# Introducción a la Física Experimental
# Medición de una Magnitud Física
# Incertidumbres

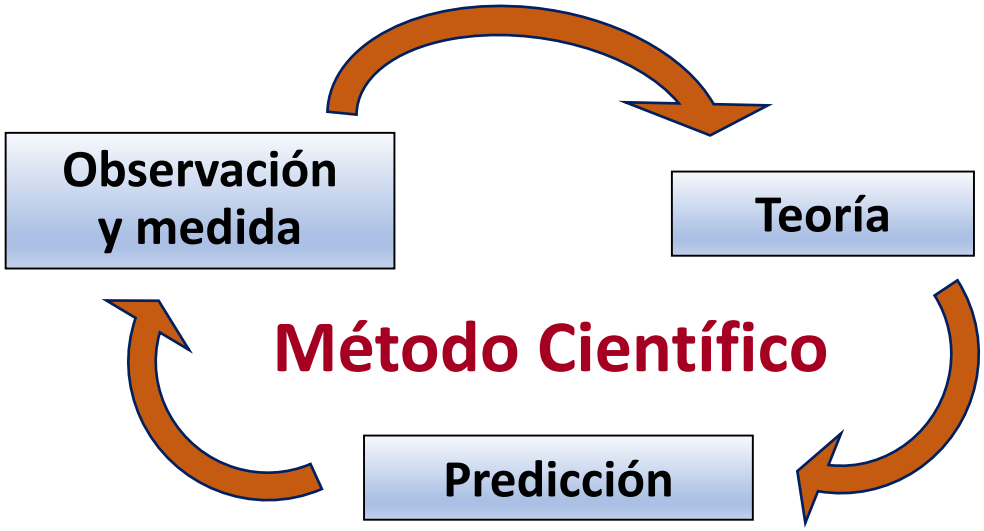
**Laboratorio 1 – 2do. Cuatrimestre de 2020**

**Lucía Famá - Joaquín Sacanell**
**Mauro Silberberg - Pedro Schmied**

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

# El gusto/necesidad de medir

**Modelo (teoría)** ⟷ **Experimento (observación)**




Gentileza Dres. Acha y Levy.

# Consideraciones a tener en cuenta

**Magnitud Física (MF):** Atributo de un cuerpo, fenómeno o sustancia que puede ser cuantificada (ej. masa, longitud, velocidad …)

**Medir** es comparar la cantidad de la MF que se desea obtener con una unidad de la misma magnitud (**patrón**)

## Para llevar a cabo una medición

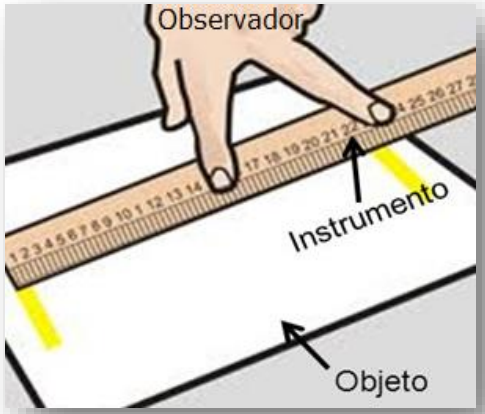
→ Objeto/Fenómeno

→ Observador

→ Instrumento

→ Método

→ Definir un Sistema de Unidades




**Sistema Internacional de Unidades (SI)**

# El Sistema Internacional de Unidades

INTI Instituto Nacional de Tecnología Industrial

Ministerio de Producción y Trabajo Presidencia de la Nación

En noviembre de 2018 se aprobó la mayor revisión del ***Sistema Internacional de Unidades (SI)*** desde su creación (1960). El principal cambio es que a partir de ahora todas las unidades se definen en base a constantes de referencia, como la velocidad de la luz para el metro y la constante de Planck para el kilogramo. La revisión entrará en vigencia el 20 de mayo de 2019.

## La candela

La **candela**, cuyo símbolo es cd, es la unidad de intensidad luminosa del SI en una dirección dada. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la eficacia luminosa de una radiación monocromática de frecuencia 540 x $10^{12}$ Hz, $K_{cd}$, igual a 683 cuando se expresada en las unidades lm/W, que son equivalentes a cd·sr/W, o cd·sr·$s^3$/$m^2$·kg, donde el kilogramo, el metro y el segundo son definidos en términos de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$.

**Magnitud de base:** intensidad luminosa ($I_v$)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DE LA CANDELA | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Flujo luminoso | lumen (lm) | cd·sr=cd·$m^2$/$m^2$=cd |
| Iluminancia | lux (lx) | lm/$m^2$=cd·sr/$m^2$ |

## El mol

El **mol**, cuyo símbolo es mol, es la unidad de cantidad de sustancia (o materia) del SI. Un mol contiene exactamente 6,022 140 76 x $10^{23}$ unidades elementales. Este número es el valor numérico fijo de la constante de Avogadro, $N_A$, cuando se expresada en unidades de $mol^{-1}$ se llamada el número de Avogadro.
La cantidad de sustancia, símbolo n, es un sistema es una medida del número de entidades elementales específicadas. Una entidad elemental puede ser un átomo, una molécula, un ion, un electrón, o cualquier otra partícula o grupo específico de partículas.

**Magnitud de base:** cantidad de sustancia (n)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL MOL | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Concentración | mol por metro cúbico | $m^{-3}$·mol |
| Actividad catalítica | katal (kat) | $s^{-1}$·mol |

## El kelvin

El **kelvin**, cuyo símbolo es K, es la unidad de temperatura termodinámica del SI. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la constante de Boltzmann, k, igual a 1,380 649 x $10^{-23}$ cuando es expresada en unidades de J/K, que es igual a kg·$m^2$·$s^{-2}$·$K^{-1}$, donde el kilogramo, el metro y el segundo son definidos en términos de h, c y $\Delta\nu_{Cs}$.

**Magnitud de base:** temperatura termodinámica (T)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL KELVIN | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Temperatura Celsius (t/°C) | grados Celsius (°C) | T/K – 273,15 |
| Conductividad térmica | watt por metro kelvin | m·kg·$s^{-3}$·$K^{-1}$ |
| Resistencia térmica superficial | metro cuadrado kelvin por watt | $kg^{-1}$·$s^3$·K |
| Capacidad térmica | joule por kelvin | $m^2$·kg·$s^{-2}$·$K^{-1}$ |

## El kilogramo

El **kilogramo**, cuyo símbolo es kg, es la unidad de masa del SI. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la constante de Planck, h, igual a 6,626 070 15 x $10^{-34}$ cuando es expresada en unidades de J/s, que es igual a kg·$m^2$·$s^{-1}$, donde el metro y el segundo son definidos en términos de c y $\Delta\nu_{Cs}$.

**Magnitud de base:** masa (m)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL KILOGRAMO | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Fuerza | newton (N) | m·kg·$s^{-2}$ |
| Presión | pascal (Pa) | $m^{-1}$·kg·$s^{-2}$ |
| Energía | joule (J) | $m^2$·kg·$s^{-2}$ |
| Potencia | watt (W) | $m^2$·kg·$s^{-3}$ |

## El metro

El **metro**, cuyo símbolo es m, es la unidad de longitud del SI. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la velocidad de la luz en el vacío, c, igual a 299 792 458 cuando es expresada en unidades de m/s, donde el segundo es definido en términos de la frecuencia del cesio $\Delta\nu_{Cs}$.

**Magnitud de base:** longitud (l, x, r, etc)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL METRO | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Área, superficie | metro cuadrado | $m^2$ |
| Volumen | metro cúbico | $m^3$ |
| Ángulo plano | radián (rad) | m/m=$m^0$ |
| Ángulo sólido | estereorradián (sr) | $m^2$/$m^2$ |

## El segundo

El **segundo**, cuyo símbolo es s, es la unidad de tiempo del SI. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la frecuencia de cesio, $\Delta\nu_{Cs}$, la frecuencia de la transición entre niveles hiperfinos del estado fundamental no perturbado del átomo de cesio 133, igual a 9 192 631 770 cuando es expresada en unidades de Hz, que es igual a $s^{-1}$.

**Magnitud de base:** tiempo (t)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL SEGUNDO | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Frecuencia | hertz (Hz) | $s^{-1}$ |
| Actividad de un radionuclido | becquerel (Bq) | $s^{-1}$ |
| Dosis equivalente | sievert (Sv) | $m^2$/$s^2$ |

## El ampere

El **ampere**, cuyo símbolo es A, es la unidad de corriente eléctrica del SI. Se la define estableciendo el valor numérico fijo de la carga elemental e, igual a 1,602 176 634 x $10^{-19}$ cuando es expresada en unidades de A·s, donde el segundo es definido en términos de $\Delta\nu_{Cs}$.

**Magnitud de base:** intensidad de corriente eléctrica (I, i)

| ALGUNAS UNIDADES DERIVADAS DEL AMPERE | | |
|---|---|---|
| Magnitud | Unidad | Expresión en unidades de base |
| Carga eléctrica | coulomb (C) | A·s |
| Tensión eléctrica | volt (V) | m·kg·$s^{-3}$·$A^{-1}$ |
| Resistencia, impedancia | ohm (Ω) | $m^2$·kg·$s^{-3}$·$A^{-2}$ |
| Capacidad eléctrica | farad (F) | $m^{-2}$·$kg^{-1}$·$s^4$·$A^2$ |
| Inductancia | henry (H) | m·kg·$s^{-2}$·$A^{-2}$ |
| Densidad de flujo magnético | tesla (T) | kg·$s^{-2}$·$A^{-1}$ |

+ *INFO:* www.inti.gob.ar/SI

https://www.nist.gov/pml/weights-and-measures/metric-si/si-units

| PREFIJOS DEL SI | | | |
|---|---|---|---|
| **Prefijo** | **Símbolo** | **Factor** | **Equivalencia decimal** |
| yotta | Y | $10^{24}$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 |
| zetta | Z | $10^{21}$ | 1 000 000 000 000 000 000 000 |
| exa | E | $10^{18}$ | 1 000 000 000 000 000 000 |
| peta | P | $10^{15}$ | 1 000 000 000 000 000 |
| tera | T | $10^{12}$ | 1 000 000 000 000 |
| giga | G | $10^{9}$ | 1 000 000 000 |
| mega | M | $10^{6}$ | 1 000 000 |
| kilo | k | $10^{3}$ | 1 000 |
| hecto | h | $10^{2}$ | 100 |
| deca | da | $10^{1}$ | 10 |
| sin prefijo | | 1 | 1 |
| deci | d | $10^{-1}$ | 0.1 |
| centi | c | $10^{-2}$ | 0.01 |
| mili | m | $10^{-3}$ | 0.001 |
| micro | µ | $10^{-6}$ | 0.000 001 |
| nano | n | $10^{-9}$ | 0.000 000 001 |
| pico | p | $10^{-12}$ | 0.000 000 000 001 |
| femto | f | $10^{-15}$ | 0.000 000 000 000 001 |
| atto | a | $10^{-18}$ | 0.000 000 000 000 000 001 |
| zepto | z | $10^{-21}$ | 0.000 000 000 000 000 000 001 |
| yocto | y | $10^{-24}$ | 0.000 000 000 000 000 000 000 001 |

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

# Vamos a medir!

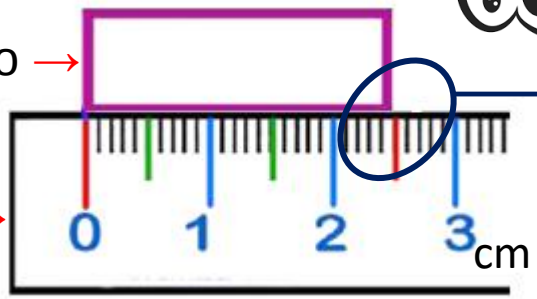
→ Objeto
→ Observador
→ Instrumento
→ Método
→ Unidades

## ¿Cuánto mide el largo del objeto?

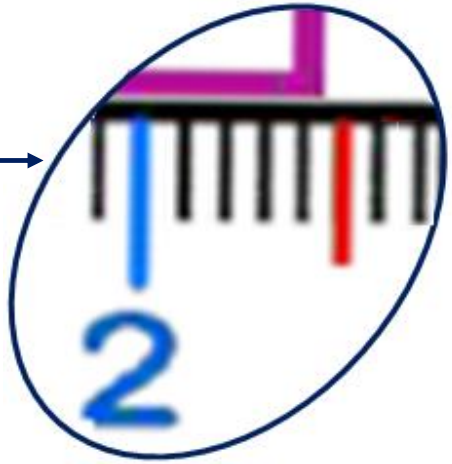
Método

Objeto →

Instrumento →

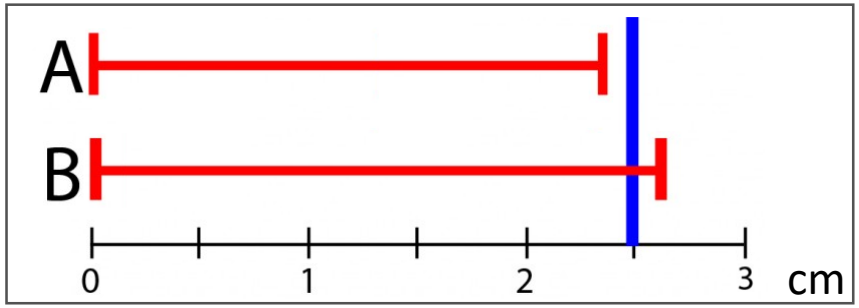


→ Observador




**¿2,4 cm? ¿2,5 cm?**

## ¿Y en este caso?

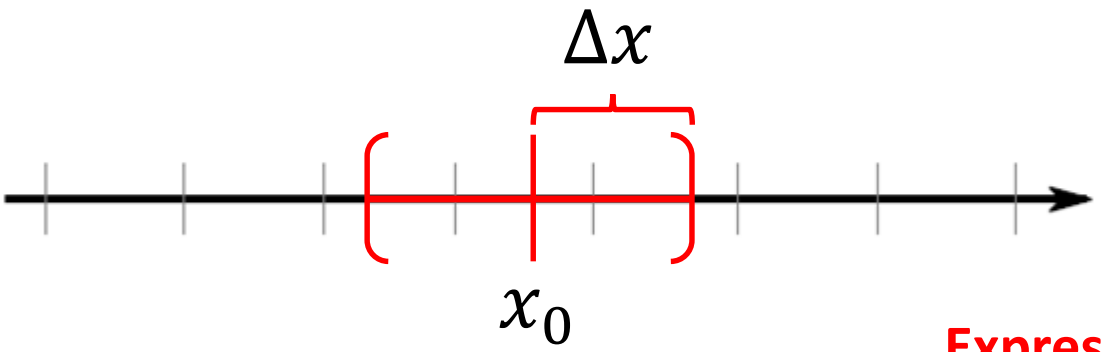



El resultado de una medición depende de múltiples causas

**Incertidumbre**

# ¿Cómo expresamos el resultado de una medición?

El **resultado de MF** será un **intervalo de confianza**




¿$x_0$? ¿$\Delta x$?

**Intervalo de Confianza**

$$x_0 - \Delta x \leq x \leq x_0 + \Delta x$$

$$[x_0 - \Delta x\,, x_0 + \Delta x]$$

**Expresión del Resultado**

$$\boxed{x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.}$$

$x_0$ → Valor más representativo ($\bar{x}$)

$\Delta x$ → Incerteza Absoluta
Error Absoluto

# CLASES DE MEDICIONES

## Directas

La medida deseada se obtiene de la lectura del instrumento

Ej.: tiempo utilizando un cronómetro.

## Indirectas

La medida deseada se obtiene a partir de un proceso matemático sobre otras medidas

Ej.: superficie de un cuerpo a partir de la medida de sus lados.

# MEDICIONES DIRECTAS

## Directas

La medida deseada se obtiene de la lectura del instrumento

Ej.: tiempo utilizando un cronómetro.

## Incertidumbres: Clasificación

**Errores según su ORÍGEN**

*Introducidos por el instrumento

*Error de interacción

*Error por definición

**Errores según su CARÁCTER**

*Errores sistemáticos

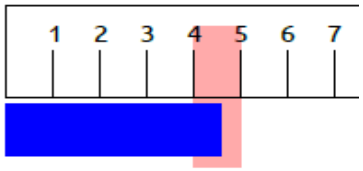
*Errores estadísticos

*Errores Ilegítimos o Espurios

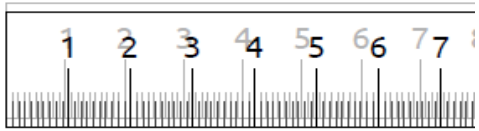
# Errores según su ORÍGEN

## *I. Errores introducidos por el INSTRUMENTO*

→ **Error de Apreciación ($\sigma_{ap}$):** mínima división que puede resolver el observador




→ **Error de Exactitud ($\sigma_{ex}$):** asociado con el error de calibración del instrumento



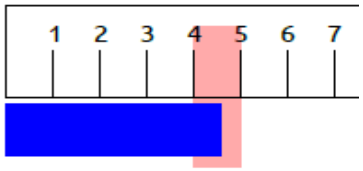

Incertidumbre Instrumental

$$\Delta X = (X_{max} - X_{min})/2$$

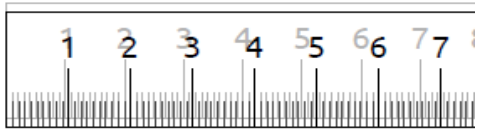
# Errores según su ORÍGEN

## *I. Errores introducidos por el INSTRUMENTO*

→ **Error de Apreciación ($\sigma_{ap}$):** mínima división que puede resolver el observador




→ **Error de Exactitud ($\sigma_{ex}$):** asociado con el error de calibración del instrumento

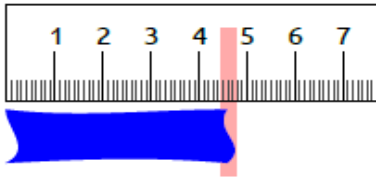



## *II. Error de interacción ($\sigma_{int}$)*

Proviene de la interacción del método con el objeto a medir

## *III. Error por definición ($\sigma_{def}$)*

Asociado con la falta de definición del objeto




**Error NOMINAL ($\sigma_N$)**

$$\sigma_N^2 = \sigma_{Ap}^2 + \sigma_{ex}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{def}^2$$

# Errores según su CARÁCTER

**Errores Sistemáticos**

- ✓ Constante a lo largo de todo el proceso de medida
- ✓ Afecta a todas las medidas de un modo definido
- ✓ Aporta en un mismo sentido (mismo signo)

Ej.: error de calibrado del instrumentos; errores de paralaje o problemas visuales del observador; mala elección del método

**Errores Estadísticos**

***Errores Estadísticos ($\sigma_e$) :*** errores aleatorios, producidos al azar.

- Intrínsecos (naturaleza)
- Desconocidos

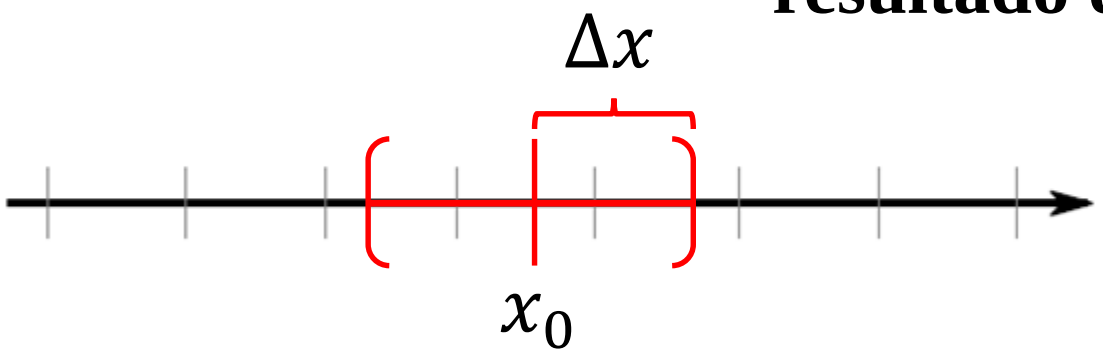
**Errores Ilegítimos o Espurios**

Asociado con equivocaciones. Ej. anotar mal una medida, hacer mal un cálculo o pasaje de unidades, etc. Se corrigen.

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2} \rightarrow \text{Incerteza Absoluta}$$

universidad de buenos aires - exactas
departamento de Física

# ¿Cómo expresamos el resultado de una medición?




¿$x_0$?

$x_0$ → Valor más representativo ($\bar{x}$)

**Intervalo de Confianza**

$$x_0 - \Delta x \leq x \leq x_0 + \Delta x$$

$$[x_0 - \Delta x\,, x_0 + \Delta x]$$

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2}$$ → Incerteza Absoluta

$$\sigma_N^2 = \sigma_{Ap}^2 + \sigma_{ex}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{def}^2$$

**Expresión del Resultado**

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

¿$\sigma_e$? Sólo si hay incertezas aleatorias

universidad de buenos aires - exactas
departamento de Física

# ¿Cómo expresamos el Valor más representativo?

**Si mido 1 vez** ⟺ Es el valor leído $x_0$

**Intervalo de Confianza**

$$x_0 - \Delta x \leq x \leq x_0 + \Delta x$$

$$\Delta x = \sigma_N$$

**RESULTADO**

$$x = (x_0 \pm \Delta x)\ Ud.$$

**Si mido más de 1 vez** ⟺ Es el valor promedio $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \bar{x}_i$$

**Intervalo de Confianza**

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

**RESULTADO**

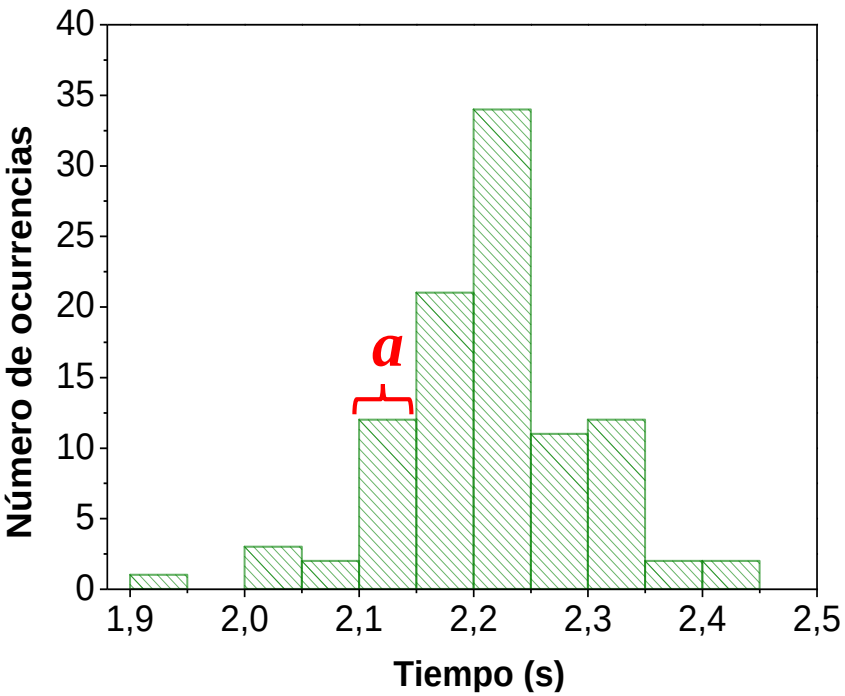
$$x = (\bar{x} \pm \Delta x)\ Ud.$$

# Distribución de datos

Tenemos $\{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_N\}$ ← **Supongamos que tomamos $N$ mediciones de MF**

## ¿Cómo se distribuyen los datos?

**Histograma** → Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos




- Número total de datos: $N$
- Rango: $[x_{min}, x_{max}]$
- Intervalo de clase (bin size): $a$
- 1er intervalo: $[x_{min}, x_{min+a})$
- Último intervalo: $[x_{max-a}, x_{max}]$

**Regla de Sturges:** Para estimar la cantidad ($C$) de intervalos de clases.

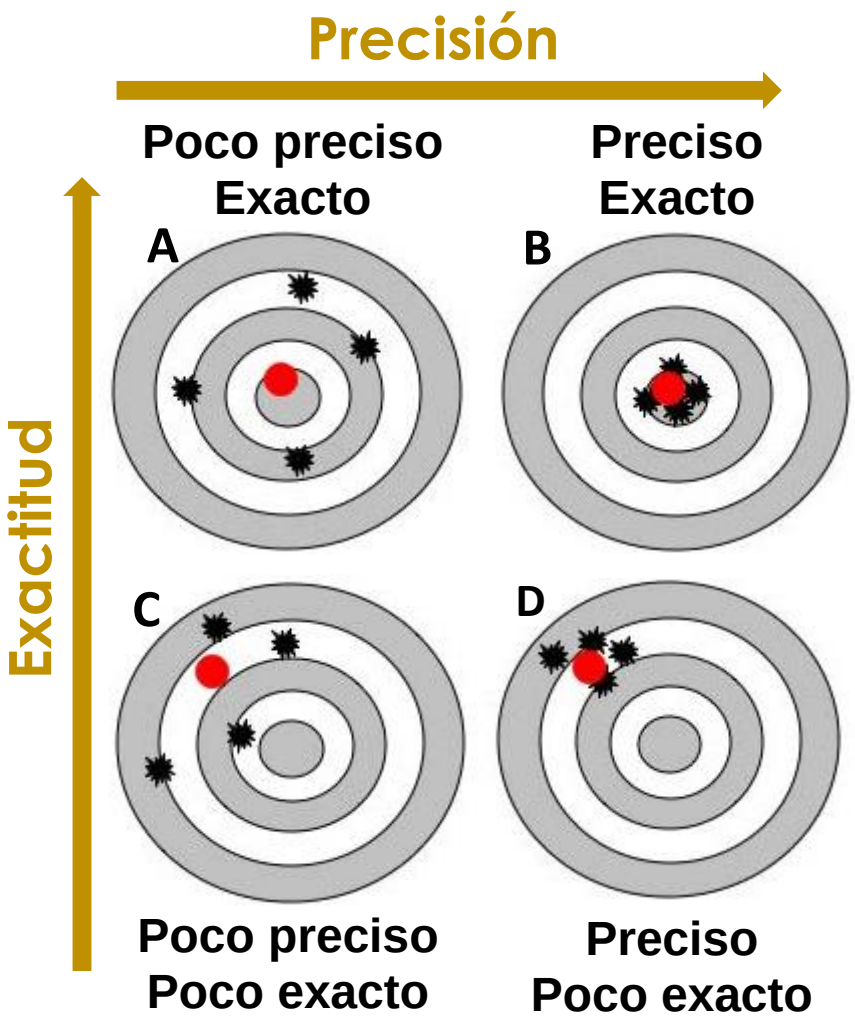
$$C = 1 + 3{,}322\ logN$$

# Precisión y Exactitud

## INSTRUMENTO

- **Precisión:** asociado con la mínima división que se puede resolver
- **Exactitud:** asociado con el error de calibración

# Precisión y Exactitud




● Valor más representativo

## MÉTODO o RESULTADO

- **Precisión:** asociado con el ($\varepsilon_r$)

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x_0}$$ → Error Relativo

$$\varepsilon_{r\%} = \varepsilon_r \text{ x } 100\ \%$$ → Error Relativo porcentual

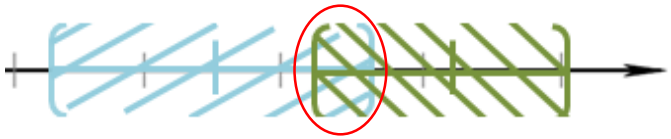
- **Exactitud:** asociado con la cercanía del valor más representativo medido al valor tabulado o valor "real"

# Diferencias Significativas

**MÉTODO GRÁFICO:** Sirve para comparar más de 2 resultados al mismo tiempo

$A = \bar{A} \pm \Delta A$ $\quad$ $B = \bar{B} \pm \Delta B$

Si $A \cap B \neq \emptyset$

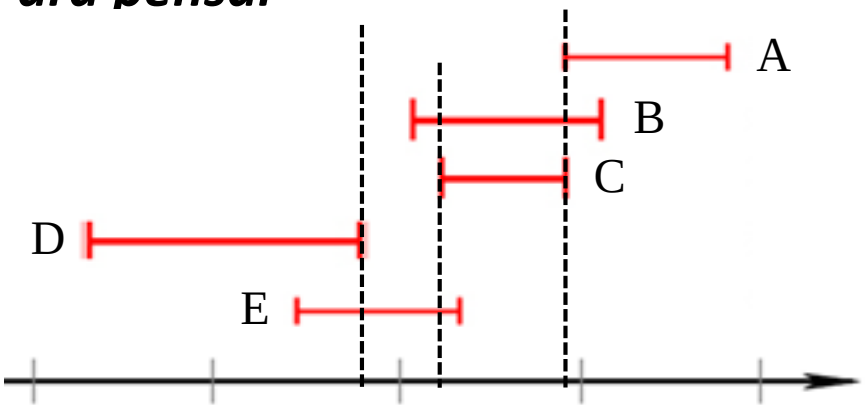


$\Rightarrow$ A y B NO PRESENTAN Diferencias Significativas

Si $A \cap B = \emptyset$

$\Rightarrow$ A y B PRESENTAN Diferencias Significativas

***Para pensar***




Comparando D con A, B y C: Presentan diferencias significativas, porque:

$D \cap A = \emptyset$, $D \cap B = \emptyset$ y $D \cap C = \emptyset$

**¿Qué ocurre entre D y E?**

**¿Y entre A y B, A y C, y A y E?**

**¿Y entre B y C, y B y E?**

# Diferencias Significativas

**MÉTODO CON FÓRMULA:** Se puede usar de a pares de resultados

$$A = \bar{A} \pm \Delta A \qquad B = \bar{B} \pm \Delta B$$

Si $|\bar{A} - \bar{B}| \leq \Delta A + \Delta B$ $\Rightarrow$ A y B NO PRESENTAN Diferencias Significativas

***Para pensar***

A= 2,278 ± 0,023

B= 1,964 ± 0,019

C= 2,11 ± 0,34

Comparando A con B. Presentan diferencias significativas, porque:

$|\bar{A} - \bar{B}| = 0{,}314$ y $\Delta A + \Delta B = 0{,}042$

Como $0{,}314 > 0{,}042$ $\Rightarrow$ A y B presentan diferencias significativas

**¿Qué ocurre entre B y C? ¿Y entre A y C?**

# Cifras Significativas

***Para expresar un resultado*** se deben incluir sólo las cifras que tienen algún significado experimental → **Cifras Significativas en $\Delta x$**

4 Cifras Significativas

**0,00003400**

Los **0** sin un número distinto de cero delante no son significativos

Los **0** después de un número distinto de cero son significativos

Los números distintos de **0** son significativos

2 Cifras significativas: **0,000034**

1 Cifra significativa: **0,00003**

| *Número* | *Cifras Significativas* |
|---|---|
| 906 | 3 |
| 906,00 | 5 |
| 0,9060 | 4 |
| 0,90600 | 5 |
| $4{,}5 \times 10^3$ | 2 |
| $4{,}50 \times 10^3$ | 3 |

$x_0 = 32{,}2408$

$\Delta x = 0{,}2319$

2 Cifras significativas:

$x_0 = 32{,}24$

$\Delta x = 0{,}\mathbf{23}$

$x = 32{,}24 \pm 0{,}23$

1 Cifra significativa:

$x_0 = 32{,}2$

$\Delta x = 0{,}\mathbf{2}$

$x = 32{,}2 \pm 0{,}2$

# Redondeo

2 Cifras significativas

Si el número que se suprime es < **5** el número anterior **no cambia**

$$x_0 = 32{,}2408$$
$$\Delta x = 0{,}2319$$

$$x_0 = 32{,}24$$
$$\Delta x = 0{,}23$$
$$x = 32{,}24 \pm 0{,}23$$

2 Cifras significativas

Si el número que se suprime es ≥ **5** al número anterior **se le suma 1**

$$x_0 = 18{,}8561$$
$$\Delta x = 1{,}3802$$

$$x_0 = 18{,}9$$
$$\Delta x = 1{,}4$$
$$x = 18{,}9 \pm 1{,}4$$

# EXPERIMENTO

**Exp. 1**

## MEDICIÓN DE LONGITUDES, MASAS …

***¿Qué debemos tener en cuenta?***

- El método que se utilizará, la importancia del operador, el instrumental, las características del objeto, etc.
- **Cómo reportar el resultado:** $x = (\bar{x} \pm \Delta x)\ Ud.$
- Con qué clase de incertezas se cuenta para determinar $\Delta x$
- Utilizar el criterio de cifras significativas
- Elección del Instrumento: Precisión, rango

# EXPERIMENTO

Exp. 1

## MEDICIÓN DE LONGITUDES, MASAS …

***Instrumentos para determinar longitudes***

- Regla, cinta métrica (en qué difieren?)
- Calibre
- Micrómetro

- Precisión
- Rango
- Calibración

# A MEDIR!