



Universidad de Buenos Aires - Exactas
departamento de física

Laboratorio 1

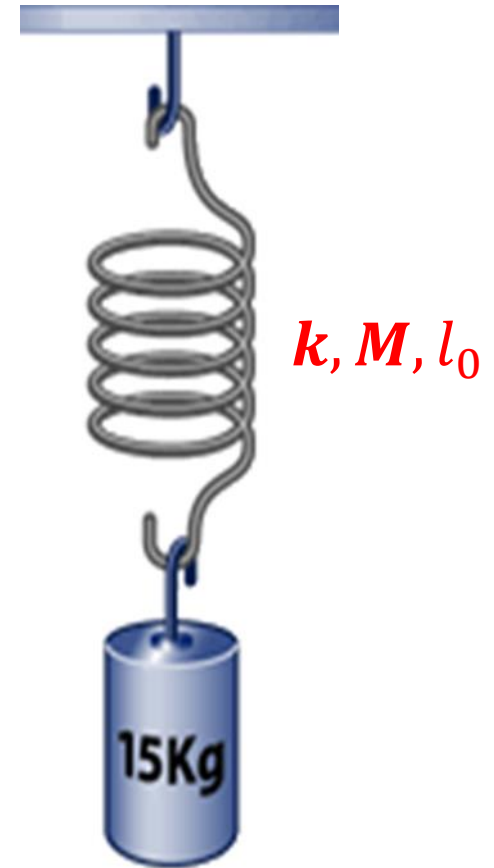
**Movimiento Oscilatorio
Armónico Simple (MAS)**

**Lucía Famá, Mónica Agüero,
Marcos Wappner, Ayelen Santos,
Franco Eskinazi, Román Schiaffino**

Objetivos de la clase de hoy

Estudiar un Movimiento Oscilatorio Armónico Simple en un sistema Resorte-Masa

Caracterizar al Resorte a partir de la determinación de su **masa, longitud inicial** y de su **constante elástica k** , empleando **diferentes métodos**.



Objetivos de la clase de hoy

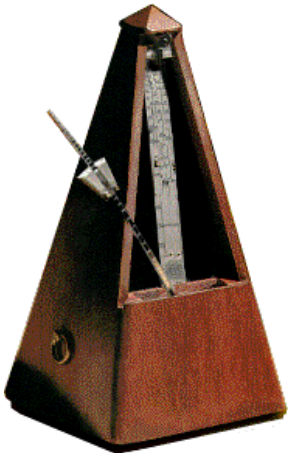
Estudiar un Movimiento Oscilatorio Armónico Simple en un sistema Resorte-Masa

Caracterizar al Resorte a partir de la determinación de su **masa, longitud inicial** y de su **constante elástica k** , empleando **diferentes métodos**.

Seguir **PENSANDO** en forma experimental!!

¿Cómo sabemos si un sistema representa Movimiento Oscilatorio Armónico Simple?

Un movimiento oscilatorio es armónico si las fuerzas aplicadas sobre un objeto son dependientes linealmente de la distancia del objeto respecto de su posición de equilibrio y opuestas a su desplazamiento

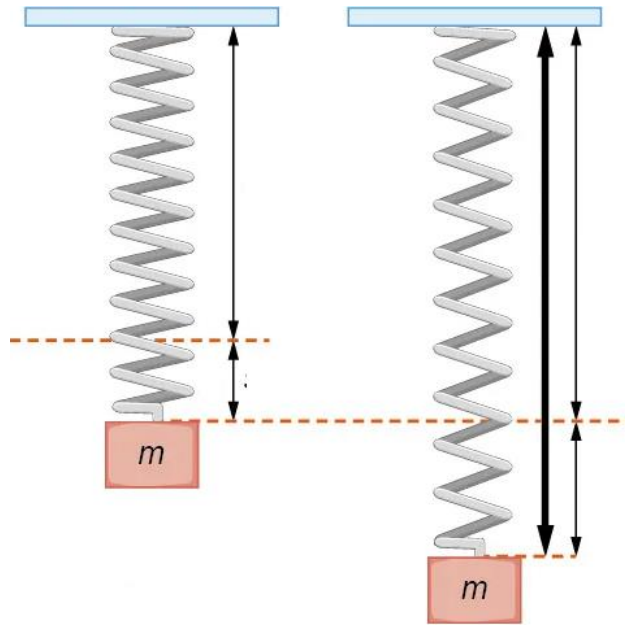


**Ondas
electromagnéticas**

**Circuitos eléctricos de
corriente alterna**

Si el objeto se mueve en el entorno de su punto de equilibrio, la resultante es de tipo restitutiva y el movimiento se denomina movimiento armónico simple (M.A.S.)

Movimiento Armónico Simple (MAS)



Hipótesis

- ✓ Movimiento Unidireccional
- ✓ Rozamiento despreciable
- ✓ Resorte ideal:
 - Elástico perfecto*
 - Sin masa

Sistema Resorte-Masa

La masa se desplaza desde la máxima compresión hasta la máxima elongación, pasando por un punto de equilibrio con una trayectoria $x(t)$.

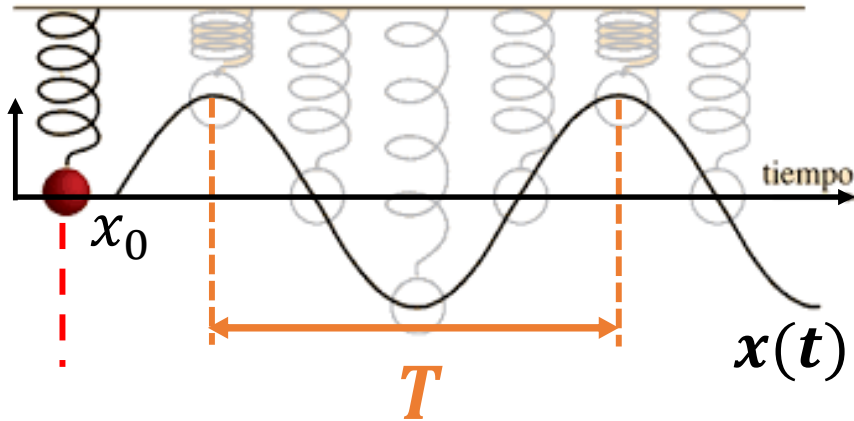
La distancia desde el punto de equilibrio hasta cualquiera de los extremos se denomina **AMPLITUD**.

El tiempo en realizar una oscilación completa es el **PERÍODO**.

La **FRECUENCIA** es el número de oscilaciones por segundo.

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo será el movimiento $x(t)$?



Hipótesis

- ✓ Movimiento Unidireccional
- ✓ Rozamiento despreciable
- ✓ Resorte ideal:
 - Elástico perfecto*
 - Sin masa

Sistema Resorte-Masa

La masa se desplaza desde la máxima compresión hasta la máxima elongación, pasando por un punto de equilibrio con una trayectoria $x(t)$.

La distancia desde el punto de equilibrio hasta cualquiera de los extremos se denomina AMPLITUD.

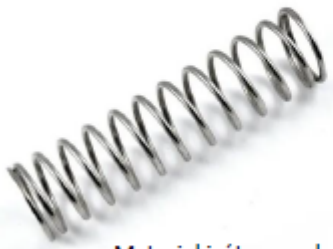
El tiempo en realizar una oscilación completa es el PERÍODO.

La FRECUENCIA es el número de oscilaciones por segundo.

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

Elementos elásticos mecánicos - Resorte helicoidal

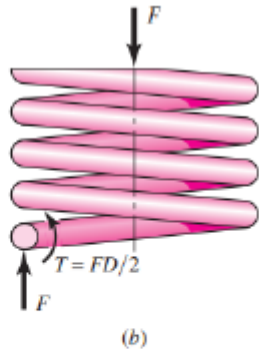
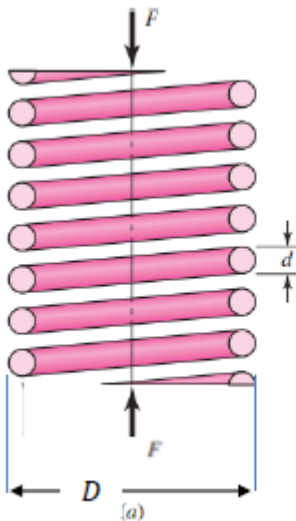
En este tipo de resorte (tal vez el más usual) la constante del resorte se relaciona con la geometría y el tipo de material como :



Material isótropo y homogéneo

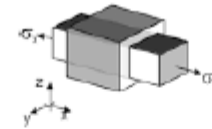
$$k = \frac{Gd^4}{8(D-d)^3N}$$

Módulo de corte del material $\rightarrow Gd^4$
 Número de espiras $\rightarrow N$
 Diámetro externo de la hélice $\rightarrow (D-d)$
 Diámetro del material $\rightarrow d$



$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Coefficiente de Poisson



$$\nu = -\frac{\epsilon_{transversal}}{\epsilon_{axial}}$$

$$k = \frac{Ed^4}{16(1+\nu)(D-d)^3N} \rightarrow k = f(\text{geometría}) \frac{E}{(1+\nu)}$$

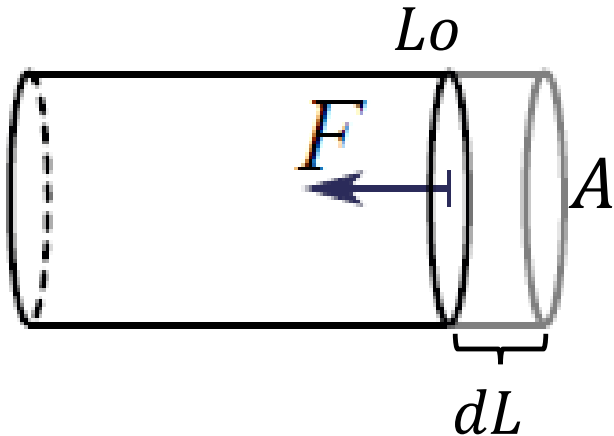
Agradecimientos a Ángel Marzoca

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

Fuerza elástica

Elasticidad: Propiedad de los materiales de recuperar su forma original luego de ser deformados por fuerzas externas.

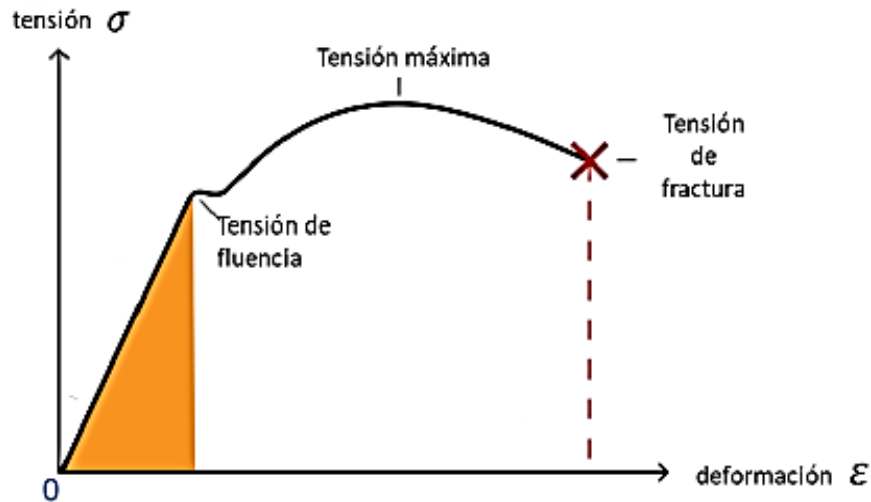


$$\frac{F}{A} = E \frac{dL}{L_0}$$

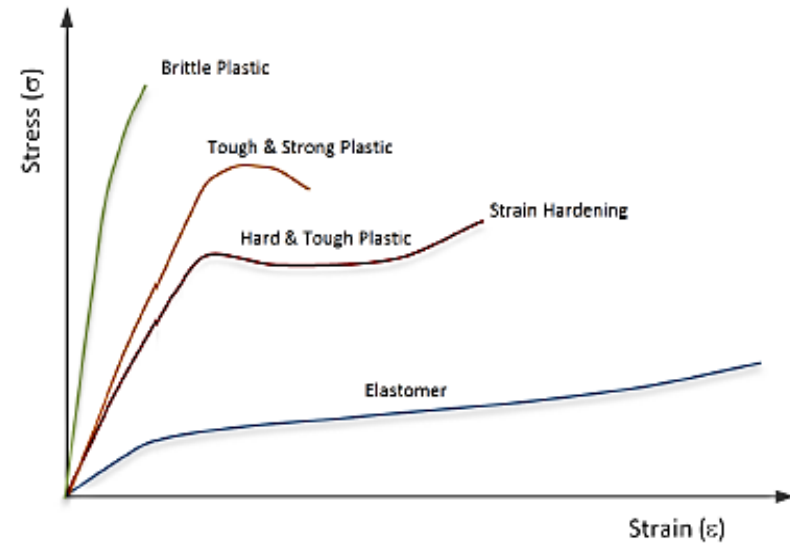
E : Módulo de Young

$$F = \frac{AE}{L_0} dL$$

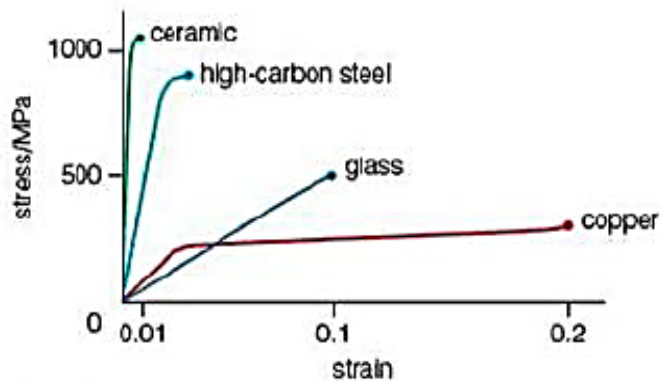
Comportamiento de los materiales frente a un esfuerzo



Metales/aleaciones



Polímeros



Comparación con cerámicos

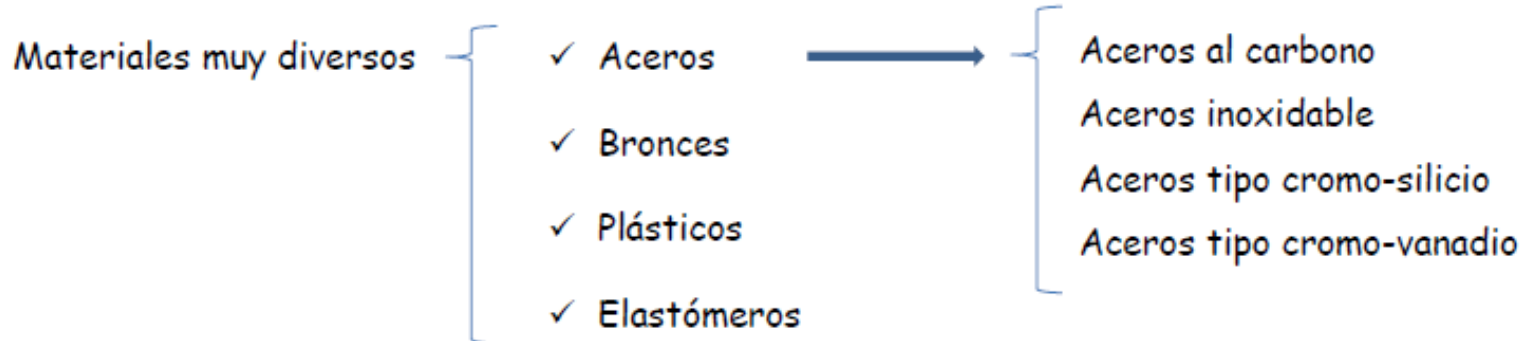
Agradecimientos a Ángel Marzoca

Comportamiento de los materiales frente a un esfuerzo

¿ Qué es un resorte ?

Es un **elemento elástico** capaz de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesan las fuerzas o la tensión a las que es sometido.

Se fabrican con una gran diversidad de formas y dimensiones.

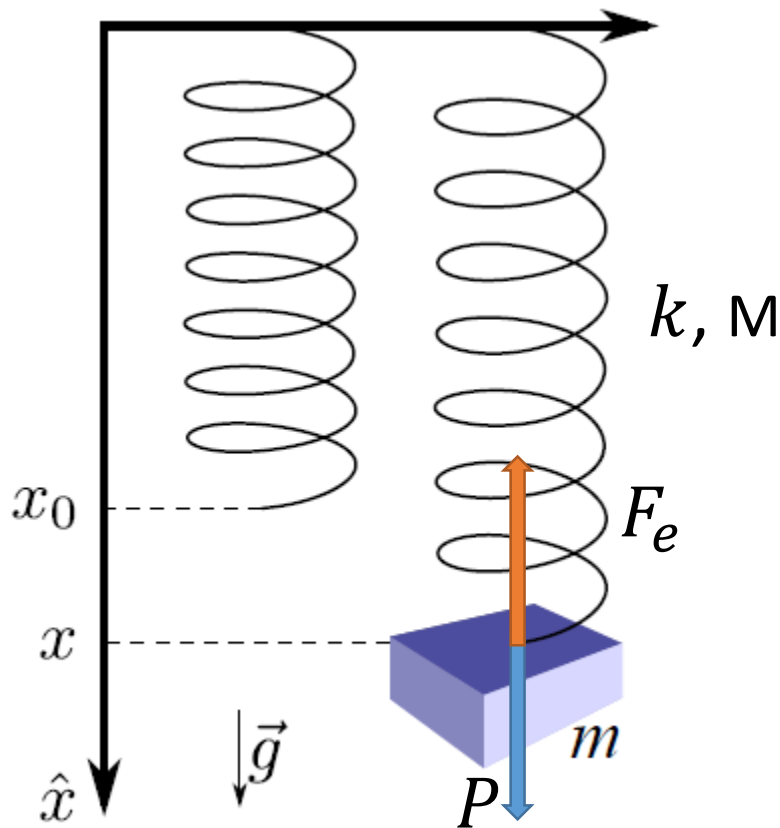


Agradecimientos a Ángel Marzoca

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

2^{da} Ley de Newton



$$\begin{cases} \hat{x}: P - F_e = m\ddot{x} & (1) \\ \hat{y}: \ddot{y} = 0 \end{cases}$$

$$F_e = k(x - x_0) \quad (2)$$

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0) \quad (3)$$

En el Equilibrio

$$\ddot{x} = 0$$

$$mg = k(x - x_0) \quad (4)$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

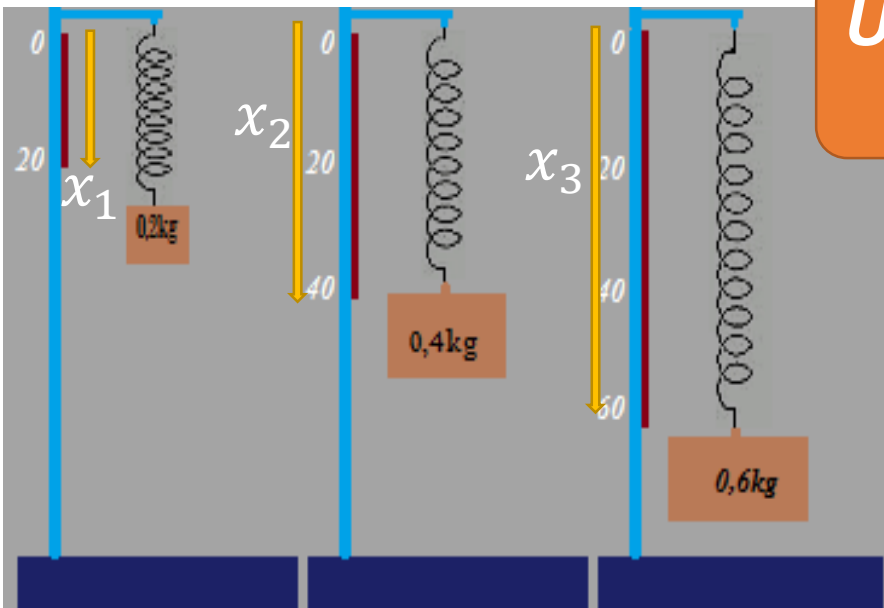
¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

En el Equilibrio

$$\ddot{x} = 0$$

$$mg = k(x - x_0) \quad (4)$$

*Usar 1 masa NO es confiable,
No es representativo*



$$mg = kx - kx_0 \quad (5)$$

Diferentes valores de m darán
diferentes valores de x

$$Y = aX + b$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?



Antes de empezar, fíjense que conviene...

- 1- Calibrar y probar la calibración del sensor de Fuerzas. Para ello, usen alrededor de 5 puntos a lo largo del rango de trabajo. Hagan la prueba en 3 puntos dentro del rango de trabajo.
- 2- Armar el experimento inicialmente con el sensor calibrado y probado aunque en la Actividad 1 no se necesite.
- 3- Esto es porque se puede hacer por cada masa colocada ambas a actividades.

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

Actividad 1: Método Estático

- ✓ Medir la masa M y la longitud inicial del resorte
- ✓ Obtener el valor de k en el **CASO ESTÁTICO**:
 - Para distintos valores de m (**7 masas diferentes entre 0-800 g**) medir el estiramiento x del sistema.
 - Realizar el grafico adecuado y emplear un modelo lineal para obtener k

$$mg = kx - kx_0 \quad (5)$$

$$Y = aX + b$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

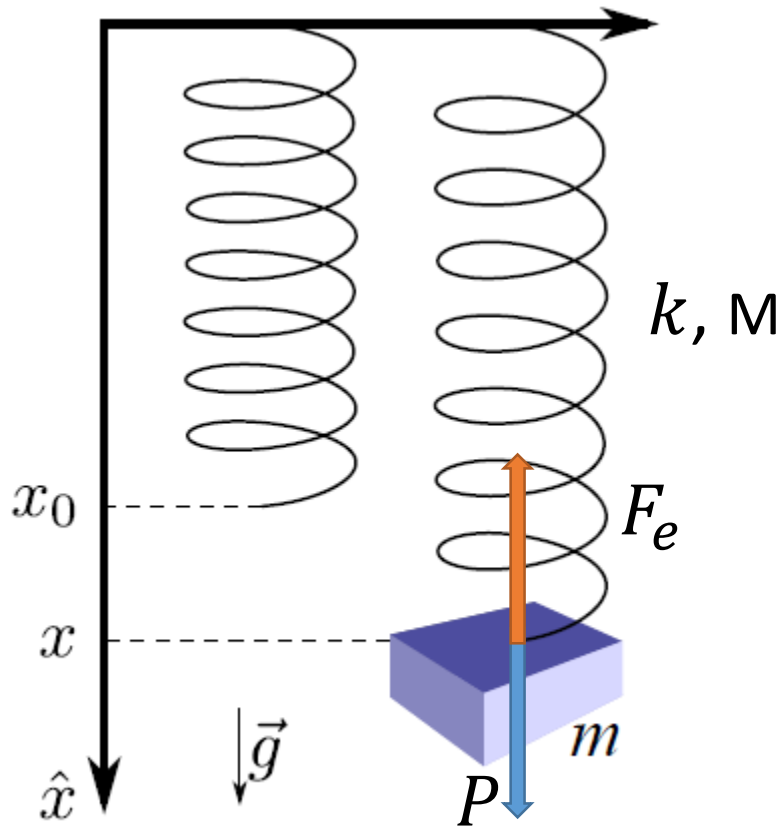
Actividad 2: Método Dinámico

- ✓ Obtener el valor de k en el **CASO DINÁMICO**:

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

2^{da} Ley de Newton



Fuera del Equilibrio

$$\ddot{x} \neq 0$$

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0) \quad (3)$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = C \quad \text{Solución de la ecuación de diferencias de 2^{do} orden:}$$

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) + C \quad (6)$$

A : Amplitud

ϕ : Fase

ω : Velocidad angular

T : Período

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

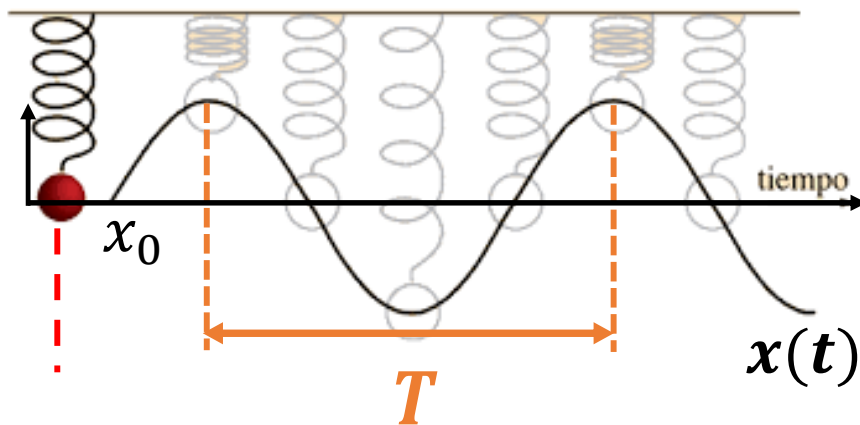
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (8)$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

Actividad 2: Método Dinámico

✓ Obtener el valor de k en el **CASO DINÁMICO**:



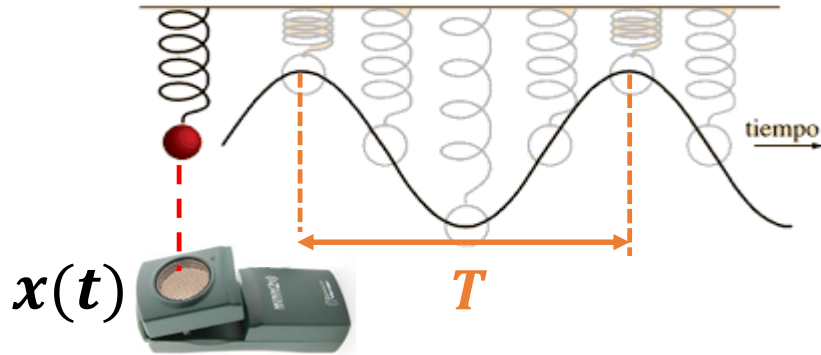
$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7) \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{w_0} \quad (8)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (9)$$

*Cambio de variables
Empleo de un modelo lineal
del método de cuadrados mínimos*

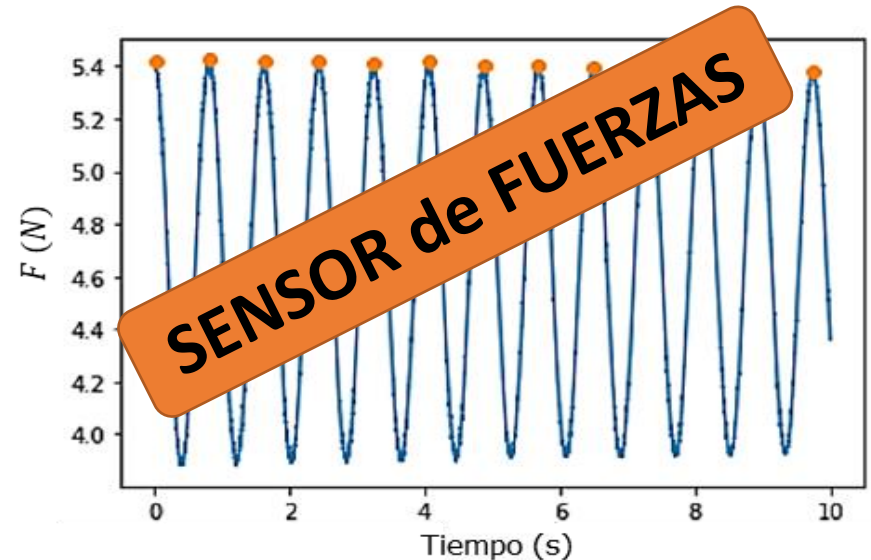
Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?



$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) + C$$

$$F(t) = A' \cos(\omega_0 t + \phi) + D$$



¿Cómo calculamos T ?

Usando al menos 10 valores de T

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?

Actividad 2: Método Dinámico

- ✓ Obtener el valor de k en el **CASO DINÁMICO**:
 - Para **7 masas (m)** diferentes entre 0-800 g, obtener las curvas **$F(t)$ con el sensor de fuerzas** (con 10 períodos por curva).
 - Calcular el período T de cada sistema **usando 10 períodos** de las Figuras $F(t)$.
 - Realizar el gráfico adecuado y emplear un modelo lineal para obtener k (pueden practicar también haciendo uno no lineal!!).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M_{ef}}{k}}$$

Sólo en el caso Dinámico:

$$\Rightarrow M_{ef} = \frac{M}{3} + m$$

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?



Detalles técnicos

Mide en un rango de 0,01 a 50 N.

Tiene dos rangos de fuerza:

- ±10 N con una resolución de 0,01 N.
- ± 50 N con resolución de 0,05 N.

¿En qué rango esperan trabajar?

1 Kg \longrightarrow 9,8N

Movimiento Armónico Simple (MAS)

¿Cómo obtenemos la constante de elasticidad de un resorte k ?



Calibración

Si bien el sensor viene con una calibración de fábrica es recomendable volver a calibrar.

La curva de calibración va a tener la forma:

$$\text{Fuerza} = K0 + K1 * \text{Voltaje}$$

**Cuelguen las masas para calibrar
con un hilo, NO con el resorte**

Masa efectiva y deducción por si les interesa

La **masa efectiva del resorte** de longitud L y constante k se puede determinar encontrando su energía cinética T . Esto requiere agregar la energía cinética de todos los elementos de masa.

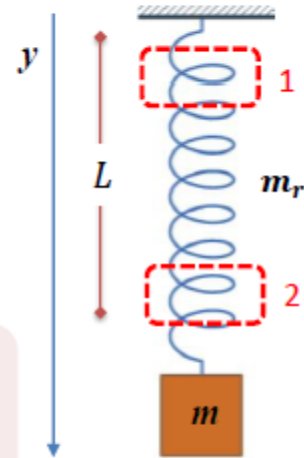
El diferencial de masa $dm_r \rightarrow dm_r = \left(\frac{dy}{L}\right) m_r$

$$T = \int_{m_r} \frac{1}{2} u^2 dm_r \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} T = \int_0^L \frac{1}{2} u^2 \left(\frac{dy}{L}\right) m_r \\ T = \frac{1}{2} \frac{m_r}{L} \int_0^L u^2 dy \quad (*) \end{array}$$

La velocidad de cada elemento de masa dm del resorte *es directamente proporcional a la longitud desde el lugar donde esta sujeto*.

$$u = \frac{vy}{L} \quad (**)$$

Hay menor velocidad más cerca del soporte (1) y mayor velocidad a medida que ese aleja de esa posición (2)



Reemplazando (**) en (*)

$$T = \frac{1}{2} \frac{m_r}{L} \int_0^L \left(\frac{vy}{L}\right)^2 dy = \frac{1}{2} \frac{m_r}{L^3} v^2 \int_0^L y^2 dy$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{m_r}{L^3} v^2 \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^L$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{m_r}{3} v^2$$

$$\omega_o^2 = \frac{k}{m + (m_r/3)}$$