

# **MEDICIONES DIRECTAS 2 – DETERMINACIÓN DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO HISTOGRAMAS**

**Laboratorio 1 – 2do Cuatrimestre de 2021**

Departamento de Física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires



## Repaso de la clase pasada

### RESULTADO

Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

$$[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x] \text{ Unidad}$$

### Expresión del Resultado

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ Unidad}$$

$\bar{x} \rightarrow$  Valor más representativo

$\Delta x \rightarrow$  Incerteza Absoluta  
Error Absoluto

Error  
ABSOLUTO ( $\Delta x$ )

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2}$$

¿ $\sigma_e$ ?

Error  
NOMINAL ( $\sigma_N$ )

$$\sigma_N^2 = \sigma_{ap}^2 + \sigma_{ex}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{def}^2$$

*¿Cuál es el período del metrónomo?*



- |        |        |
|--------|--------|
| 1,25 s | 1,23 s |
| 1,22 s | 1,25 s |
| 1,24 s | 1,26 s |
| 1,23 s | 1,23 s |



$$\sigma_{ap} = 0,01 \text{ s}$$

Algunos de los datos **difieren entre sí en más de la precisión del instrumento**

Si mido más de 1 vez y obtengo datos **fuera del intervalo de confianza**  $[\bar{x} - \sigma_{ap}, \bar{x} + \sigma_{ap}] \rightarrow \Delta x = ?$

## Distribución estadística - Histogramas

Supongamos que tomamos  $N$  mediciones de una MF  $\rightarrow \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un dado  $N = 100$  veces

| Medición # | Cara del dado |
|------------|---------------|
| 1          | 2             |
| 2          | 6             |
| 3          | 1             |
| ...        | ...           |
| 99         | 4             |
| 100        | 1             |



Medir el período de un faro  $N = 100$  veces

| Medición # | Tiempo (s) |
|------------|------------|
| 1          | 1,02       |
| 2          | 0,98       |
| 3          | 1,07       |
| ...        | ...        |
| 99         | 1,22       |
| 100        | 1,10       |



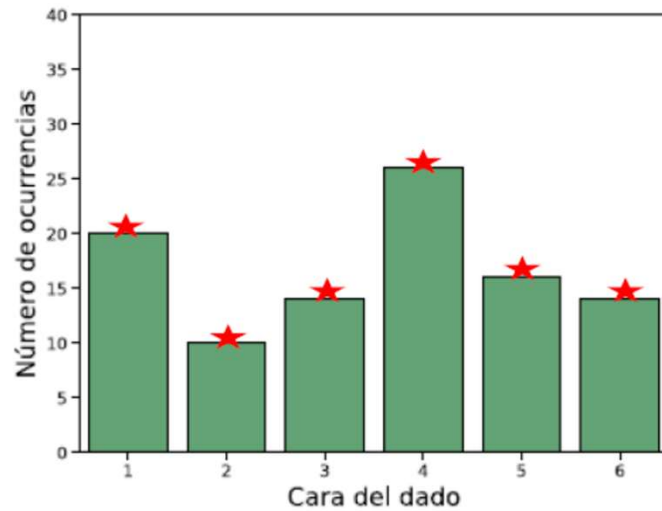
## Distribución estadística - Histogramas

**Histograma**

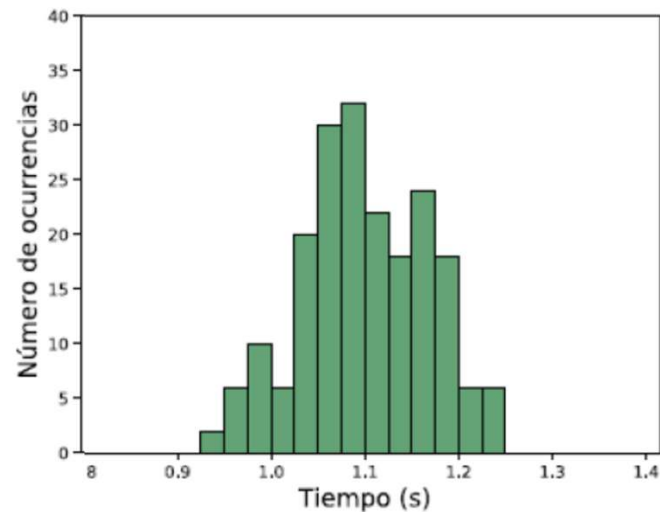


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\sum_j N^{\circ} \text{Ocurrencias}_j = N$$

# Distribución estadística

## Histogramas

Si tomamos  $N$  mediciones de la magnitud  $x$ , tenemos  $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

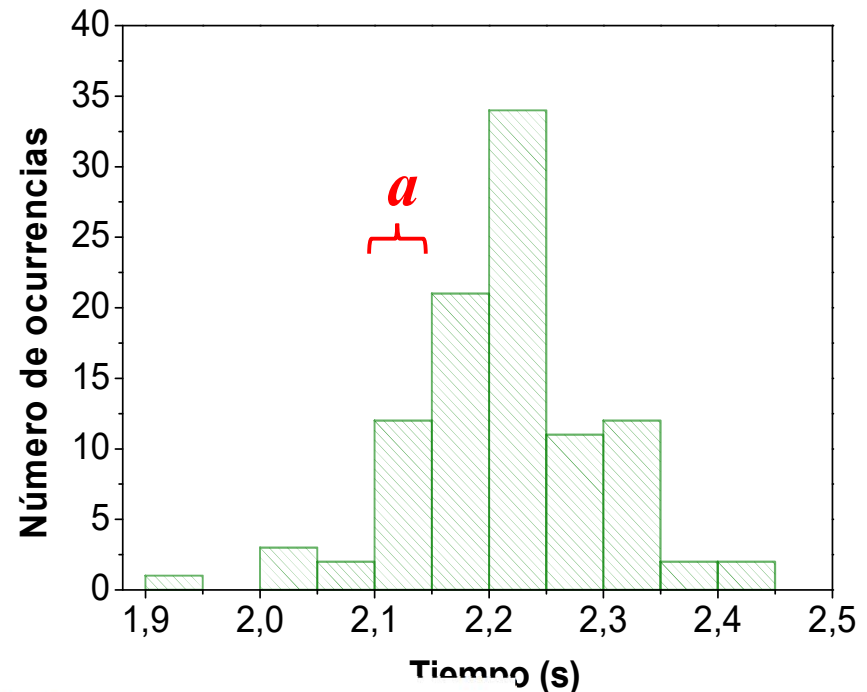
¿Cómo se distribuyen estos valores?

→ **Histograma**

Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

- Número total de datos:  $N$
- Rango:  $[x_{\min}, x_{\max}]$
- Intervalo de clase (bin size):  $a$
- 1<sup>er</sup> intervalo:  $[x_{\min}, x_{\min+a}]$
- Último intervalo:  $[x_{\max-a}, x_{\max}]$
- Cantidad de intervalos de clase:  $C$

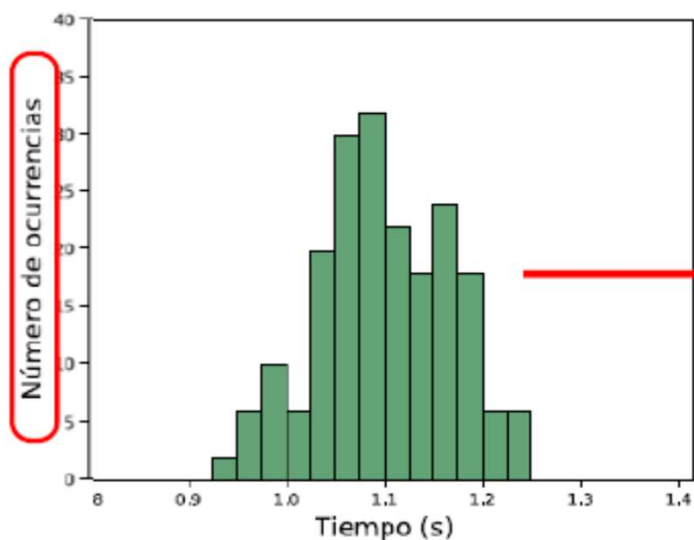
$$a = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{C}$$



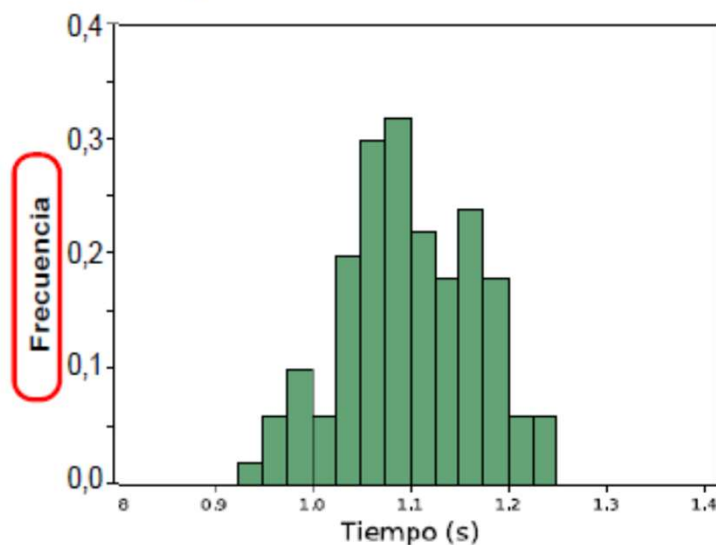
$$\sum_j N^o \text{Ocurrencia}_j = N$$

## Resultados del Experimento - Histogramas

Medir el período de un faro N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\frac{N^{\circ} \text{ Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

Condición de Normalización

$$\sum_j F_j = 1$$



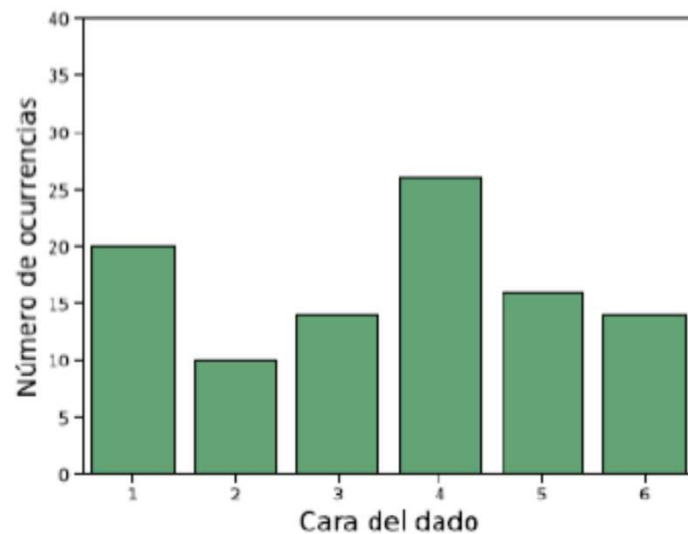
## Resultados del Experimento - Histogramas

**Histograma**

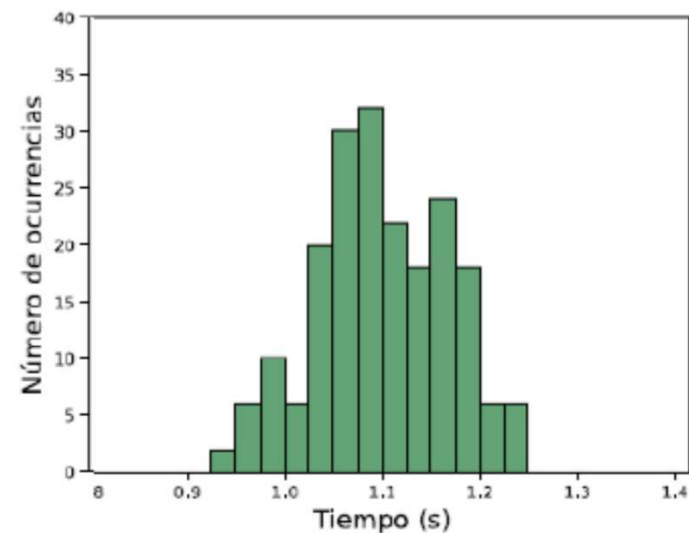


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



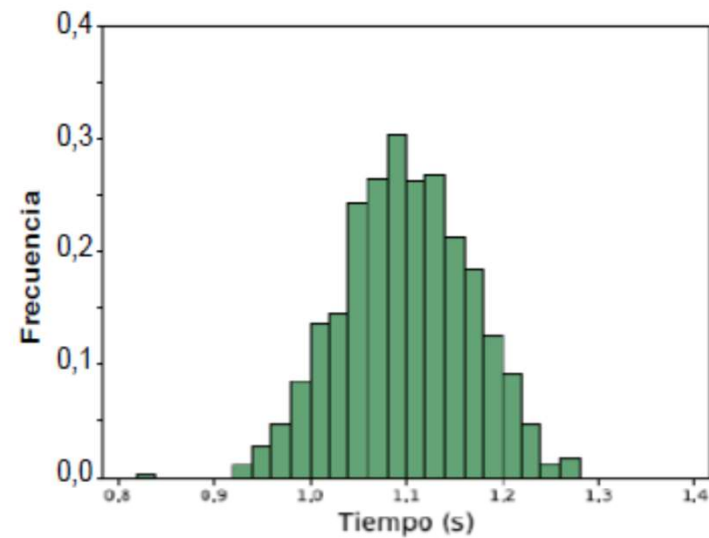
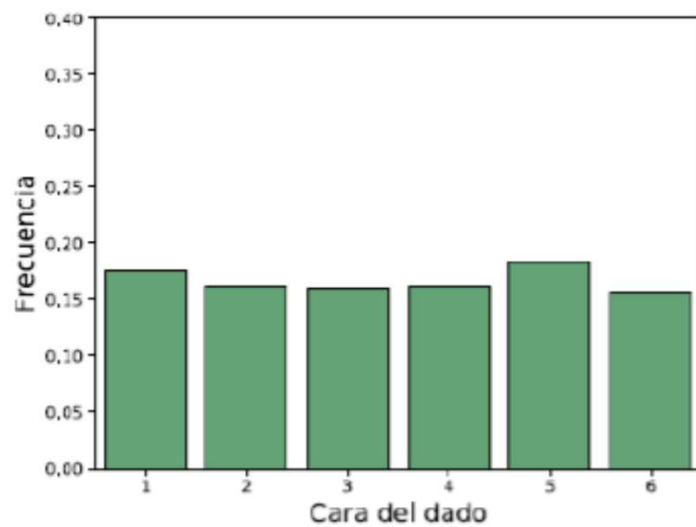
Medir el período de un faro N = 100 veces





## Distribución de probabilidad

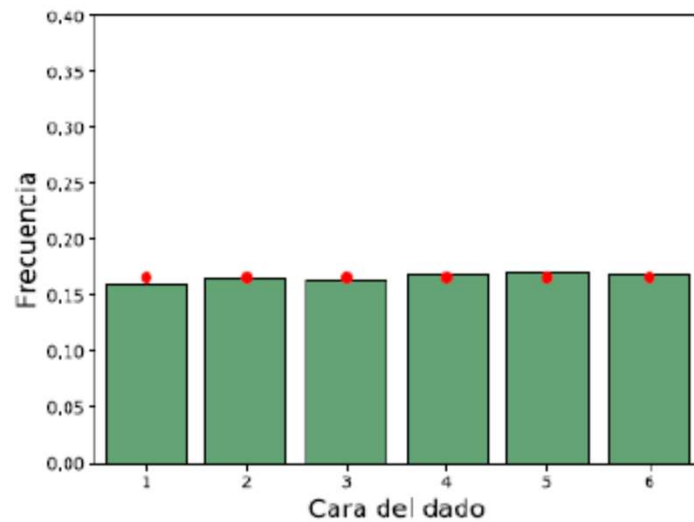
N = 1000



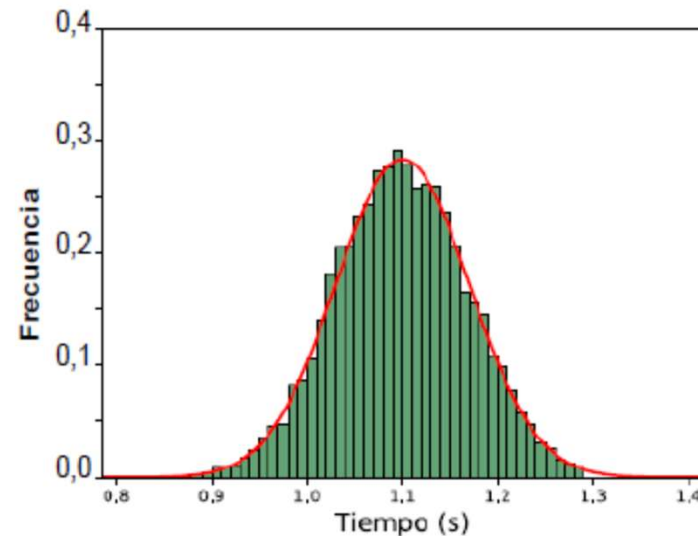
## Distribución de probabilidad

N = 10000

### Distribución de probabilidades



Discreto



Continuo

# Valores característicos

## MODA

$M_o, x_{m_o}$ : Valor de  $x$  que corresponde al máximo de frecuencia

## MEDIANA

$M_e, \tilde{x}, x_{m_o}$ : Valor de  $x$  que divide el 50% de los datos

Si es Impar

$$\bar{x} = \frac{x_{N+1}}{2}$$

Si es Par

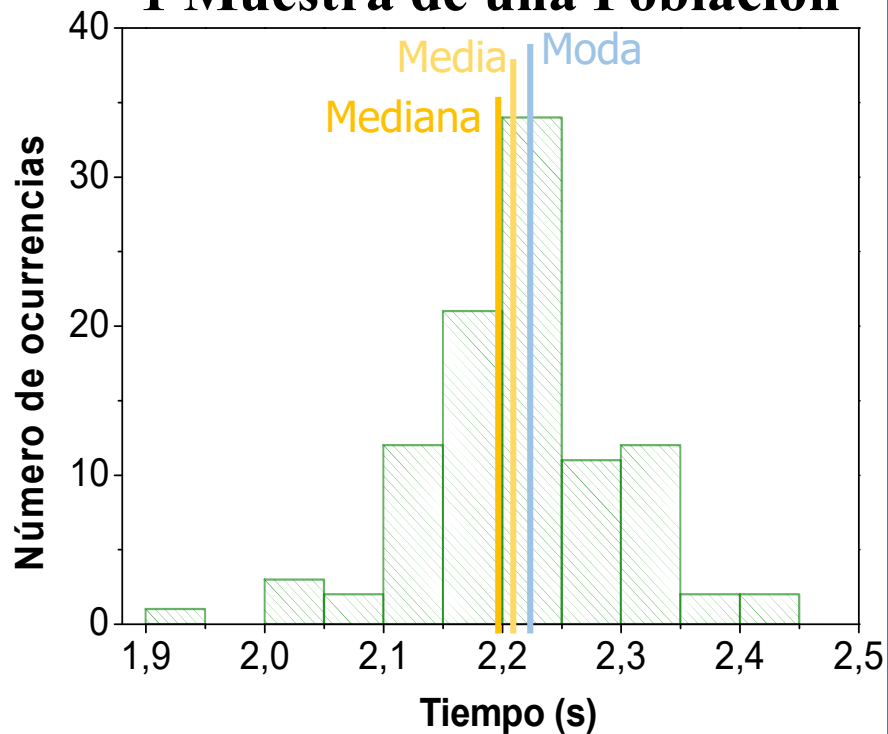
$$\bar{x} = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$$

## MEDIA ( $\bar{x}$ )

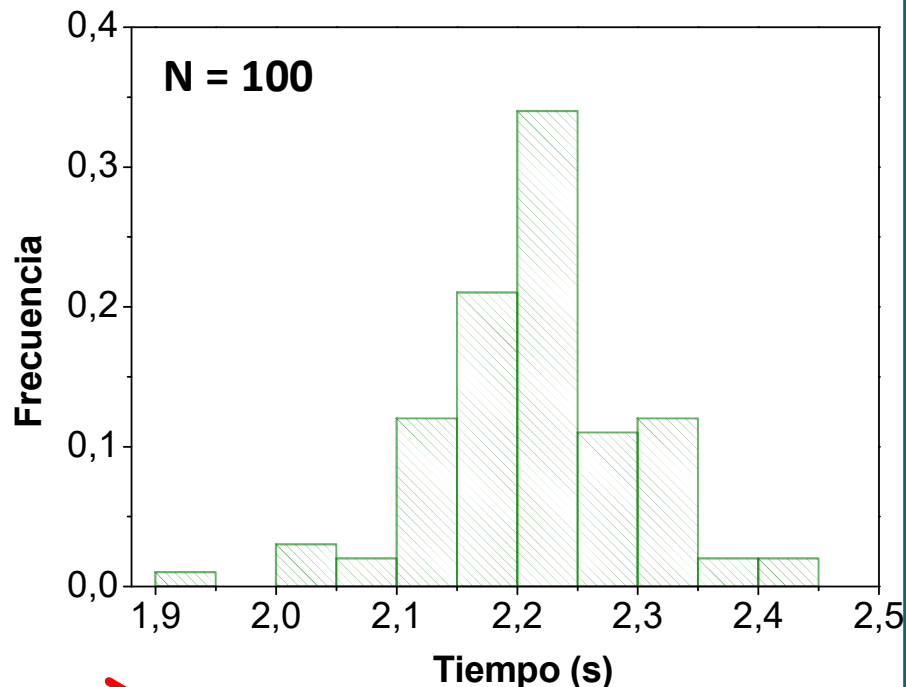
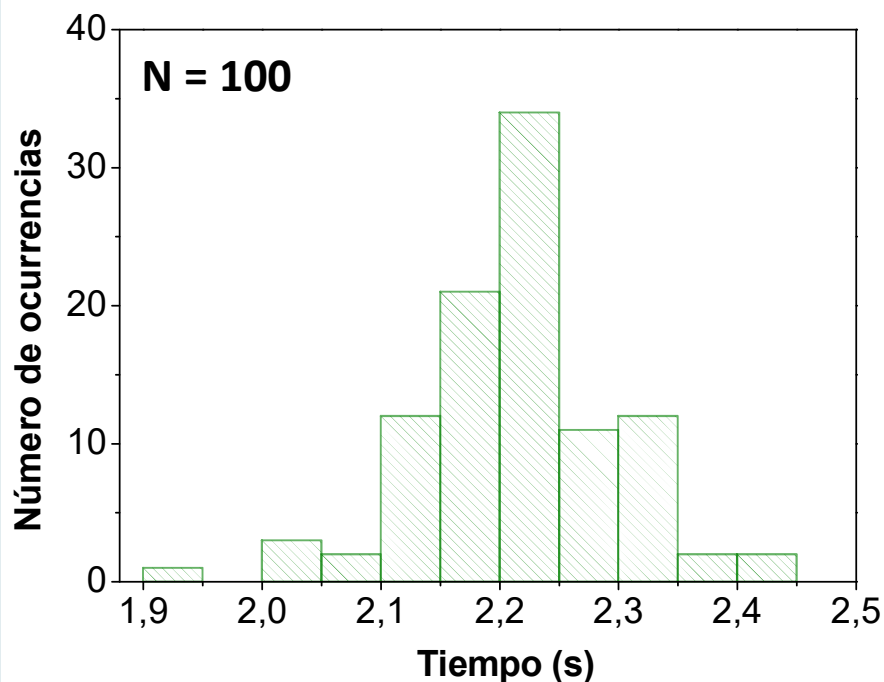
$\bar{x}$ : Promedio o media aritmética

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

## 1 Muestra de una Población



## Cómo comparo histogramas

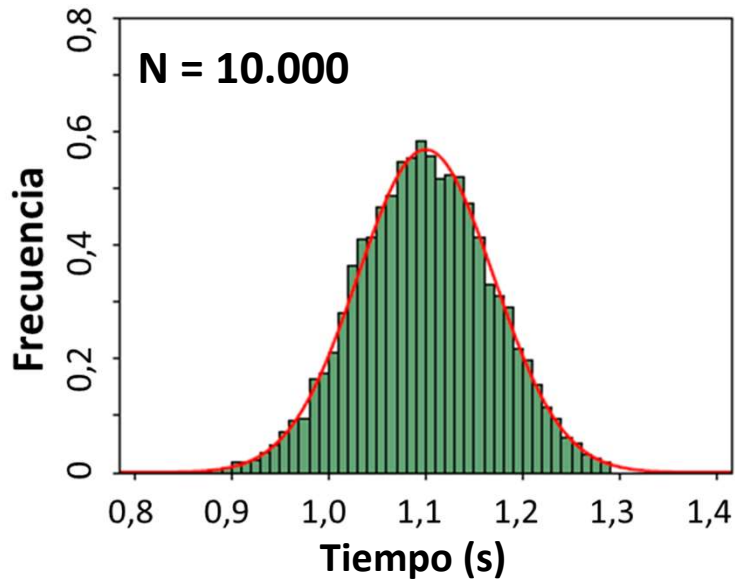
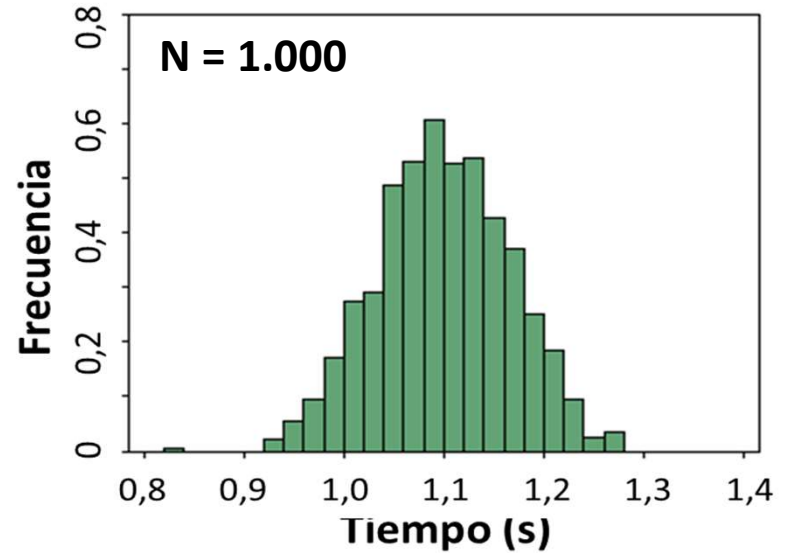
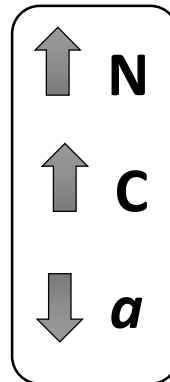
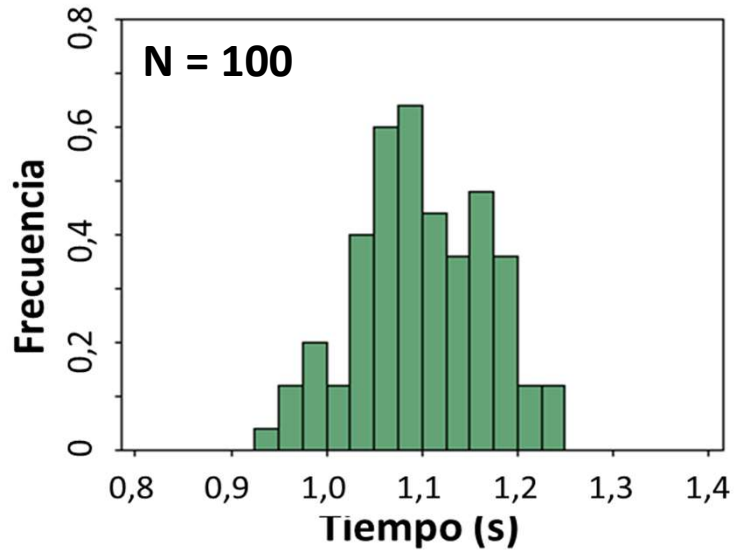


$$\frac{\text{Número de Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

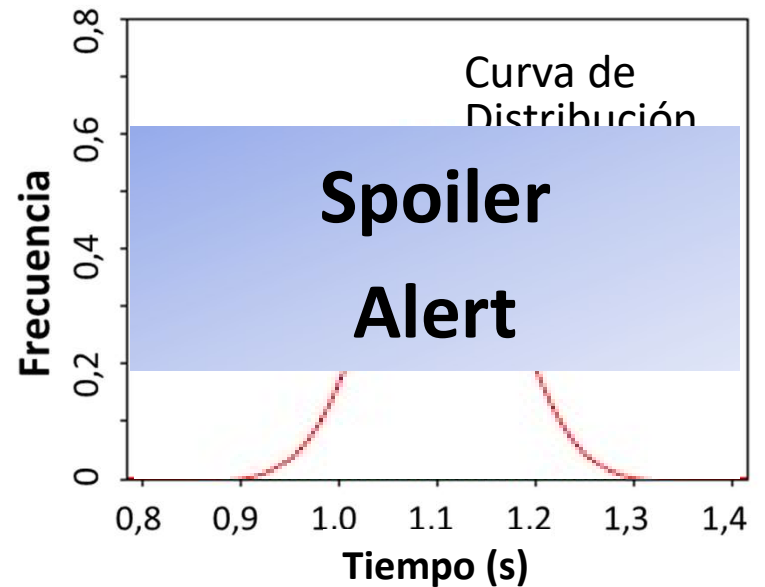
Condición de Normalización  $\rightarrow \sum_i F_i = 1$



## ¿Si aumenta N?



$N \rightarrow \infty$   
 $a \rightarrow dx$



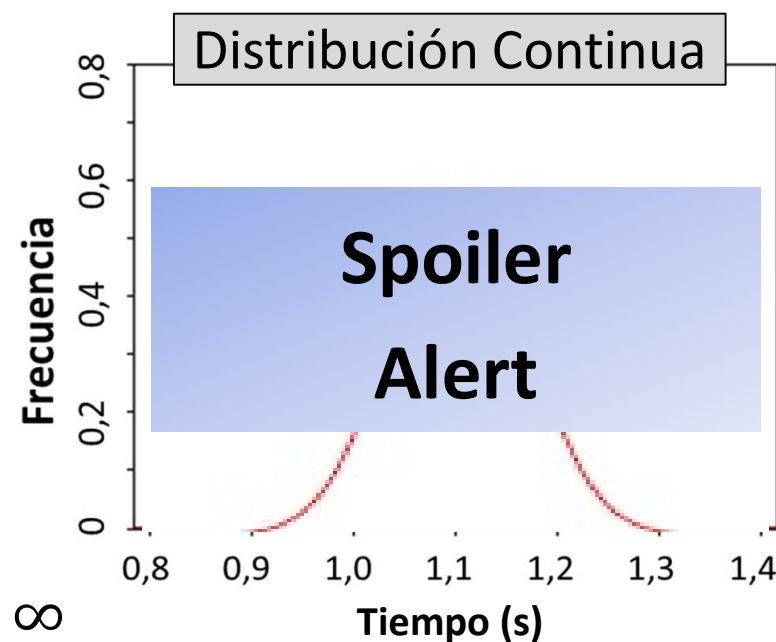
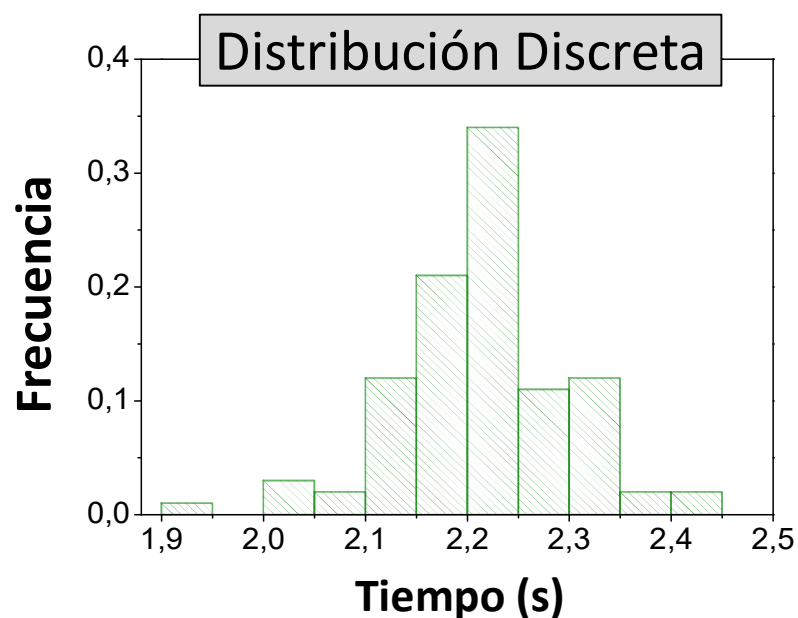
## Objetivo

Estimar los parámetros de la distribución a partir de los datos medidos



Tenemos una muestra finita de datos



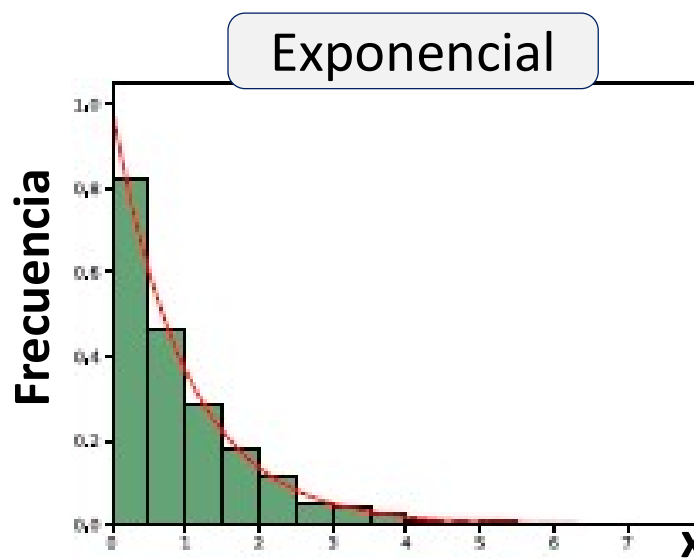
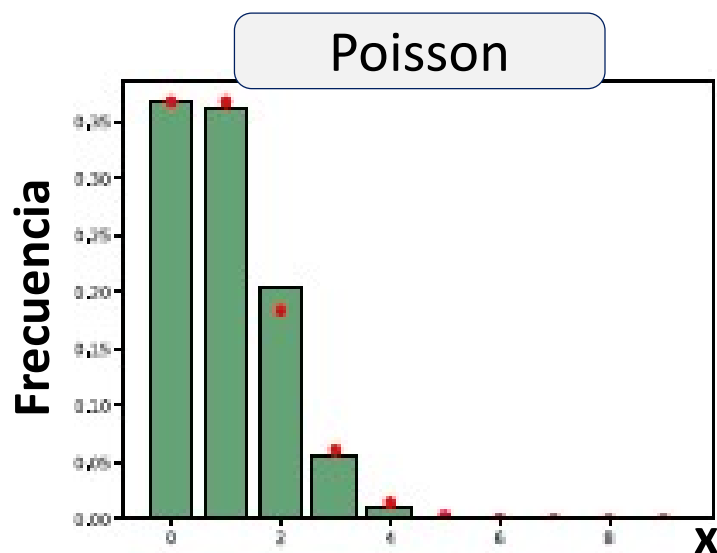
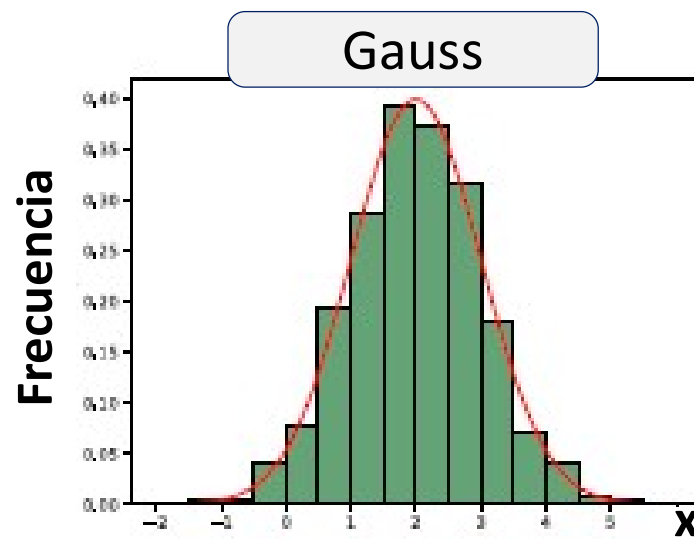
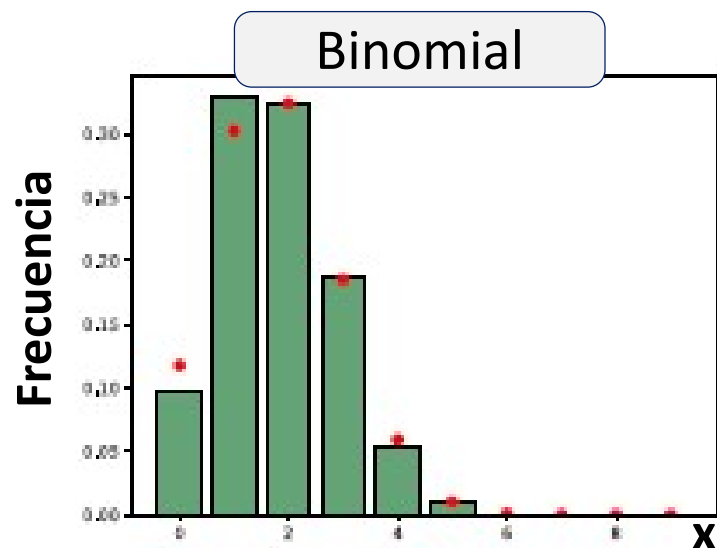
Queremos estimamos los parámetros de la distribución



$N \rightarrow \infty$

$\bar{x}$   ?  
 $S$   ?

## Ejemplos de distribuciones



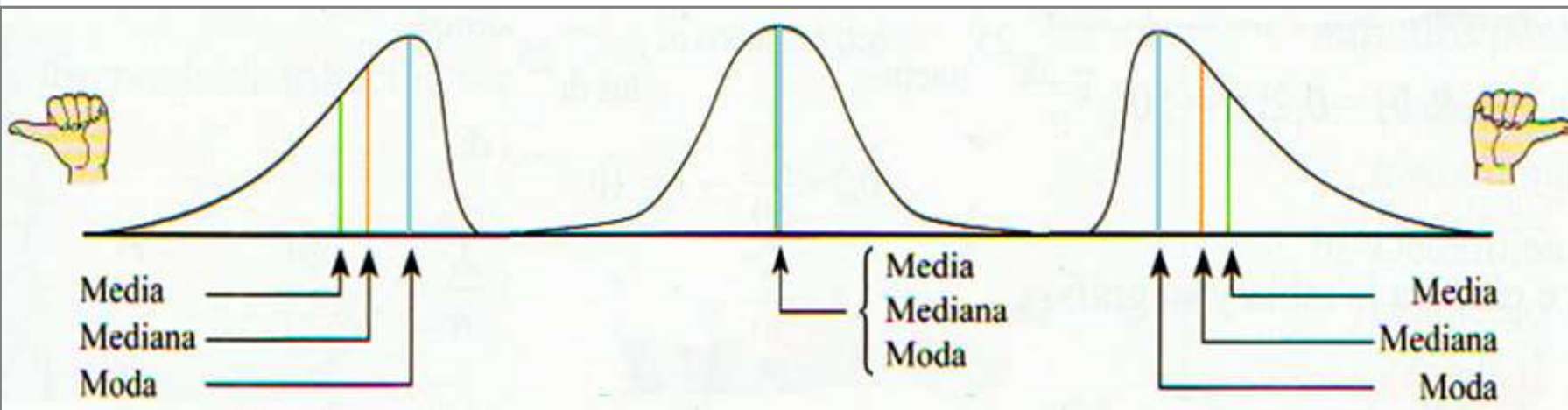


# Media Moda y Mediana

Curva sesgada a la izquierda

Curva Simétrica

Curva sesgada a la derecha



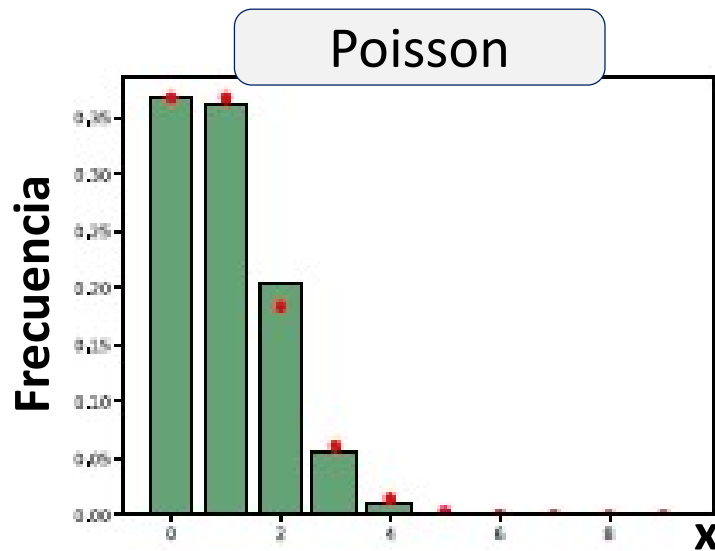
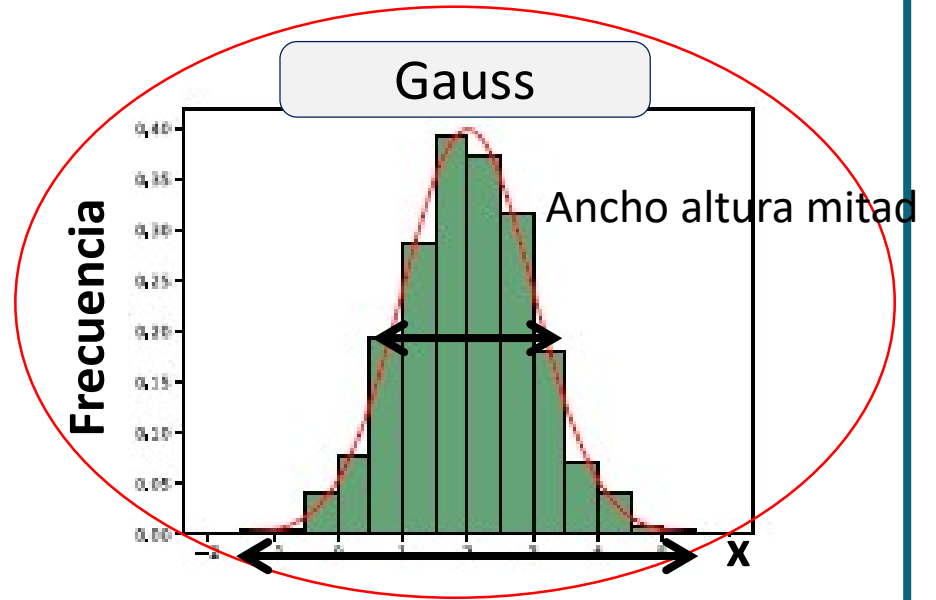
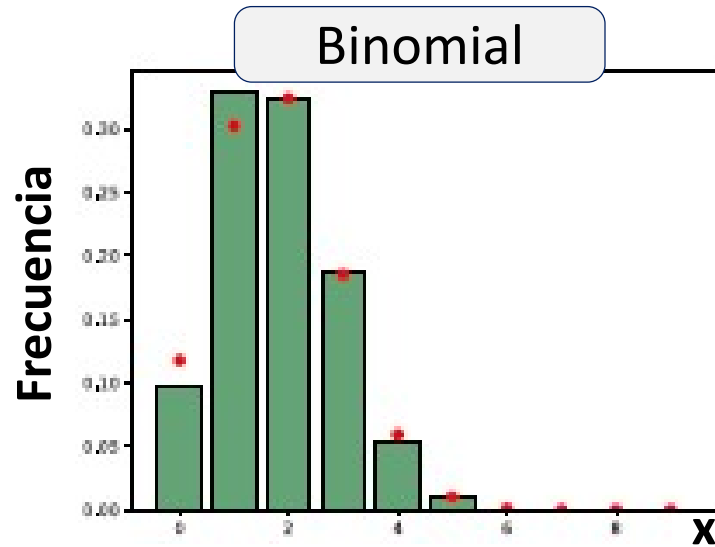
$$\text{Media} < \text{Mediana} < \text{Moda}$$

$$\text{Moda} > \text{Mediana} > \text{Media}$$

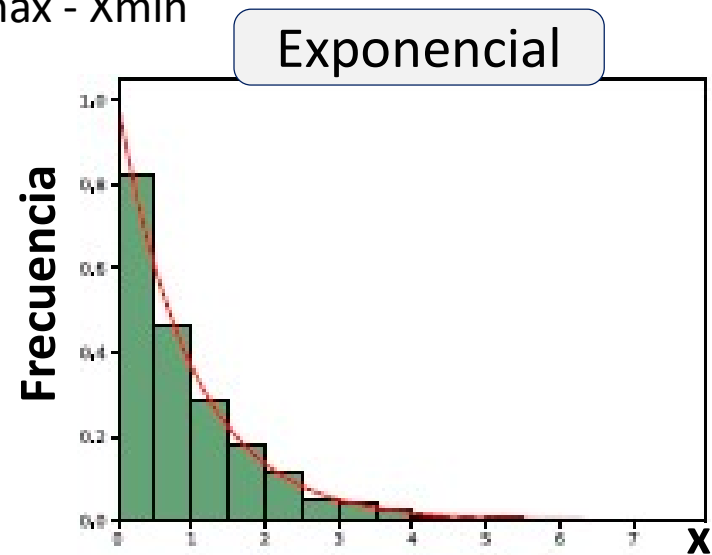
$$\text{Moda} = \text{Mediana} = \text{Media}$$



# Ejemplos de distribuciones

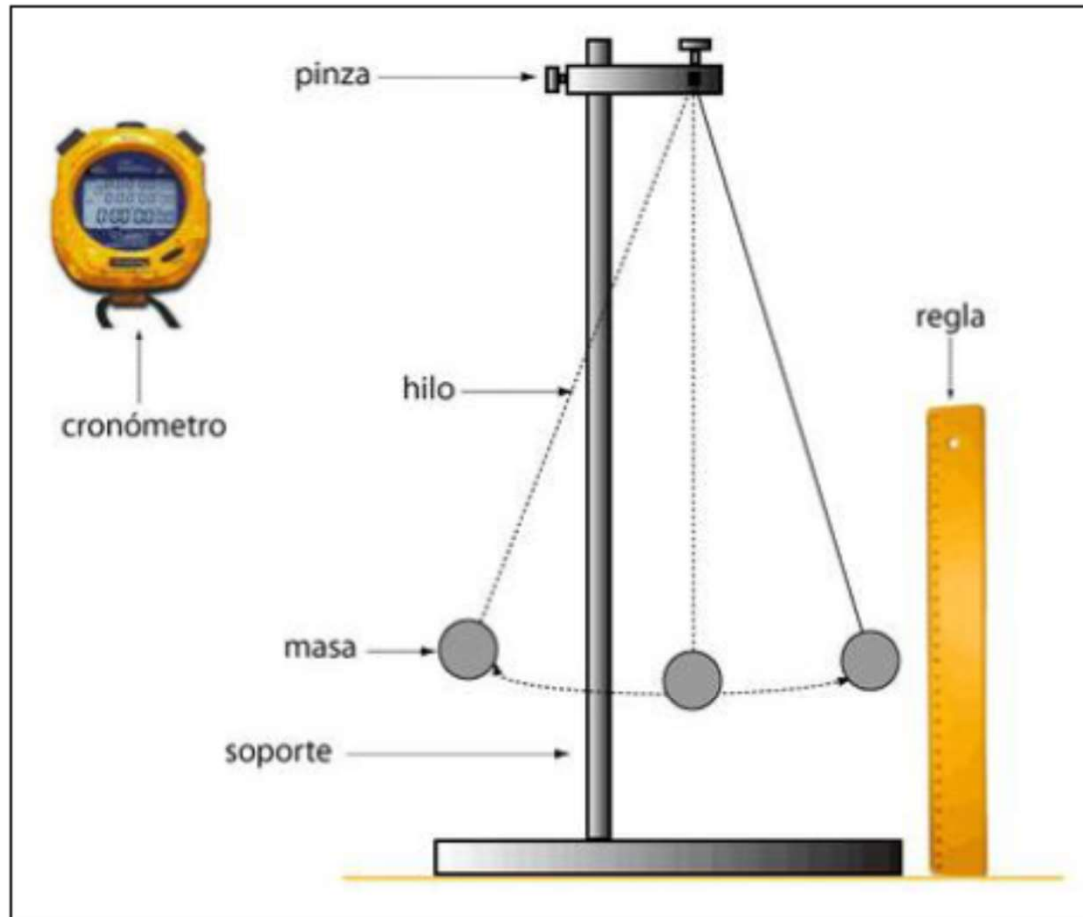


Xmax - Xmin

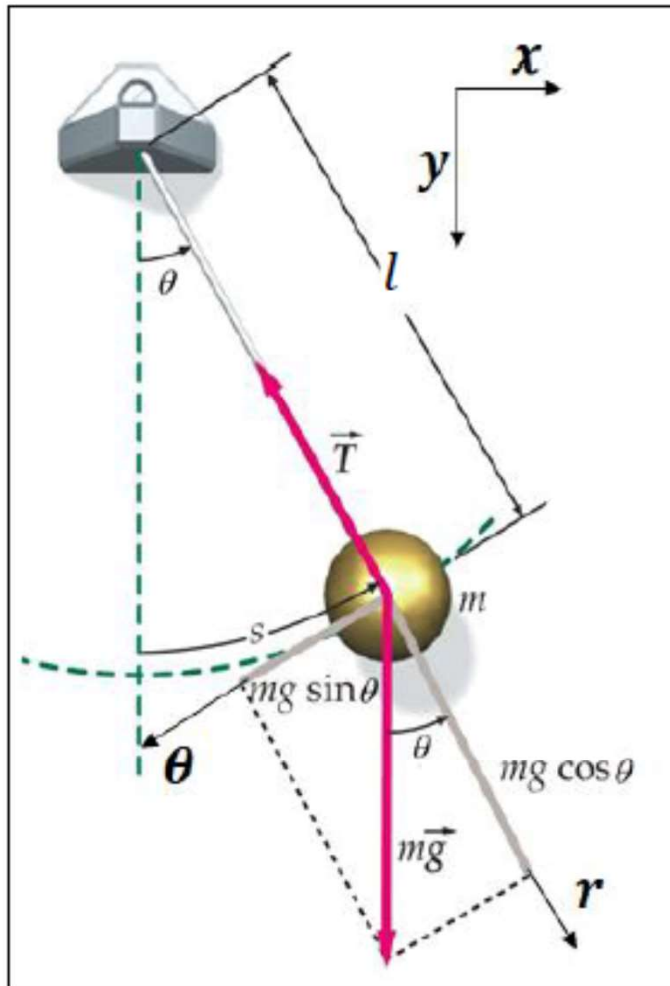




### DETERMINAR EL PERÍODO DE UN PÉNDULO



## Diagrama de cuerpo libre



## Período de un Péndulo Simple

2da Ley de Newton:  $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{r}: mg \cos \theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\theta}: -mg \sin \theta = ma_\theta \rightarrow a_\theta = -g \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s &= l\theta \\ v &= \frac{ds}{dt} = l \frac{d\theta}{dt} \\ a_\theta &= \frac{d^2s}{dt^2} = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned}$$

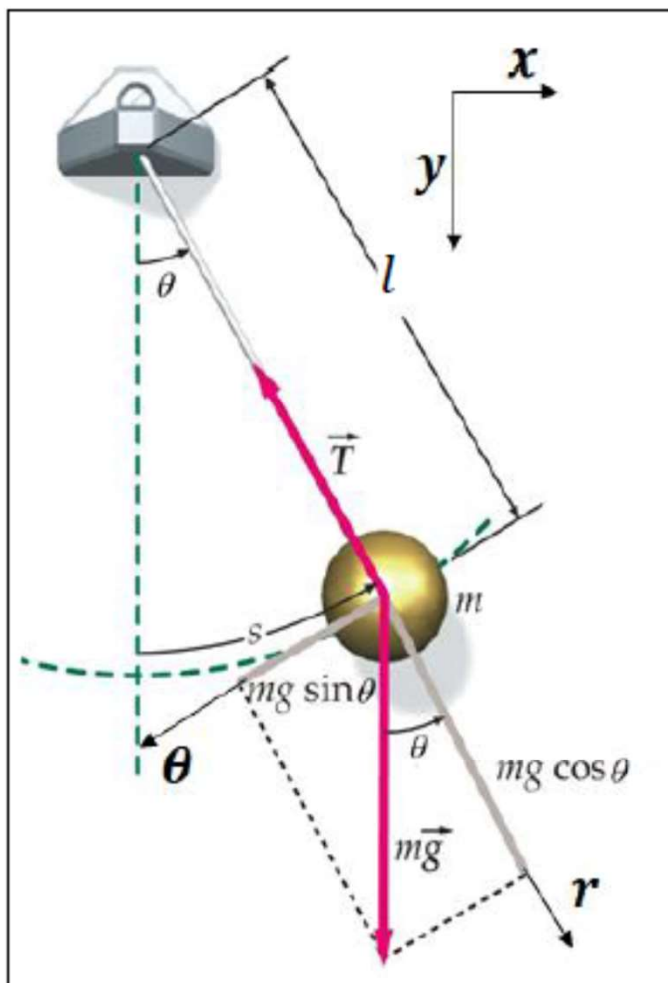
$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} = -g \sin \theta$$

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Ecuación  
diferencias  
de 2<sup>do</sup> orden

## Diagrama de cuerpo libre



## Período de un Péndulo Simple

Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0$$

$$\theta \ll 1 \Rightarrow \text{sen}\theta \approx \theta \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

Solución:  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$   $\theta_0 \ll 1$

donde  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$   $f = \frac{\omega}{2\pi}$   $T = \frac{2\pi}{\omega}$

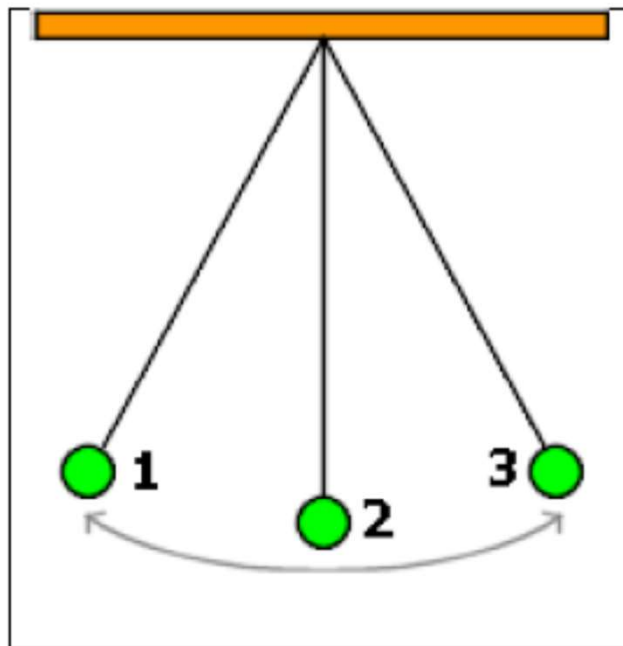
Período de un péndulo de longitud  $l$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



## Período de un Péndulo Simple

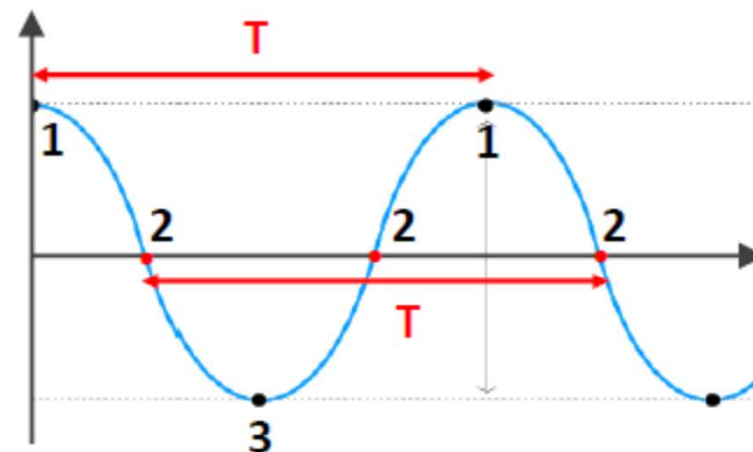
### Período del péndulo



*¿Y si comienzo a medir cuando pasa por el punto de equilibrio (2)?*

### Tiempo de una oscilación completa

Tiempo que tarda el péndulo en partir desde uno de sus extremos de amplitud (1), pasar por el punto de equilibrio (2), llegar al otro extremo de amplitud (3) y regresar nuevamente al primer punto (1)





## EXPERIMENTO

### EXPERIMENTO (VER GUÍA 2)

- Longitud del Péndulo de alrededor de 80 – 100 cm
- Pesar la masa

#### Actividad 1 (cada integrante):

- Realizar 20 mediciones del período del péndulo ( $\theta < 10^\circ$ ) ( $N = 20$ ).
- Realizar histogramas para cada experimento.

#### Actividad 2 (un solo integrante):

- Realizar 180 mediciones más y sumarle las anteriores (200 en total)
- Dividirlos en 5 series de  $N=10, 20, 50, 100$  y  $200$  (orden en que fueron medidos).
- Realizar Histogramas de cada serie.

#### Ambas actividades:

- Obtener los valores característicos de cada serie.



## ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Ambas actividades: Incerteza (Ancho altura mitad, Max-Min)

Actividad 1 (cada integrante):

- Analizar forma de la distribución (similitudes y diferencias)
- Analizar valores característicos y errores para cada experimento
- Informar como  $(x \pm \Delta x)$ , comparar, generalizar...

Actividad 2 (un solo integrante):

- Lo mismo, pero ahora en función del nro de mediciones de la serie.
- ¿la forma depende de  $N$ ? ¿cómo cambia? ¿la distribución parece indicar un único valor más probable o es uniforme?
- A partir de los resultados y su análisis, reportar el mejor valor del período del péndulo posible, con su incerteza.

## CONCLUSIONES