Ajuste de datos

-Linearización
-Cuadrados mínimos ponderados
-χ^2
-Ajuste con funciones no lineales

Linearización

x e y, son VA, surgen de la realización de mediciones independientes.
Por cada valor de x hay uno de y.
Puede ocurrir:

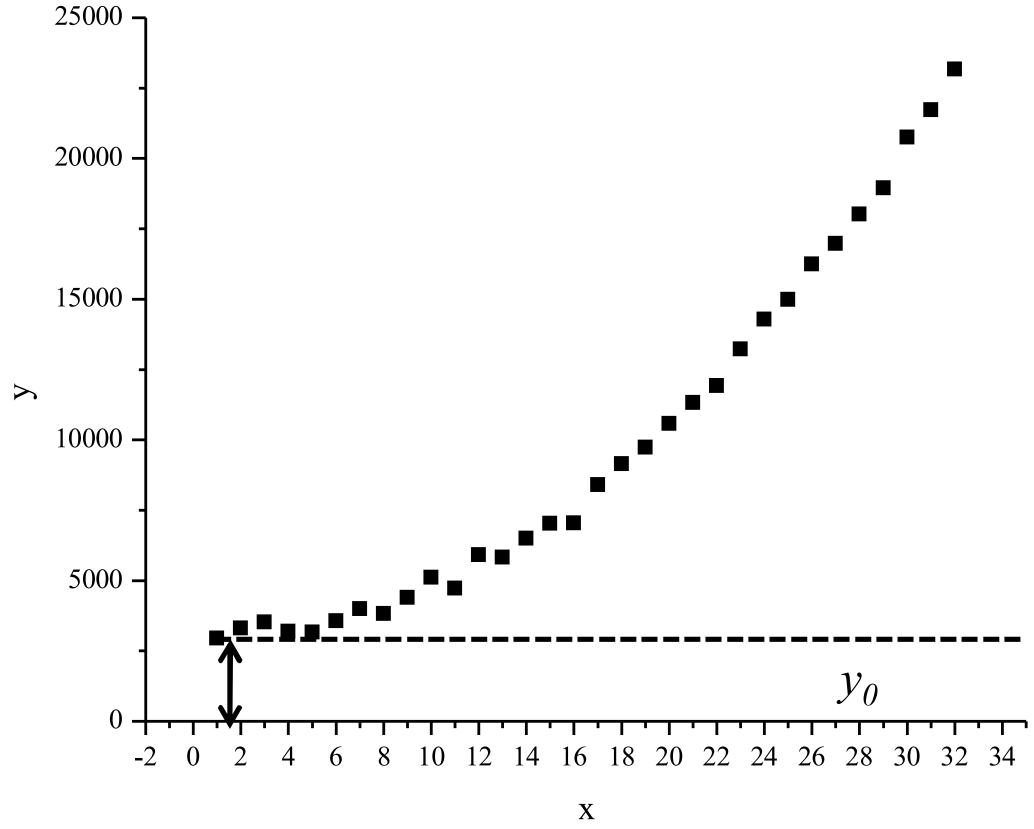
1) Conozco el modelo que las relaciona y quiero usarlo para obtener algún valor.
2) Tengo la hipótesis sobre la existencia del modelo y quiero verificarlo.
3) No conozco el modelo y lo quiero determinar.

Objetivo: Entender - predecir

Ya vimos: dependencia lineal.
- La conocemos (o tenemos una hipótesis), es lineal $\rightarrow$ OK (también polinomios)
- La conocemos, no lineal $\rightarrow$ Cambio de variables $\rightarrow$ lineal $\rightarrow$ OK $\rightarrow$ √
- No la conocemos (o quizás la intuimos) $\rightarrow$ √

Linearización

Casos más comunes: $y = A.x^b + y_0$



Si conocemos b, ya vimos el caso la clase pasada.
$\rightarrow$ Cambio de variables

Si no conocemos b:
1° restar el "offset" $\rightarrow y_0$

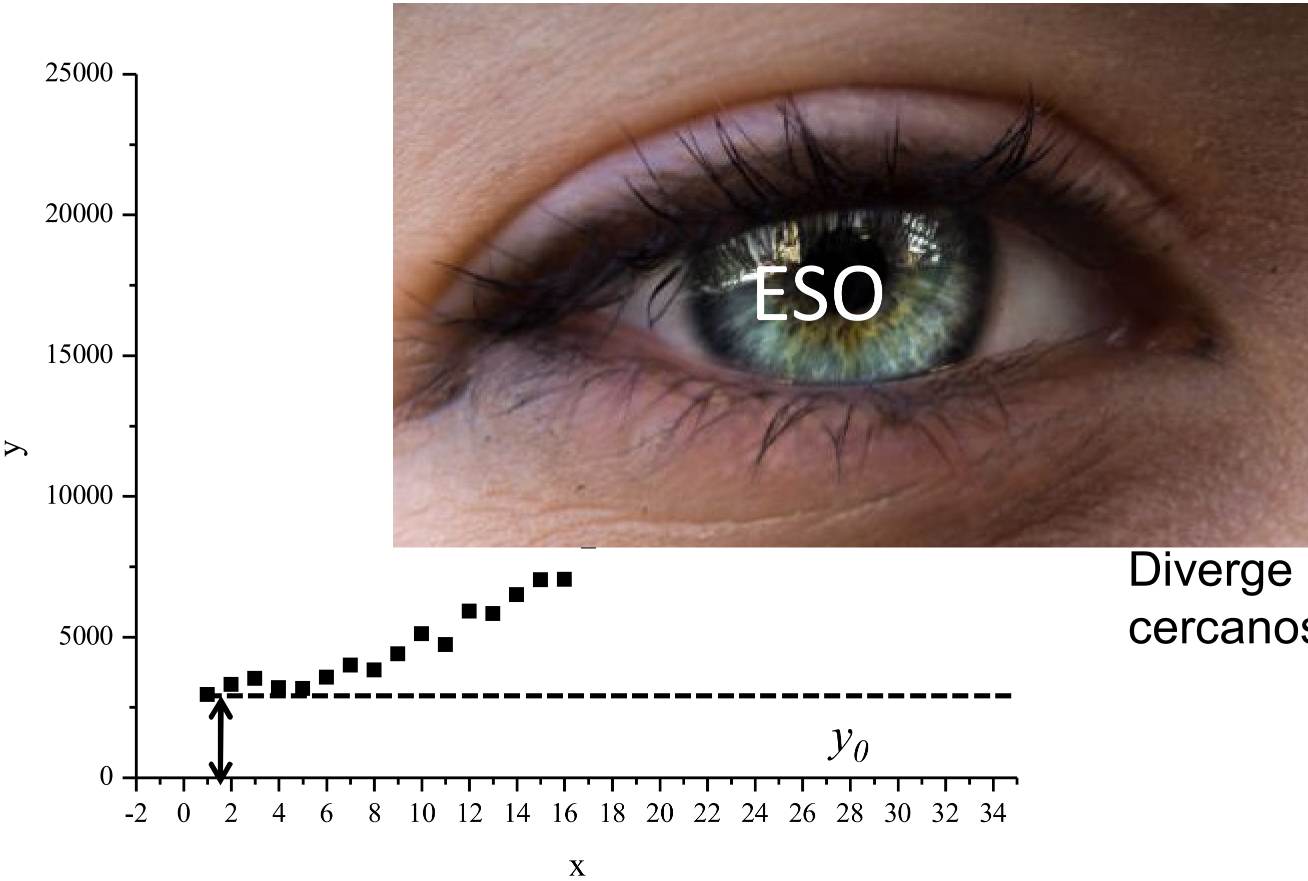
2° linearizar $\rightarrow$
$\rightarrow ln(y-y_0) = ln\ A + b.ln\ x$

Hay una dependencia lineal entre
Y = $ln(y-y_0)$ y X = $ln\ x$
Ordenada al origen: $ln\ A$
Pendiente: b

$\rightarrow$ Cuadrados mínimos

Linearización

Casos más comunes: $y = A.x^b + y_0$



ón:

ción del error en

s.

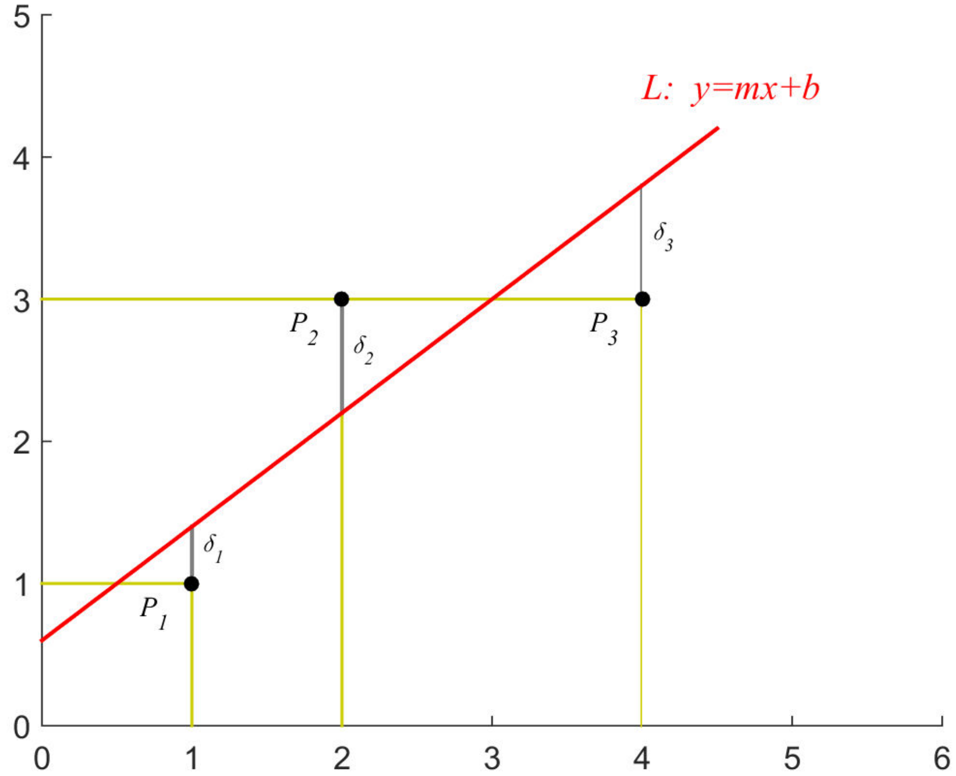
$= \frac{1}{x}$

Diverge para valores cercanos a cero

Cuadrados mínimos ponderados

Clase pasada:

Encontramos las recta que mejor ajusta a nuestros datos, considerando los residuos como error.



$$y = mx + b$$

$$\delta y_i = y_i - (mx_i + b)$$

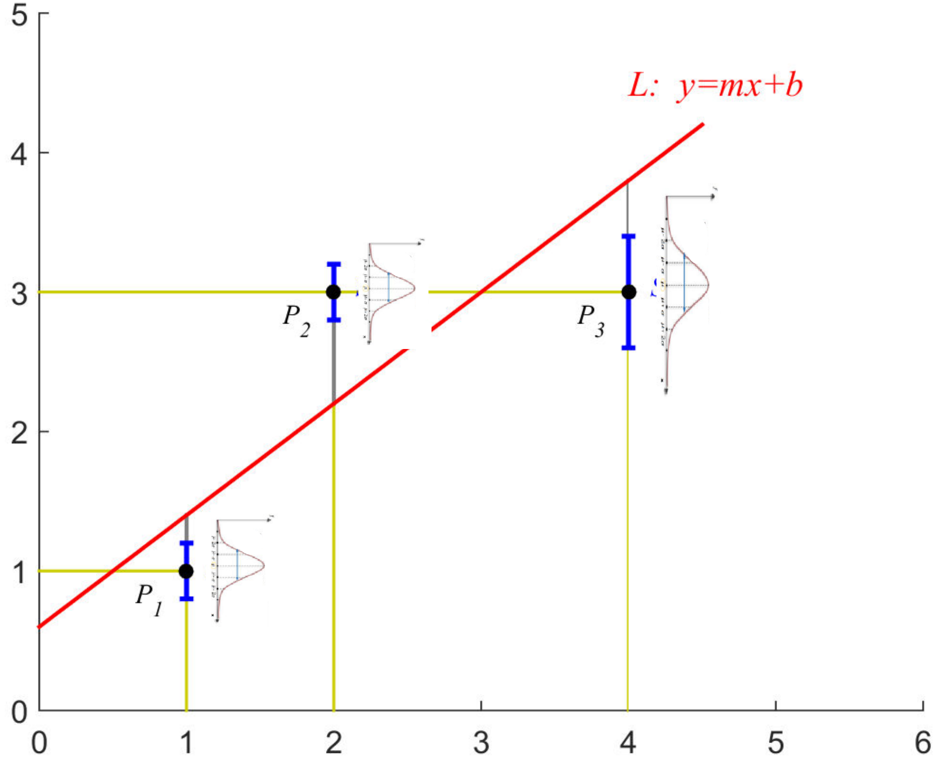
$$(\delta y_i)^2 = [y_i - (mx_i + b)\ ]^2$$

$$\begin{aligned} M = \sum(\delta y_i)^2 \\ &= \sum y_i{}^2 + m^2 \sum x_i{}^2 \\ &+ nb^2 + 2mb \sum x_i \\ &- 2m \sum x_i y_i \\ &- 2b \sum y_i \end{aligned}$$

Cuadrados mínimos ponderados

¿Podemos pensar en un método que tenga en consideración los errores para obtener la recta?

NO TODOS LOS PUNTOS PESAN LO MISMO



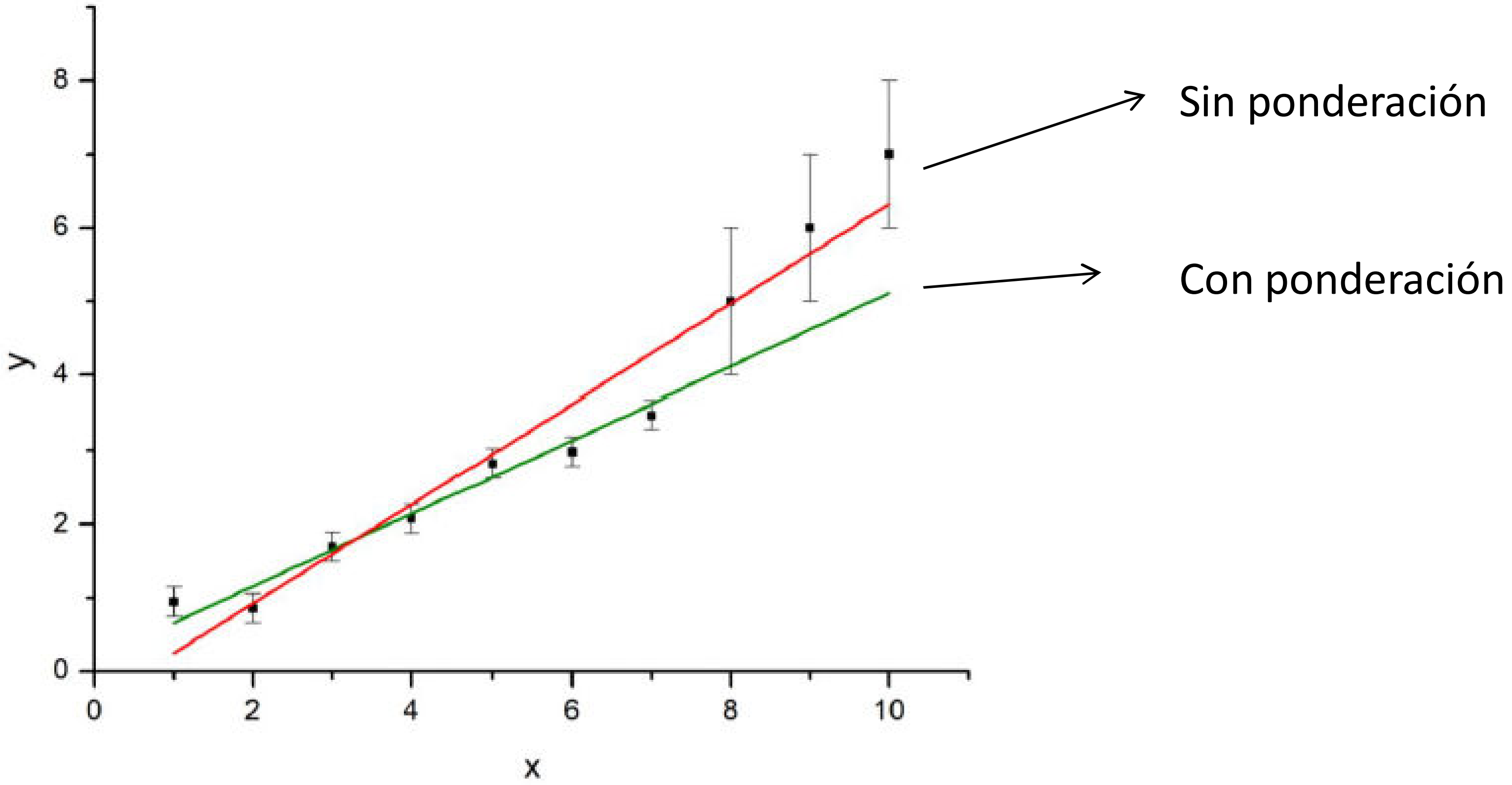
En lugar de minimizar la suma de los residuos, minimizamos χ^2, definida como

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{(y_i - f(x_i))}{\sigma_i} \right]^2$$

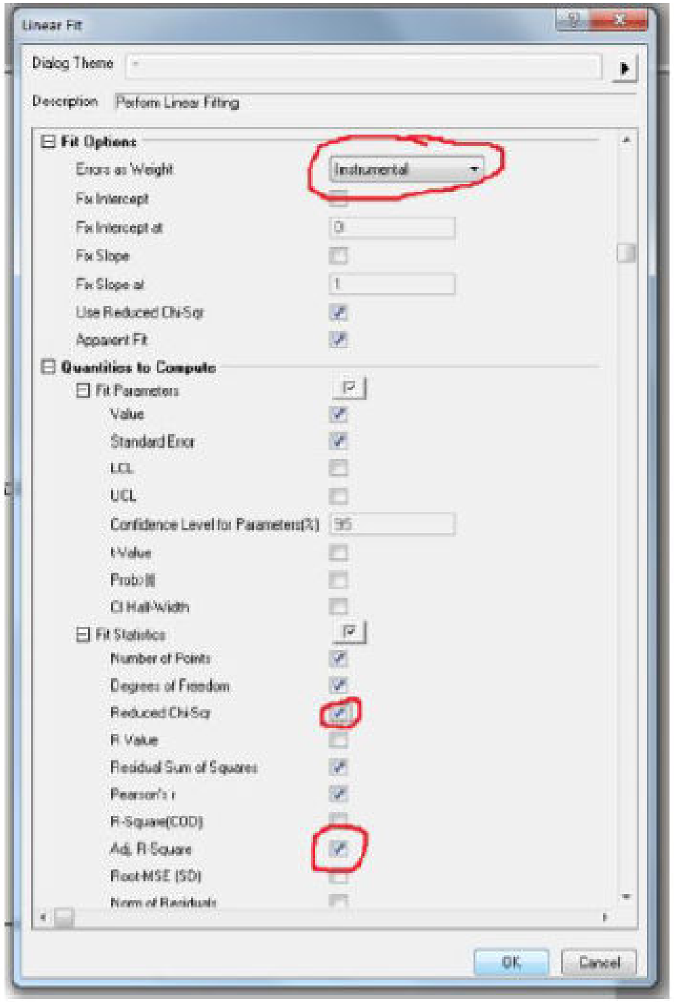
Cuadrados mínimos ponderados

¿Podemos pensar en un método que tenga en consideración los errores para obtener la recta?

NO TODOS LOS PUNTOS PESAN LO MISMO



Cuadrados mínimos ponderados



Algunos comentarios sobre χ^2

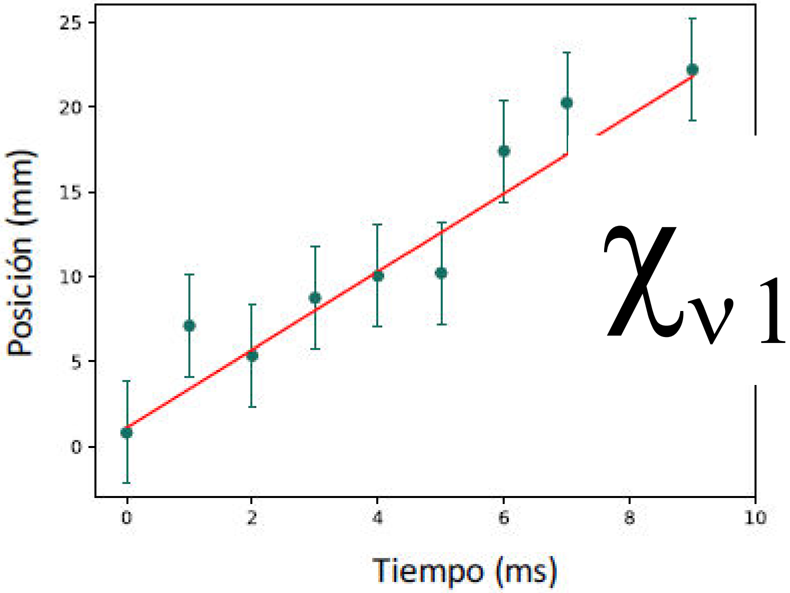
$$\chi^2 = \sum \left[\frac{\boxed{y_i - (mx_i + q)}}{\sigma_i}\right]^2$$

En gral (cualquier ajuste)

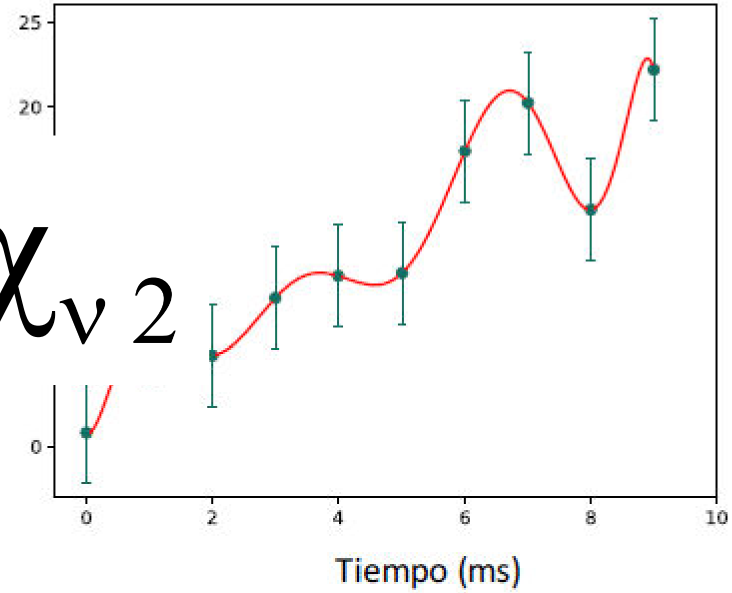
$$\chi^2 \approx \underbrace{\nu}_{\text{Grados de libertad}} = N - \overbrace{k}^{\text{Cantidad de parámetros}}$$

En un ajuste lineal, ajustamos m y q, Entonces comparamos contra N-2

Algunos comentarios sobre χ^2



$$\chi_{\nu\,1} > \chi_{\nu\,2}$$



¿Qué ajuste elegirían? ¿Por qué?

Chi cuadrado "reducido":

$$\chi^2_\nu = \frac{\chi^2}{\nu} = \frac{\chi^2}{N-k}$$

Algunos comentarios sobre χ^2

Chi cuadrado
“reducido”:

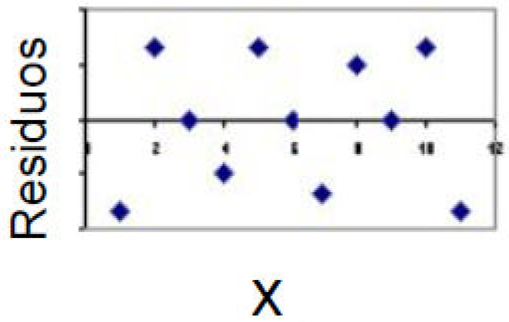
$$\chi^2_\nu = \frac{\chi^2}{\nu} = \frac{\chi^2}{N-k} \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\frac{\chi^2}{\nu} \sim 1} \\[2ex] \boxed{\frac{\chi^2}{\nu} \ll 1} \\[2ex] \boxed{\frac{\chi^2}{\nu} \gg 1} \end{array} \right.$$

Entonces
¿cómo reconocer un “buen ajuste”?

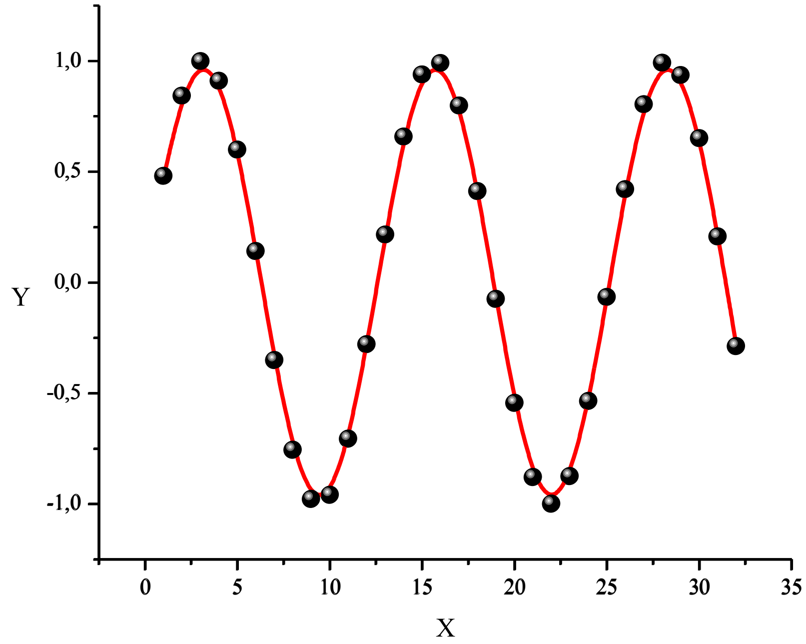
$$|r| \approx 1$$

$$\chi^2 \approx 1$$

$$+$$



¿y si mi función de ajuste no es lineal?



$y = f(\mathrm{x}) = A \sin(\omega x + \phi) + c$
es una relación **no-lineal entre** x **e** y

Tiene solución *numérica*

Algoritmo para minimizar χ^2, parte de valores asignados por el usuario, hasta su convergencia

Presentación