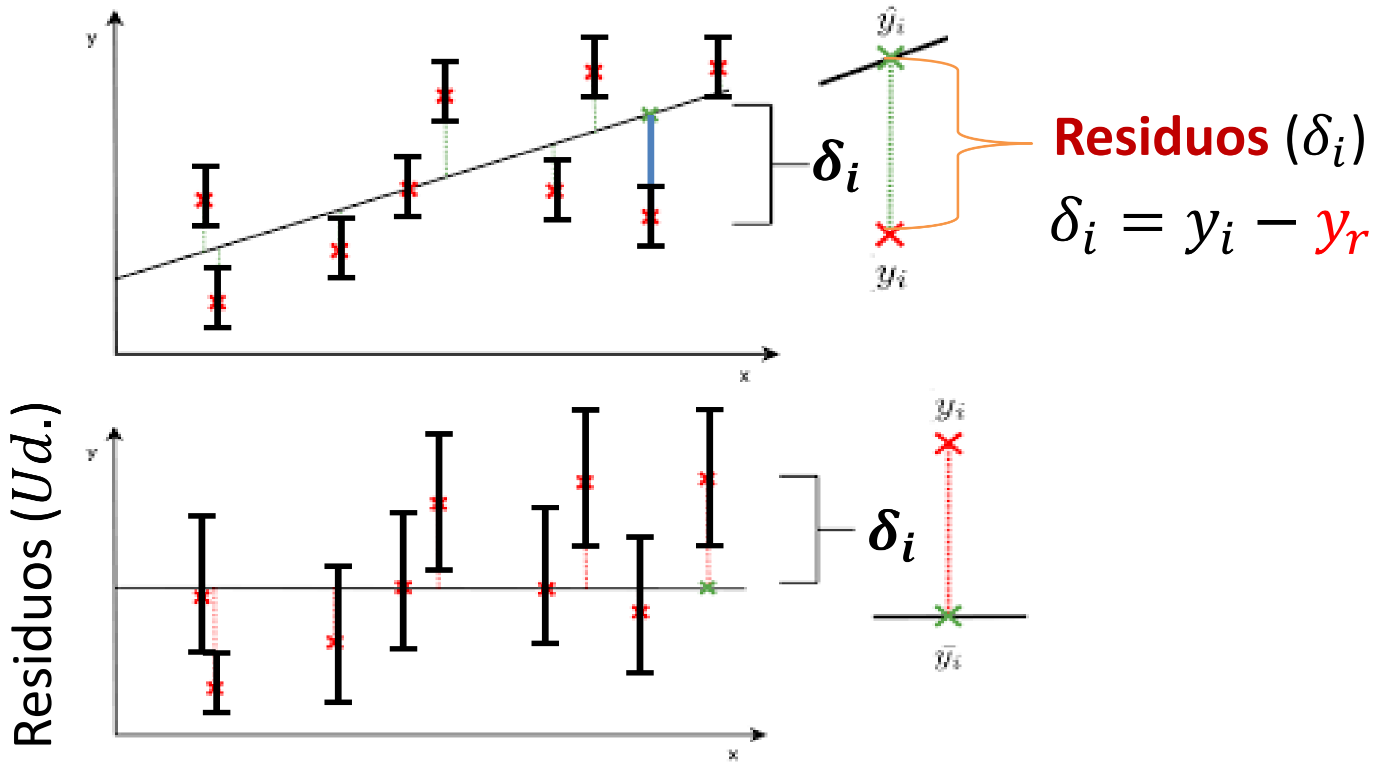
Residuos (δ_i)

$$\delta_i = y_i - y_r$$

Los residuos deben estar distribuidos en forma aleatoria alrededor del cero y NO DEBEN tener ESTRUCTURA

Parámetros de BONDAD

Gráfico de Residuos Siempre con incertezas



Los residuos deben estar distribuidos en forma aleatoria alrededor del cero y NO DEBEN tener ESTRUCTURA

Por esto la **NECESIDAD de evaluar los RESIDUOS**

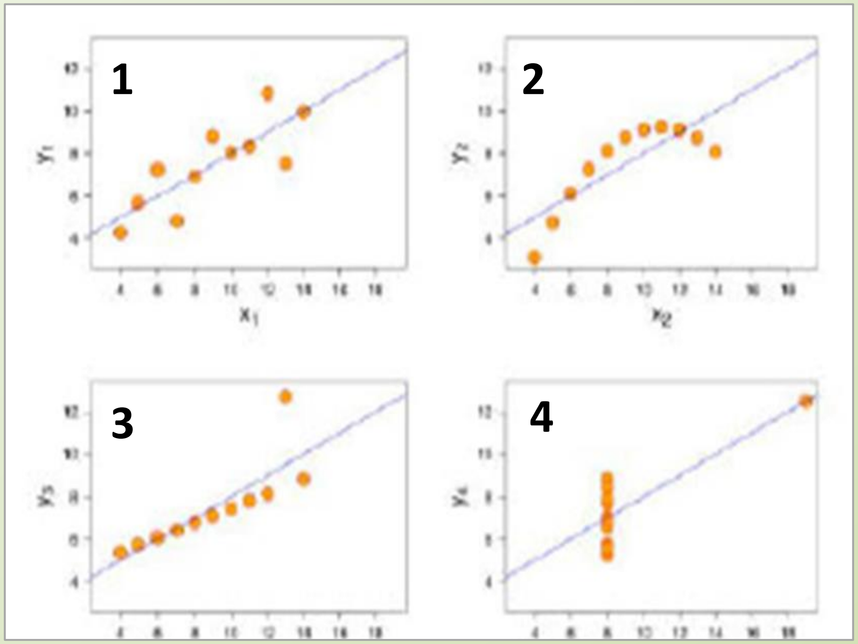
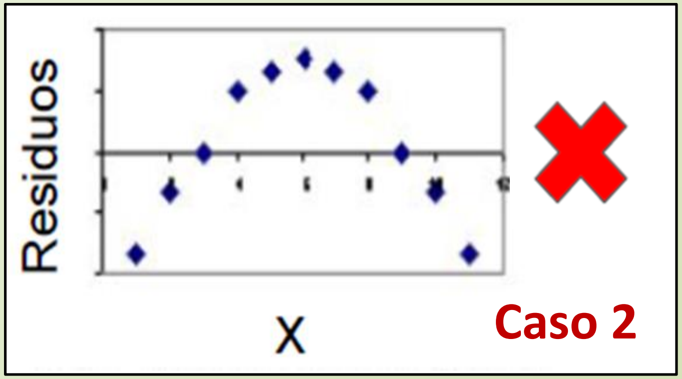
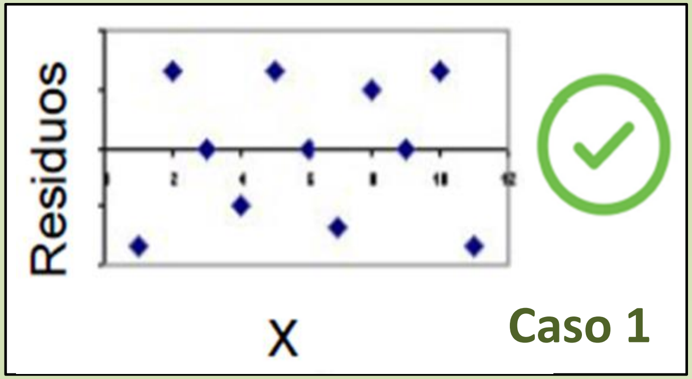


Gráfico de Residuos

En los casos 2, 3 y 4 la distribución de los datos alrededor de la recta no es normal. **Los residuos tienen estructura**





Parámetros de BONDAD

Chi cuadrado reducido (χ_v^2)

Dimensiona cuánto difieren los datos experimentales de los del modelo. Pesa fuertemente la incerteza Δy

$$\boxed{\chi^2 = \sum_{1}^{N}\left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i}\right]^2}$$

Caso lineal:

N = número de datos

2: los grado de libertad

Chi cuadrado reducido

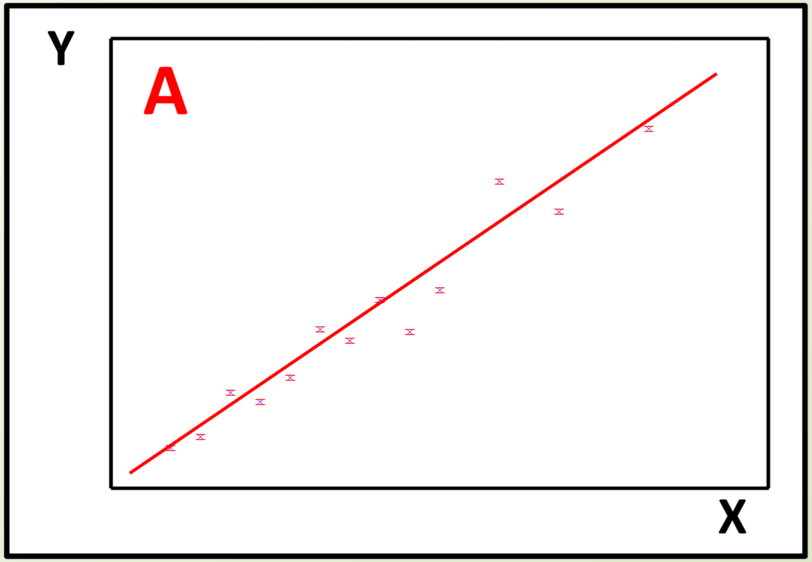
$$\Rightarrow \chi_v^2 = \frac{\chi^2}{N-2}$$

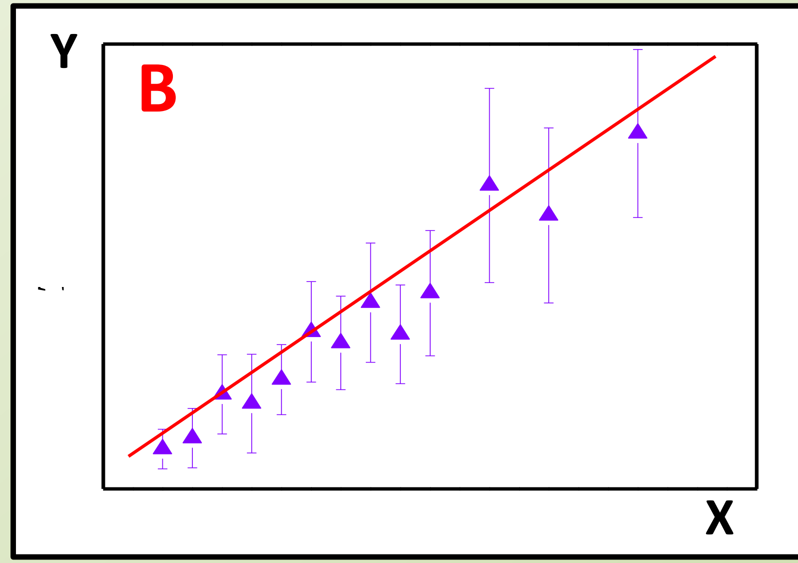
Se espera que χ_v^2

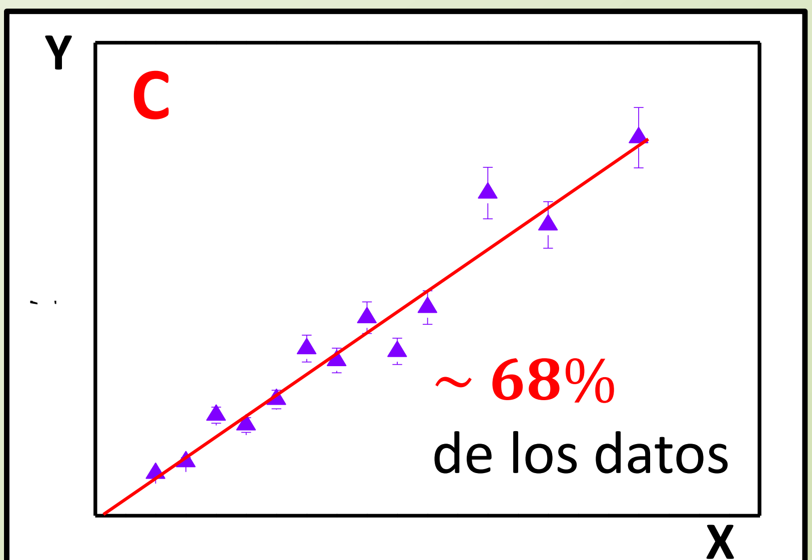
$$\begin{cases} \chi_v^2 \sim 1 \\ \chi_v^2 \ll 1 \\ \chi_v^2 \gg 1 \end{cases}$$

$$\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left[\frac{y_i - (mx_i + b)}{\Delta y_i} \right]^2$$

Dimensiona cuánto difieren los datos experimentales de los del modelo.
Pesa fuertemente la incerteza $\Delta \boldsymbol{y}$







$$\begin{cases} \chi_v^2 \sim 1 & \text{C} \\ \chi_v^2 \ll 1 & \text{B} \\ \chi_v^2 \gg 1 & \text{A} \end{cases}$$

Parámetros de BONDAD

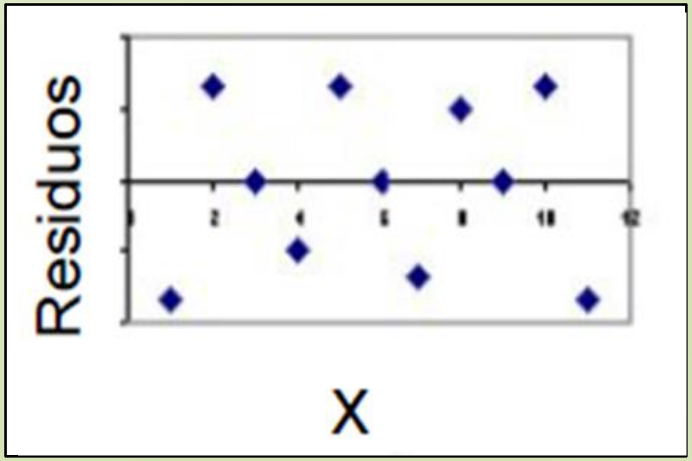
¿Qué esperamos?

Parámetros de BONDAD que nos servirán de ayuda:

Coeficiente de Correlación de Pearson r ⇨ $|r| \sim 1$

Chi-cuadrado reducido χ_v^2 ⇨ $\chi_v^2 \sim 1$

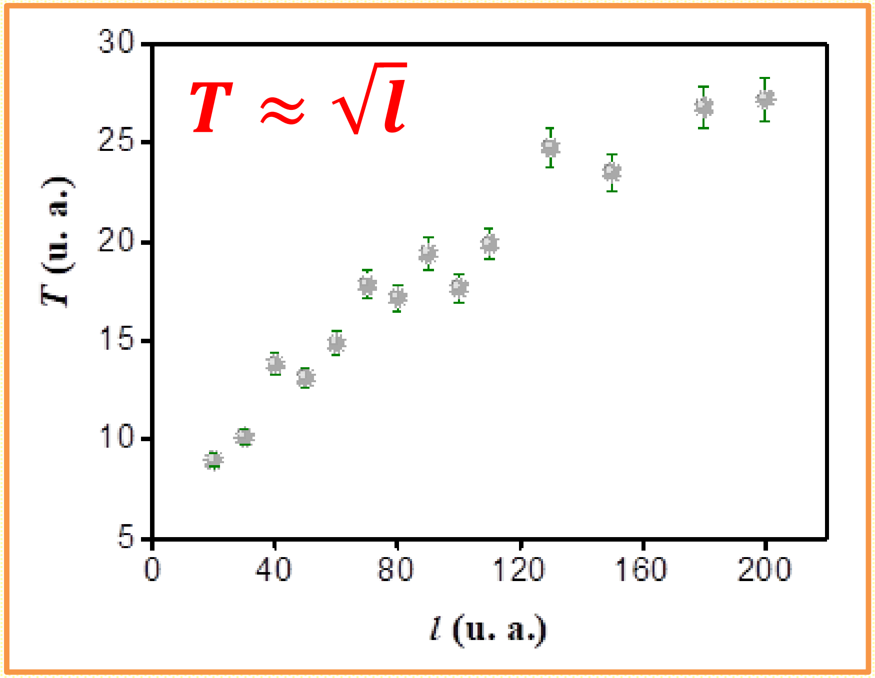
Residuos Sin ESRUCTURA ⇨



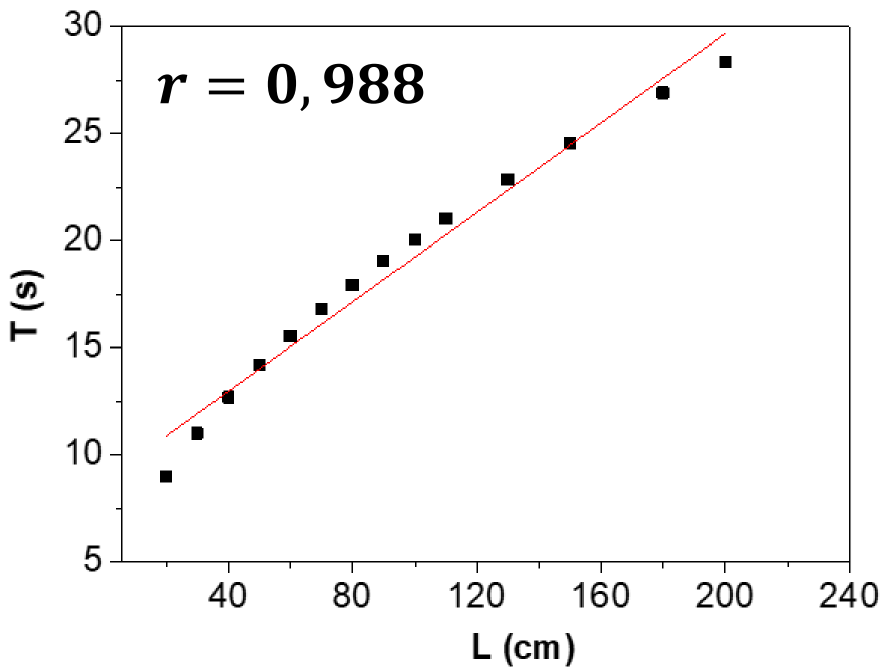
Determinar la aceleración de la gravedad g a partir de T y l de DIFERENTES Péndulos y un MODELO LINEAL DEL MÉTODO DE CUADRADOS MÍNIMOS

PERO T Y l SE RELACIONAN LINEALMENTE??

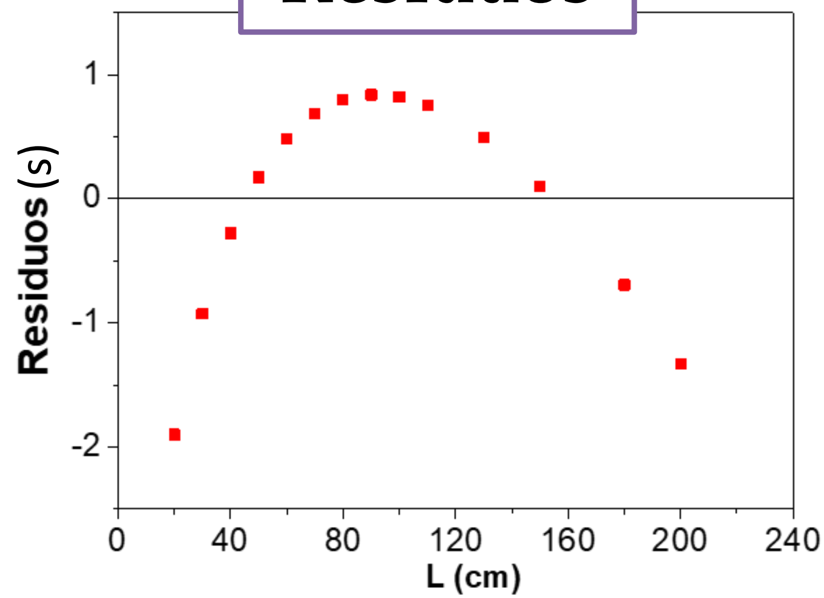
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



Está bien usar el modelo lineal en este caso?



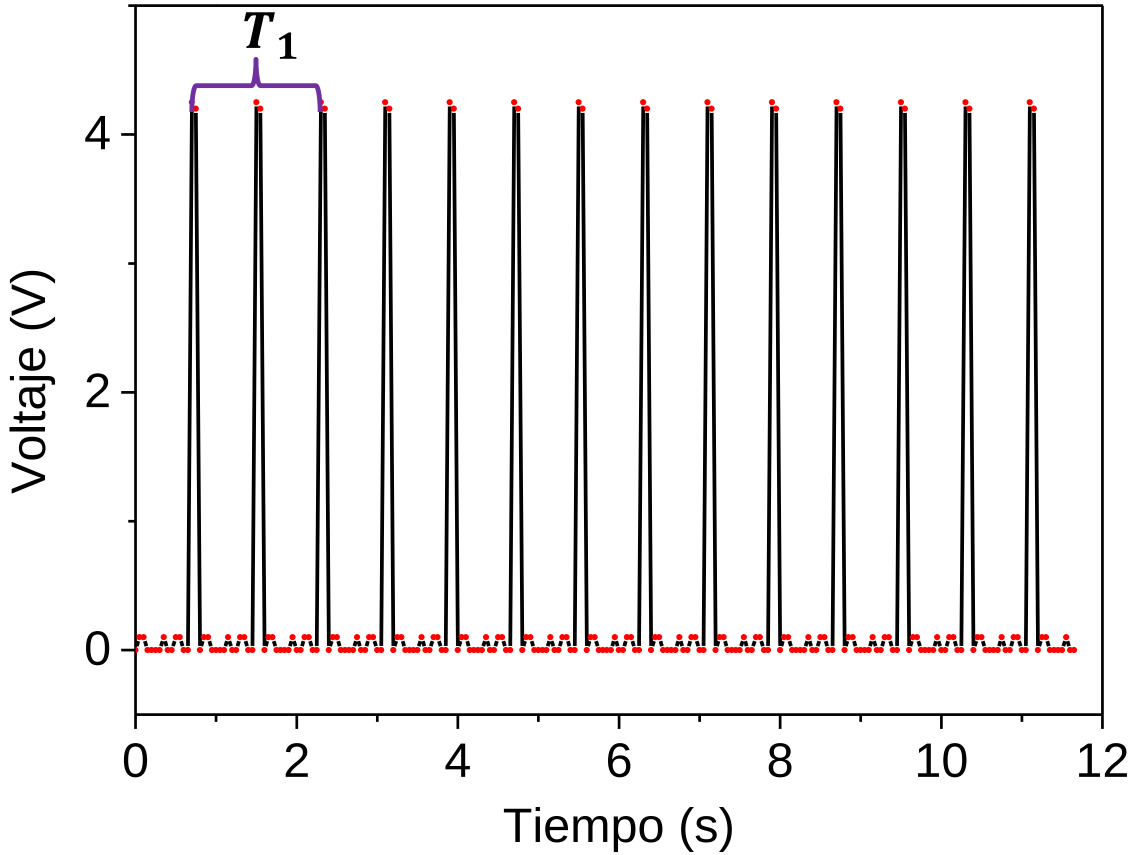
Residuos



NOOOOOO es lineal!!

AYUDA

¿Cuál es la incerteza absoluta de T?

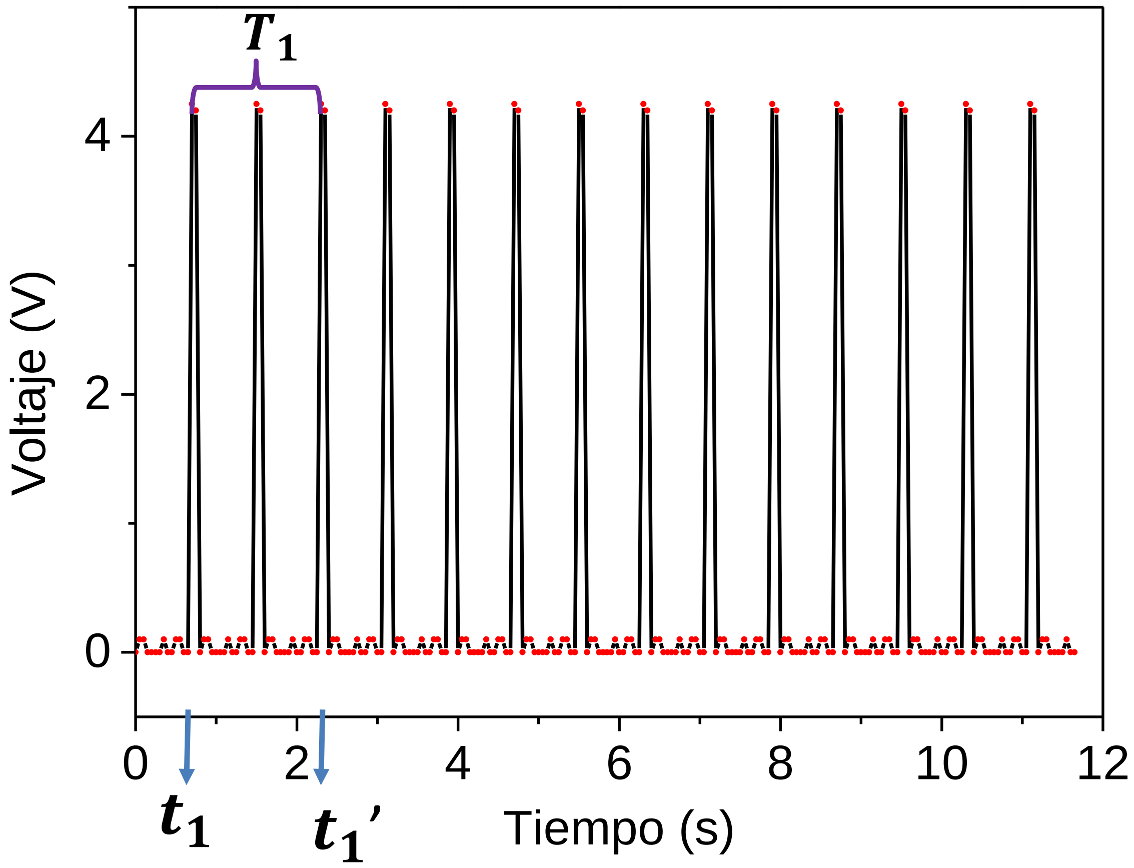


TOMAMOS N = 30 VALORES DE T

ESTADÍSTICA HIPÓTESIS TLC

CALCULO EL ERROR ESTADÍSTICO σ_e

¿Cuál es la incerteza absoluta de T?



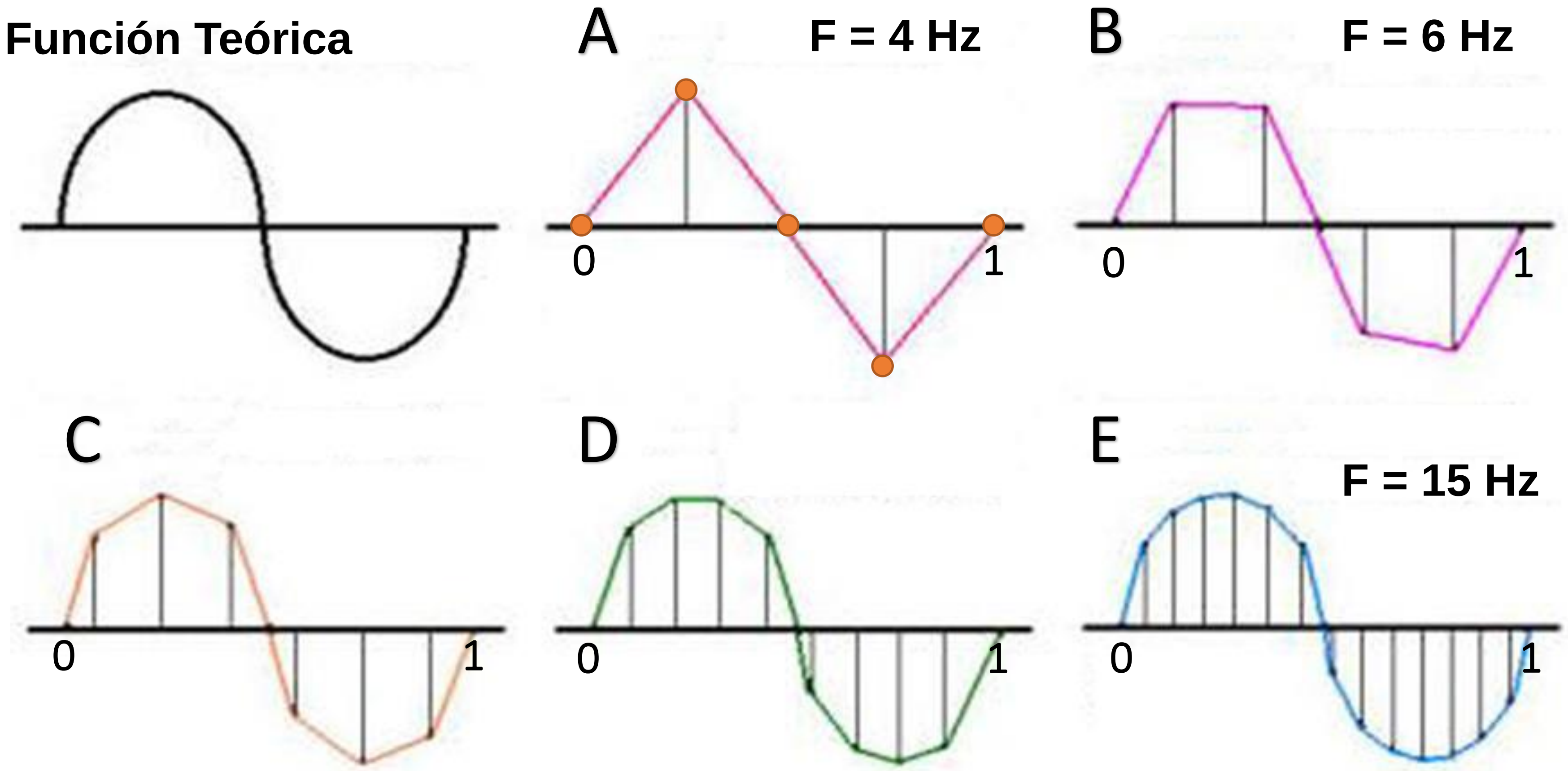
$$T_1 = t_1' - t_1$$

$$\Delta T_1 = \sqrt{\Delta t_1'^2 + \Delta t_1^2}$$

$\Delta t_1'$?? Y Δt_1??

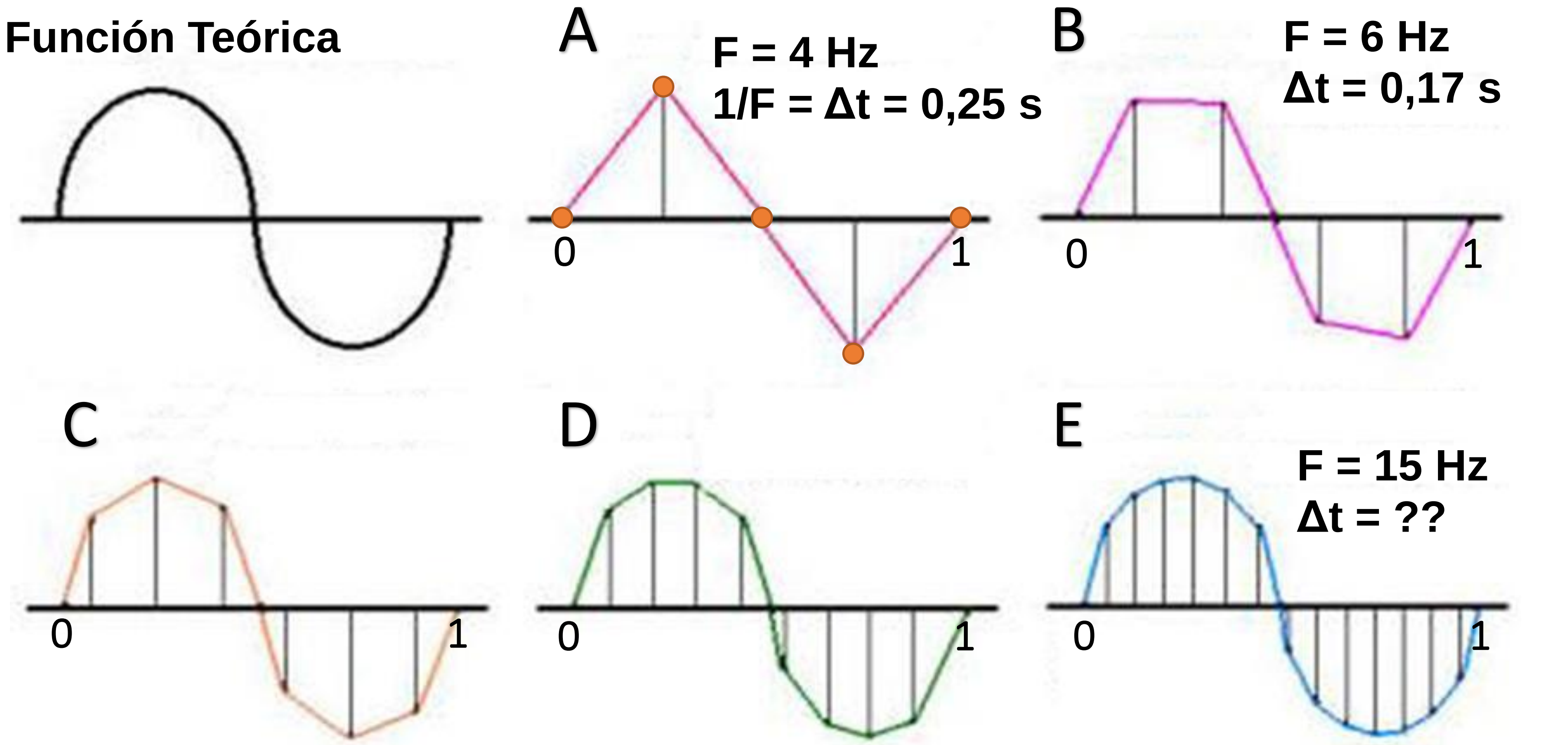
Frecuencia de Adquisición de Datos o Frecuencia de Muestreo

Es el número de muestras (datos) por unidad de tiempo.
Su unidad en el Motion DAQ 1/s o Hz



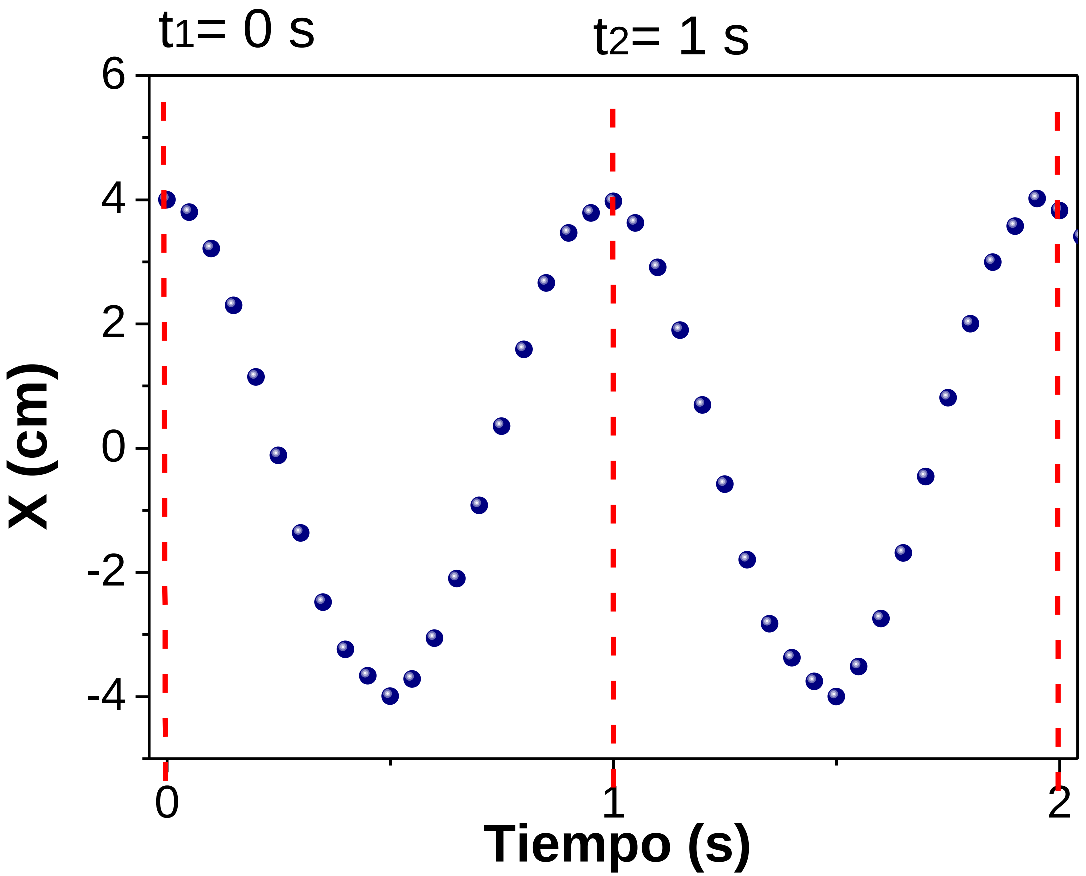
Resolución Temporal

Es la resolución en los valores del tiempo, y representa el menor paso en la escala del instrumento que puede ser observado (1/F). Su unidad en el Motion DAQ es s.



Frecuencia de Muestreo y Resolución temporal

¿Con qué frecuencia de muestreo se midió este experimento?
¿Cuál es la incerteza de cada dato?



AYUDA

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l$$

y $\qquad$ x

Pendiente $m = \bar{m} + \Delta m$

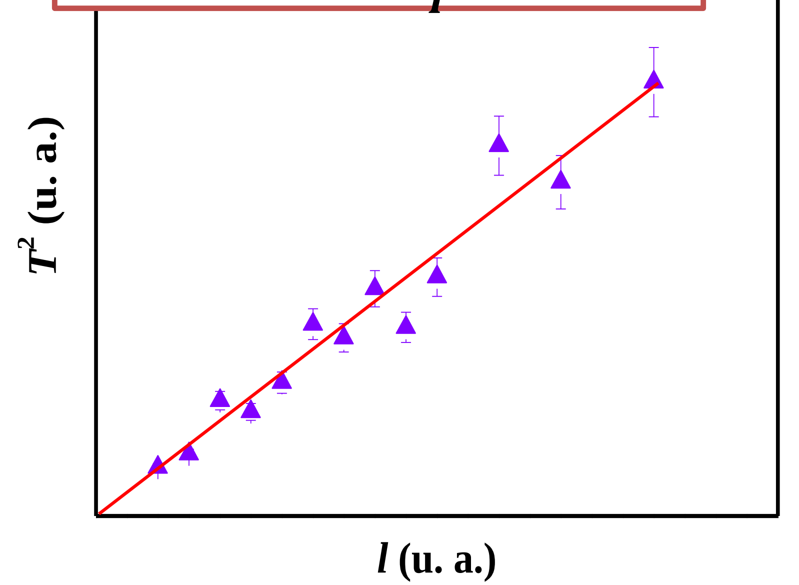
$$m = \frac{4\pi^2}{g} \longrightarrow g = \frac{4\pi^2}{m}$$

$$\boxed{\bar{g} = \frac{4\pi^2}{\bar{m}}}$$

¿ Δg?

Propago!!

Ejemplo Si $\varepsilon_{r_{T^2}} \gg \varepsilon_{r_l}$



$$\Delta g = \sqrt{\left(-\frac{4\pi^2}{m^2}\right)^2 \Delta m^2 + \left(\frac{8\pi}{m}\right)^2 \Delta\pi^2}$$

¿Puedo despreciar el término de π?

AYUDA

¿ Si $\varepsilon_{r_{T^2}} \ll \varepsilon_{r\ l}$?

SE DEBE GRAFICAR l en función de T^2

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \Rightarrow \underset{y}{l} = \frac{g}{4\pi^2} \underset{x}{T^2}$$

Pendiente $m = \bar{m} + \Delta m$

$$m = \frac{g}{4\pi^2} \longrightarrow g = 4\pi^2 m$$

¿ Δg?

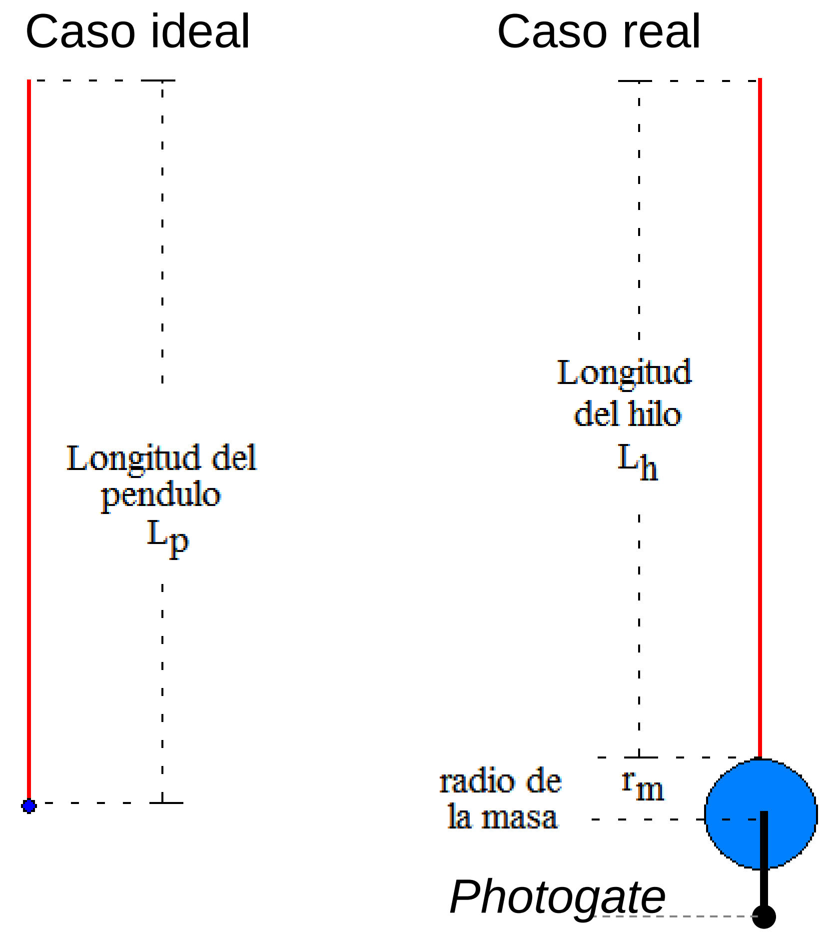
Propago!!

AYUDA

¿Qué significa una ordenada al origen significativamente distinta de cero?

$$\overset{T}{\uparrow}\!\!\!\!\!\!\overset{}{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\overset{\tilde{l}}{\overset{\uparrow}{\sqrt{l}}}$$

$$\underset{\tilde{T}}{\underset{\uparrow}{T^2}} = \frac{4\pi^2}{g}\underset{l}{\underset{\uparrow}{l}}$$



¿Cómo tomamos l y dónde mide el sensor?

AYUDA

¿Qué significa una ordenada al origen significativamente distinta de cero?

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{l}$$

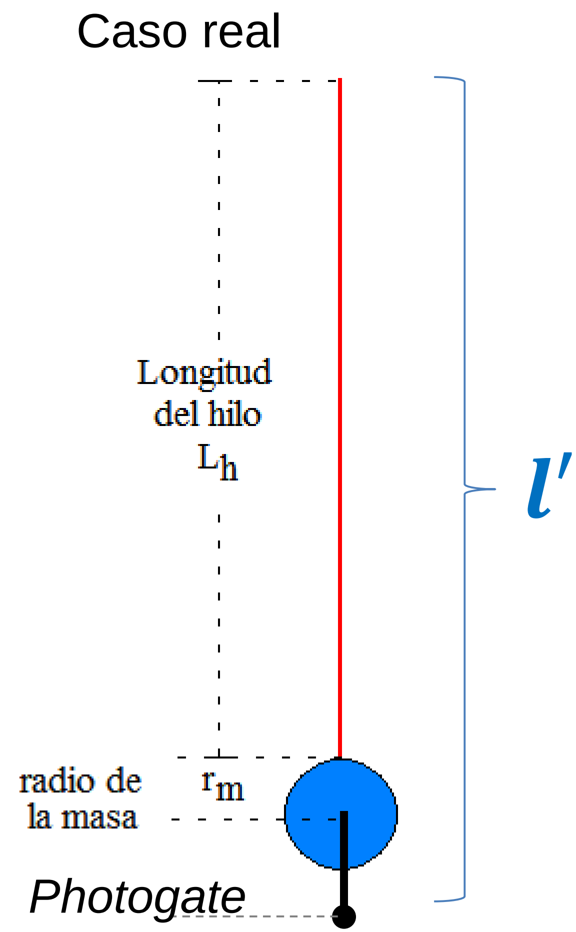
T $\qquad$ $\tilde{l}$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{l'}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\,l$$

$\tilde{T}$ $\qquad$ l

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}\,l'$$



¿Cómo tomamos l y dónde mide el sensor?

INFORME 2: INFORME EN CAMPUS

MARTES 24 DE SEPTIEMBRE HASTA LAS 12 HS DEL MEDIODÍA