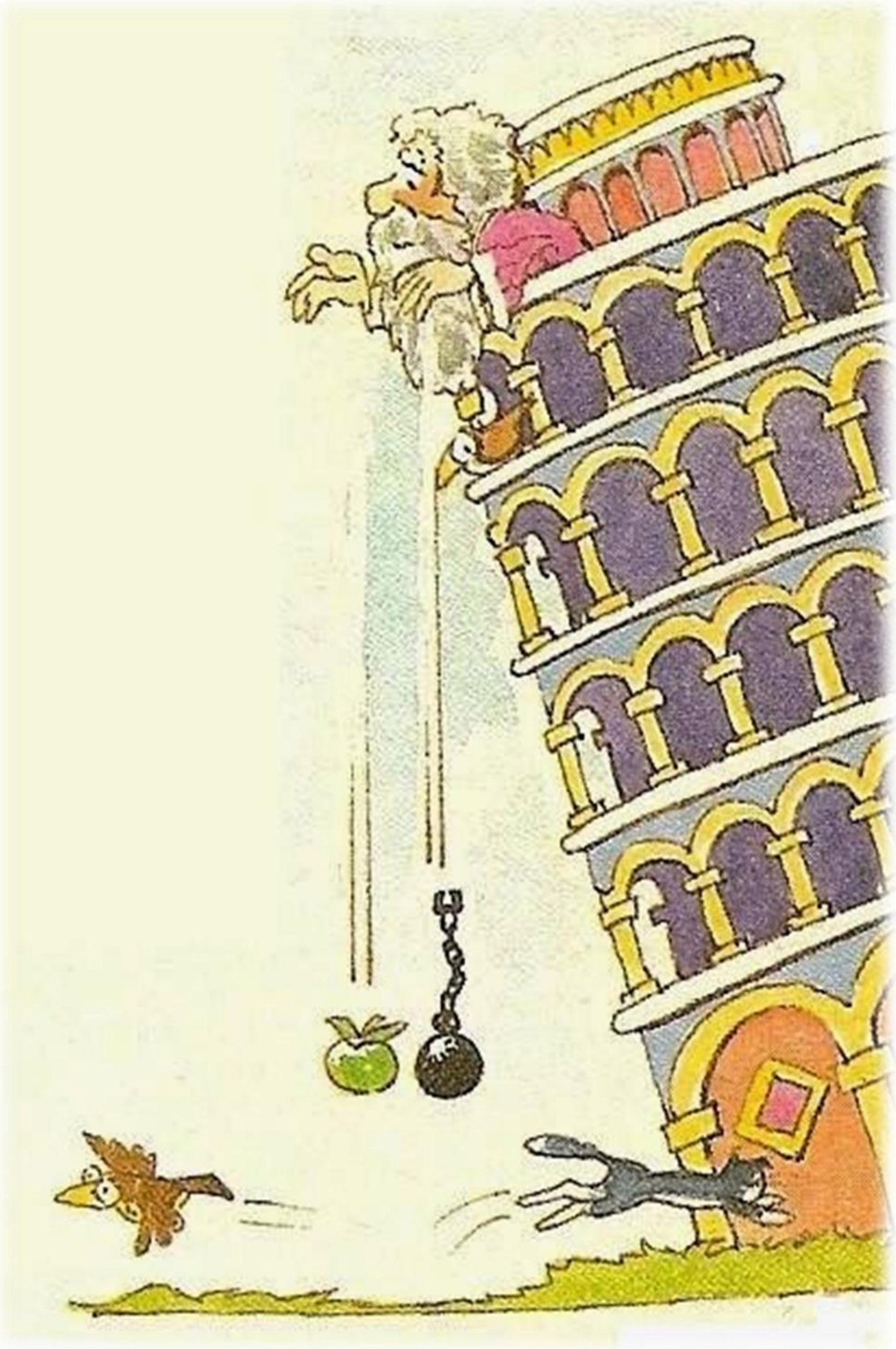
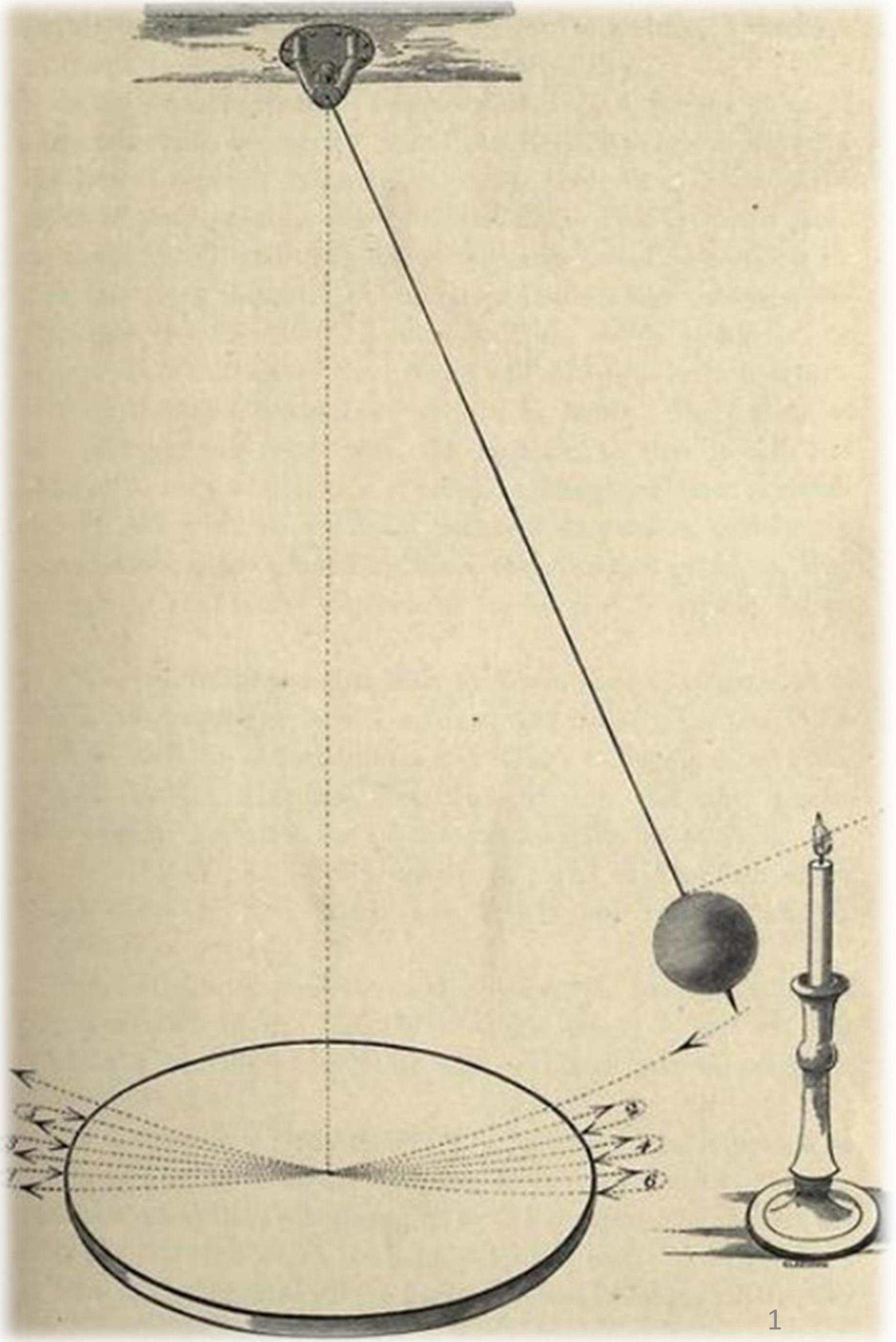


Laboratorio 1

Turno D

Clase 8
Caída libre.
Tiro vertical, oblicuo y horizontal

(20/05/2023)



Caída libre → Movimiento de un cuerpo bajo la acción exclusiva de un campo gravitatorio

Caída real → Incluye las caídas reales influenciadas en mayor o menor medida por la resistencia aerodinámica del aire u otra que tenga lugar en el seno de un fluido

También se aplica a objetos en movimiento vertical ascendente sometidos a la acción de la gravedad (desaceleración). →

Disparo o tiro vertical

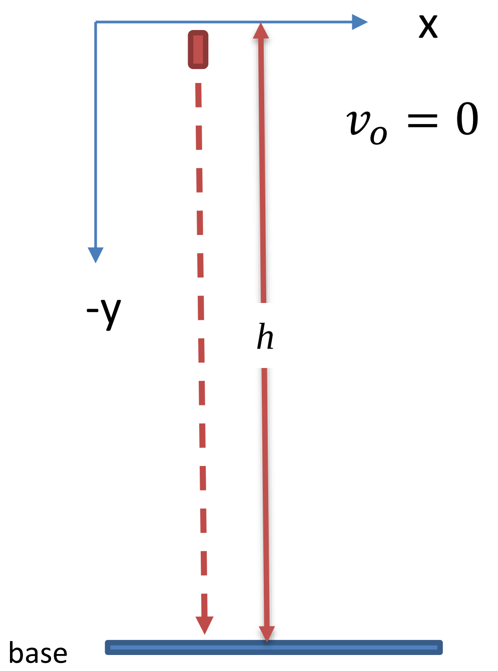
Tanto en tiro vertical como en caída libre la aceleración es la de la gravedad


BBC TWO
CAP
16TON

En la caída libre ideal

Se desprecia la resistencia aerodinámica que presenta el aire al movimiento del cuerpo, analizando lo que pasaría en el vacío.

La aceleración que adquiriría el cuerpo sería debida exclusivamente de la gravedad, siendo independiente de su masa



Si asumimos que no hay resistencia del aire podemos usar la ecuaciones conocidas del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

La diferencia es que vamos a considerar la coordenada *y* en vez de *x*.

aceleración

aceleración de la gravedad

$$v = v_o + at \Longrightarrow v = v_o + gt \Longrightarrow v = gt$$

caída libre

Velocidad inicial

$$y = y_o + v_o t + \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{y_o = 0 \quad v_o = 0} \boxed{h = \frac{1}{2}gt_h^2}$$

$v^2 = v_o^2 + 2ay$ Sale de la conservación de la energía $\longrightarrow$

$$W = Fy$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 - \frac{1}{2}\cancel{m}v_o^2 = \cancel{m}ay$$

Que pasa si se aplica una fuerza para elevar el cuerpo y luego cae

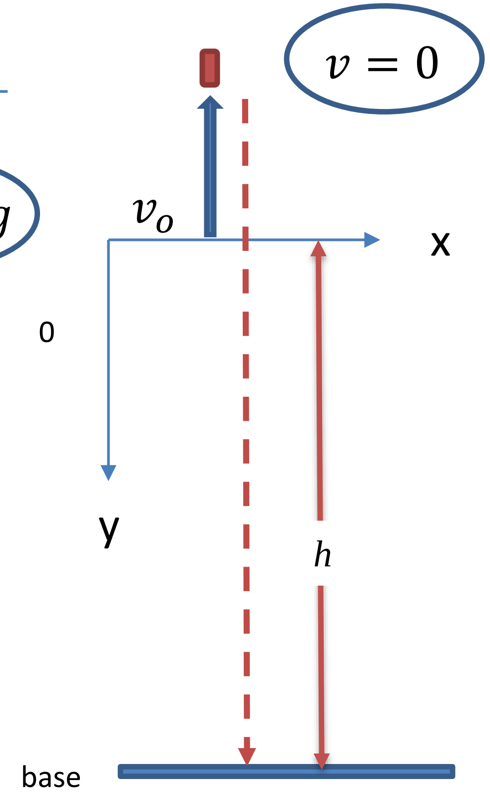
$$v^2 = v_o^2 + 2ay \longrightarrow 0 = v_o^2 - 2gy$$

Si se aumenta la velocidad, aumenta la distancia recorrida

$$y = \frac{v_o^2}{2g}$$

Distancia recorrida

$a = -g$



La velocidad a la cual se escapa de la atracción gravitacional de la Tierra es la velocidad de escape v_{esc}

$$\left.\begin{aligned} EC &= \frac{1}{2}mv^2 \\ EP &= -\frac{GMm}{R} \end{aligned}\right\} \quad ET = E_1 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R}$$

G : cte. de gravitación universal

G = 6.672 x 10^{-11} N m^2/kg^2

A una distancia infinita de la Tierra

$$\left.\begin{aligned} EC &= 0 \\ EP &= -\frac{GMm}{\infty} = 0 \end{aligned}\right\} \quad ET = E_2 = 0$$

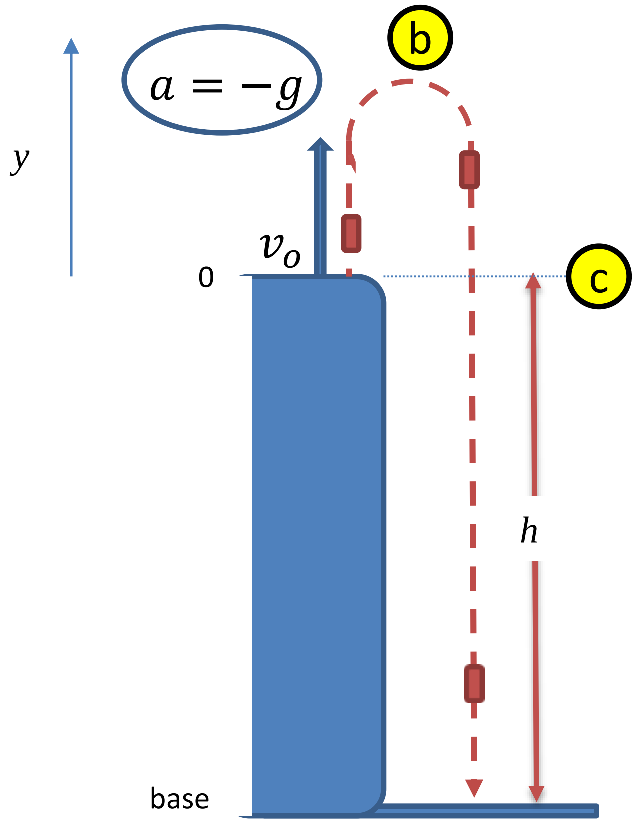
Por Conservación de Energía

$$E_1 = E_2 \longrightarrow 0 = \frac{1}{2}mv_{esc}^2 - \frac{GMm}{R}$$

$$\longrightarrow v_{esc}^2 = \frac{2GM}{R} \qquad v_{esp} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \longrightarrow \boxed{v_{esp} = \sqrt{2gR}} \rightarrow v_{esp} = 11.2\ km/s$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \qquad R \approx 6400\ km$$

Que pasa si se aplica una fuerza para elevar el cuerpo y luego cae



b $\quad v = 0$

c $\quad v = -v_o$

$$v = -v_o + gt$$

$$y = y_o + v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$-h = -v_o t_b + \frac{1}{2} g t_b^2$$

Preguntas

¿ Cuál es la altura máxima ?

¿ Cual es la velocidad en puntos extremos ?

¿ Cual es la aceleración ?

¿ Cuanto tiempo se tarde en alcanzar la altura máxima y el fondo ?

Trabajo Práctico N° 4. Parte A

A

- Estudiar el fenómeno de caída libre.
- Se filmará la caída de un objeto desde una cierta altura y se analizará el video usando Tracker.

https://www.youtube.com/watch?v=3iABAnaeQ3M

- Pensar que objeto conviene usar.
- Con la información obtenida, se debe graficar la trayectoria en función del tiempo, verificar si se cumplen las ecuaciones de trayectoria en caída libre.

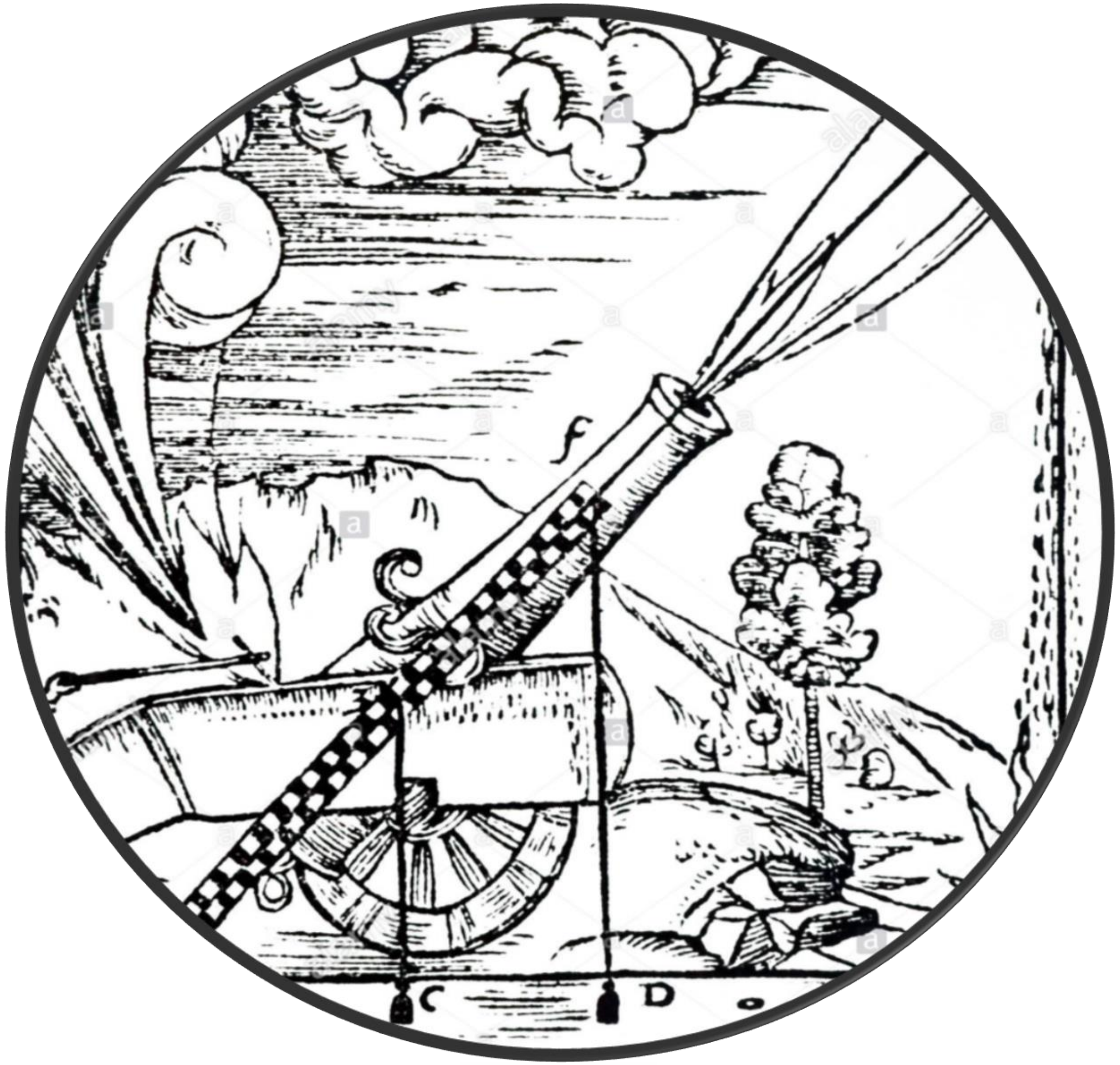
  Estimar la aceleración de la gravedad $\boldsymbol{g}$.

$$y = y_o + v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

- Realizar la experiencia por lo menos 4 veces desde la misma altura. Considerar la propagación de errores.
- Utilizando regresión por cuadrados mínimos calcular $\boldsymbol{g}$ (considerando alturas diferente)

$$h = \frac{1}{2} g t_h^2$$

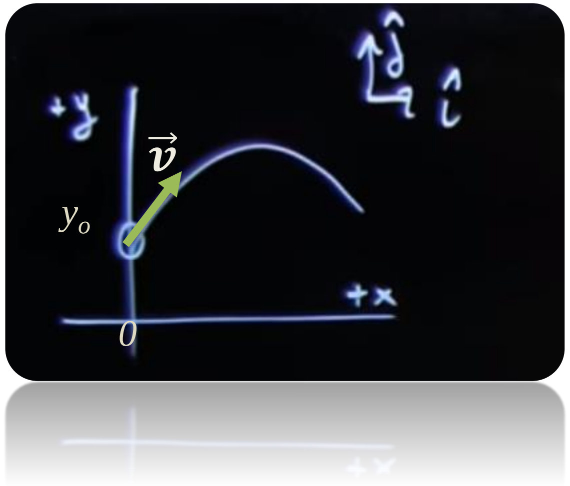
- Hacer la experiencia lanzando el objeto hacia arriba (tratar de mantener la vertical) y analizar los resultados. Solo la ecuación de movimiento. Estimar la velocidad inicial.

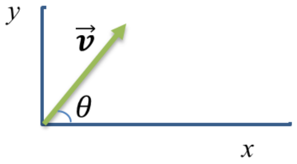


Tiro oblicuo
Tiro horizontal

Tiro oblicuo

Uno de los movimientos más comunes que podemos ver a diariamente es el de un objeto que se mueve hacia arriba con un cierto ángulo (con una velocidad) y luego cae por efecto de la gravedad.





Para entender la cinemática de este movimiento aplicamos la 2da ley de Newton

Objeto afectado por la fuerza gravitacional

$m\vec{g}$

Las ecuaciones de movimiento involucradas son :

$$\hat{j} \longrightarrow \quad -mg = -ma_y$$

$$\hat{i} \longrightarrow \quad 0 = -ma_x$$

Consideramos que no hay fuerzas aplicadas y despreciamos rozamiento del aire

$$v_y(t) = v_{y,o} - gt$$

$$y(t) = \boxed{y_o} + v_{y,o}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{y = y_o + v_{y,o}\frac{x}{v_{o,x}} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{x,o}^2}}$$

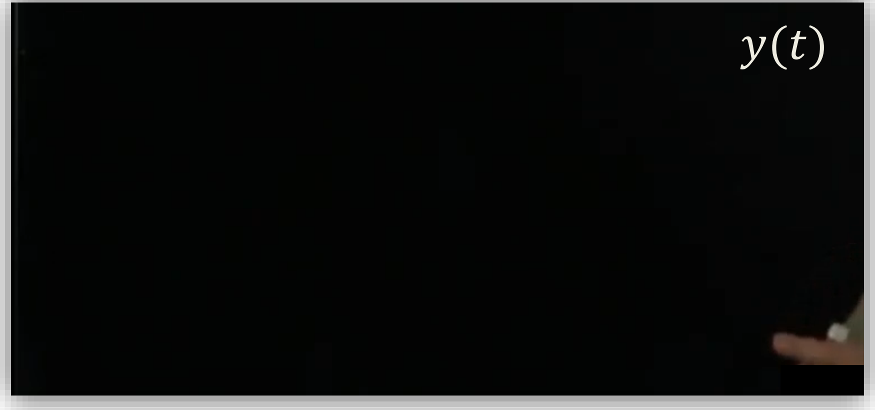
Ecuación parabólica

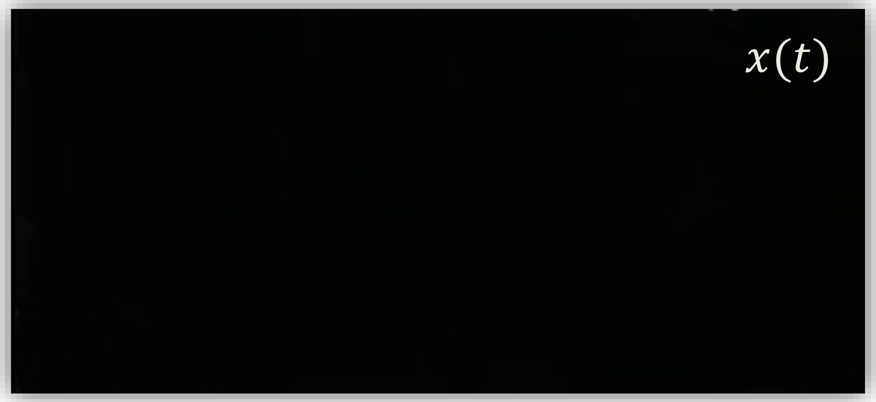
$$v_x(t) = v_{x,o}$$

$$x(t) = x_o + v_{x,o}t \ = v_{x,o}t \qquad t = \frac{x}{v_{x,o}}$$

Parametrizando en el tiempo

$$x_o = 0$$





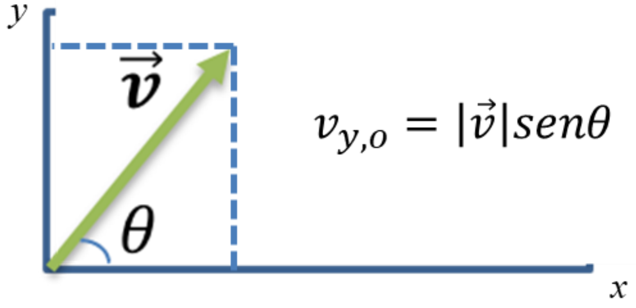
$$\boxed{y = y_o + v_{y,o}\frac{x}{v_{o,x}} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{x,o}^2}}$$ 1

$$y(t) = y_o + v_{y,o}t - \frac{1}{2}gt^2$$ 2

$$x(t) = v_{x,o}t$$ 3

Tenemos tres representaciones de la ecuación de movimiento

$$y = y_o + v_{y,o}\frac{x}{v_{x,o}} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_{x,o}^2}$$ Ecuación parabólica



$$v_{y,o} = |\vec{v}|sen\theta$$

$$v_{x,o} = |\vec{v}|cos\theta$$

$$y = y_o + \cancel{|\vec{v}|}sen\theta\frac{x}{\cancel{|\vec{v}|}cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{|\vec{v}|^2 cos\theta^{\ 2}}$$

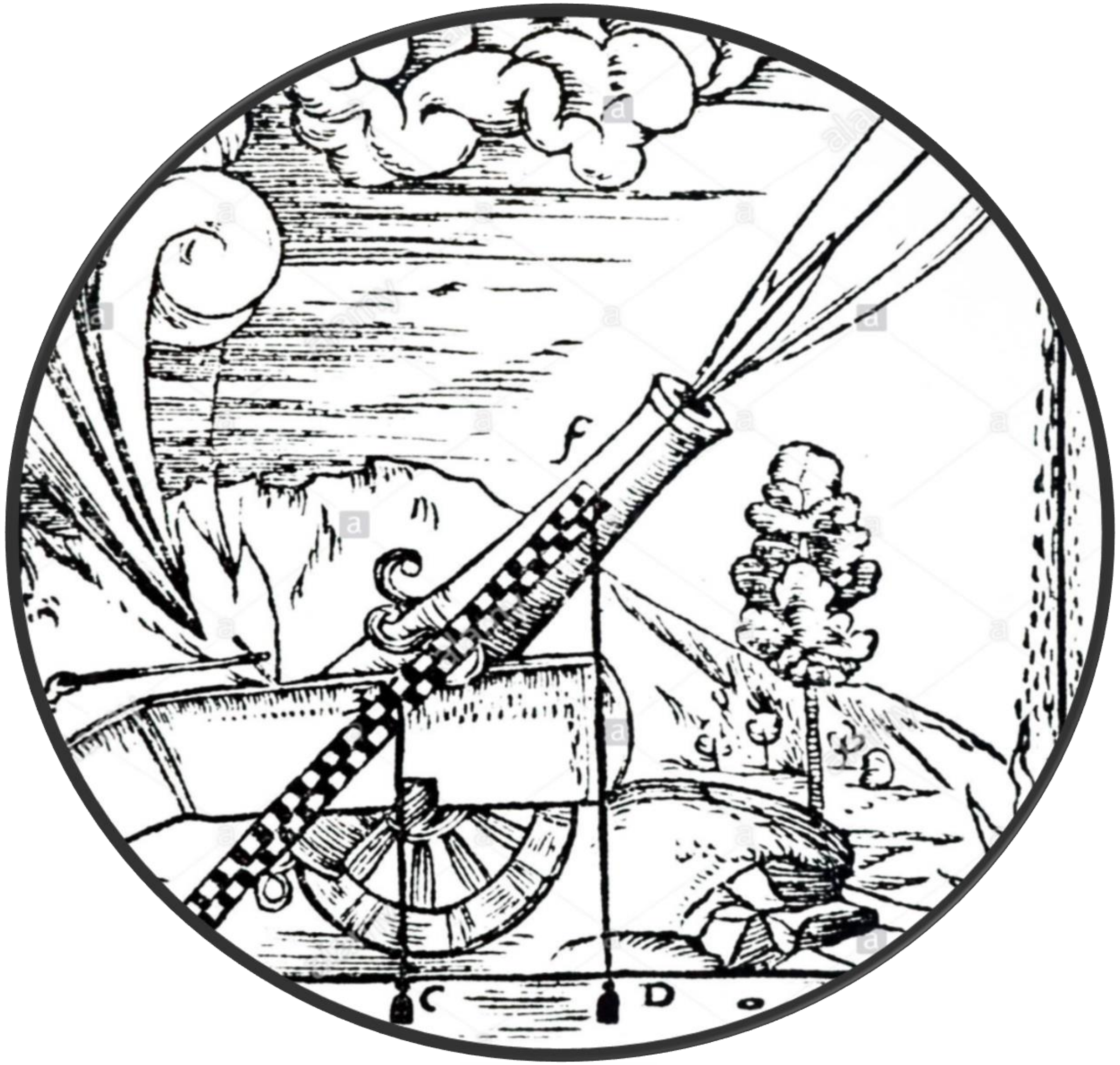
$$y = y_o + x\ tan\theta - \frac{gx^2}{2|\vec{v}|^2}\boxed{\sec^2\theta}$$

$$y = y_o + x\ tan\theta - \frac{gx^2}{2|\vec{v}|^2}\boxed{(1 + tan^2\theta)}$$

4

De la ecuación paramétrica puedo estimar g

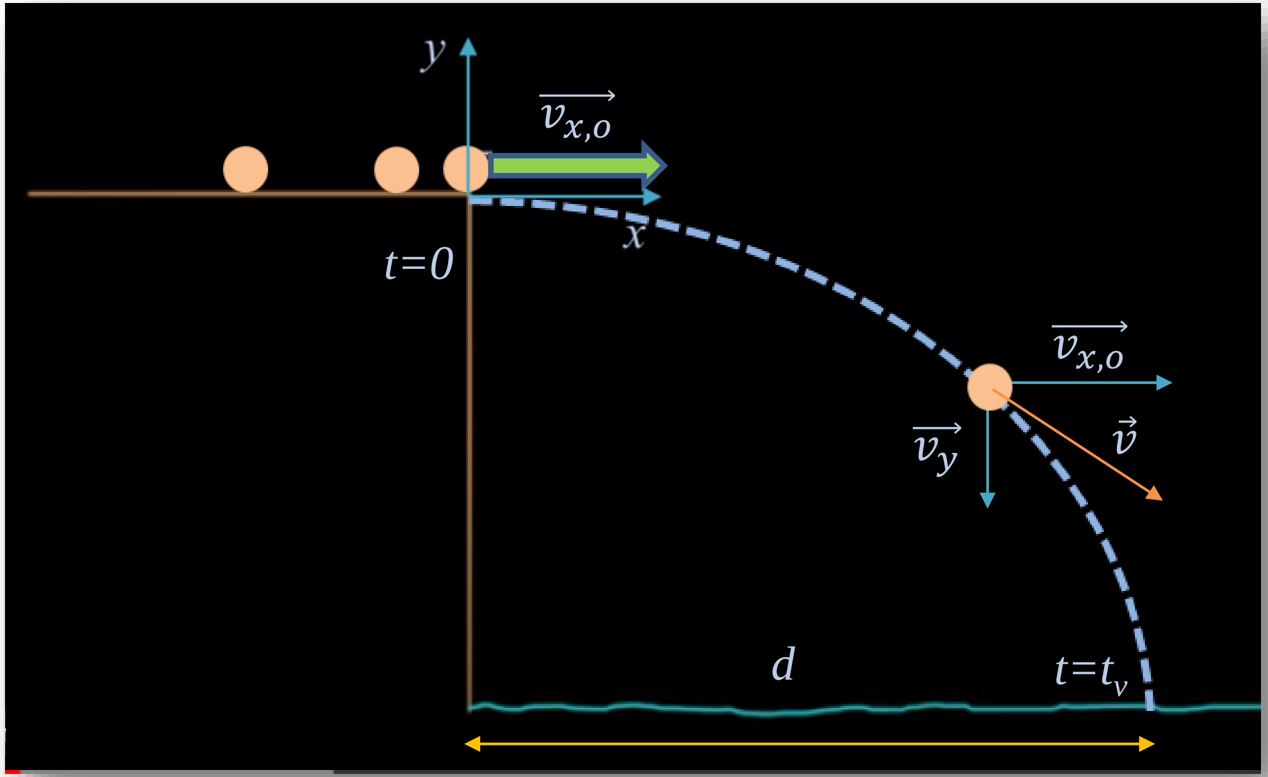
Con Tracker puedo sacar de $x(t)$ e $y(t)$ $\left\{ \begin{array}{l} v_{x,o} \\ v_{y,o} \end{array} \right.$ $\Rightarrow$ Se estima θ



Tiro oblicuo
Tiro horizontal

Tiro horizontal

Se define el movimiento como tiro horizontal si la velocidad del móvil es constante en la dirección x



- ✓ Definimos un sistema de referencia cartesiano.
- ✓ Definimos el origen de coordenadas en el lugar donde le móvil se separa de la base.
- ✓ Ese instante será el *t = 0*
- ✓ Se desprecia el rozamiento con el aire
- ✓ El movimiento horizontal un MRU.
- ✓ El movimiento vertical es MRUA.

$$v_x(t) = v_{x,o} \quad (1)$$

$$x(t) = \cancel{x_o} + v_{x,o}t$$

$$v_y(t) = \cancel{v_{y,o}} - gt \quad (2)$$

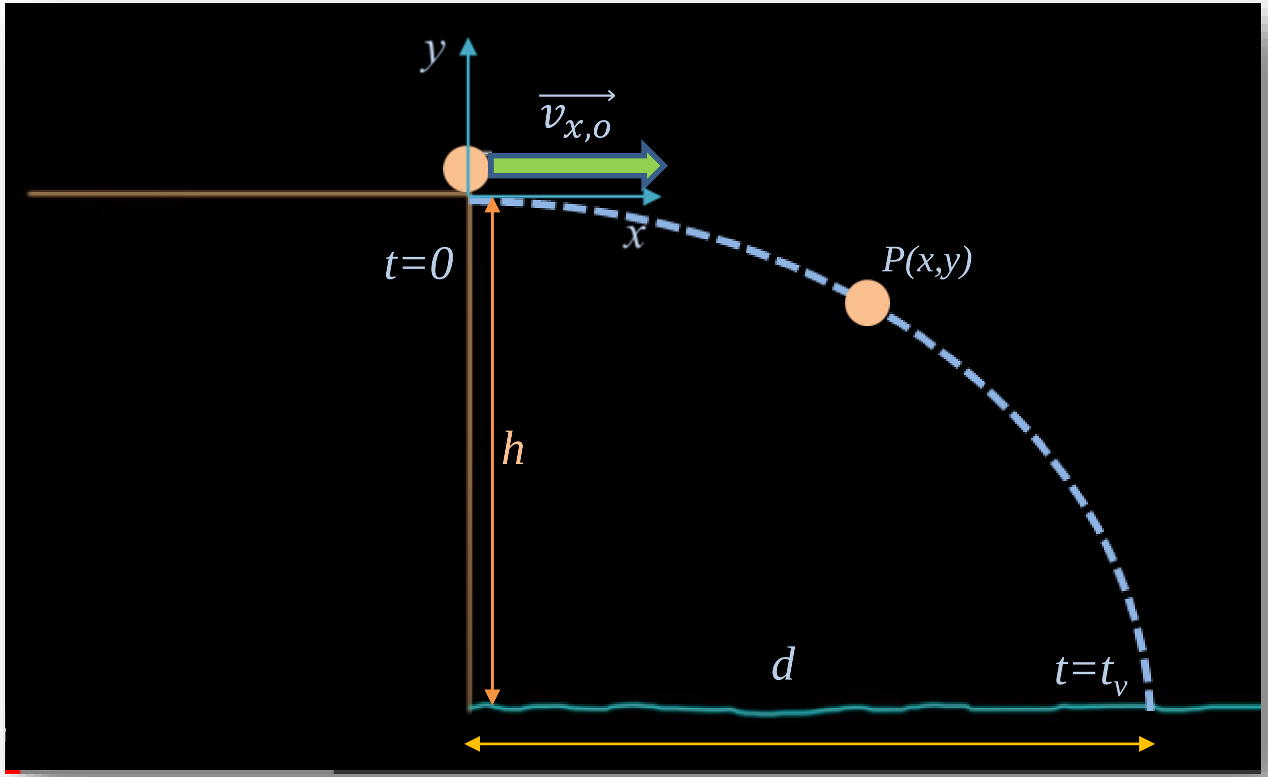
$$y(t) = y_o + \cancel{v_{y,o}}t - \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[y_o = 0]{} y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

(1), (2) } Velocidad en un dado instante

$$v = \sqrt{{v_{x,o}}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{{v_{x,o}}^2 + (-gt)^2} = \boxed{\sqrt{{v_{x,o}}^2 + g^2t^2}}$$

Tiro horizontal

Supongamos que se quiere encontrar la trayectoria en *P(x,y)*



$$\left.\begin{aligned} x(t) &= v_{x,o}t \\ y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}\right\}$$

Se parametriza en el tiempo

$$\boxed{y(t) = -\frac{g}{2v_{x,o}^2}x^2}$$

Si se conoce la altura *h* y la distancia *d* → Se puede estimar $v_{x,o}$

Trabajo Práctico N° 4. Parte B - C

B

- Estudiar el fenómeno de Tiro Oblicuo.
- Se filmará el lanzamiento de una pelota (tipo tenis) con un cierto ángulo hacia arriba y se analizará el video usando el programa Tracker.
- Con la información obtenida :
  - ✓ Estimar el ángulo inicial,
  - ✓ Graficar la trayectorias en x e y en función del tiempo,
  - ✓ Verificar si se cumplen las ecuaciones de trayectoria de tiro oblicuo.
  - ✓ Estimar la aceleración de la gravedad $\boldsymbol{g}$
- Repetir la experiencia con distintos ángulos iniciales (por lo menos 2 más).

Trabajo Práctico N° 4. Partes B - C

C

- Estudiar el fenómeno de Tiro Horizontal.
- Hacer deslizar una pelota por una mesa con una cierta velocidad y filmar su trayectoria mientras cae de la mesa.
- Analizar el video con el programa Tracker.
- Obtener la trayectoria de la coordenada *y* en el tiempo. Obtener la aceleración de la gravedad *g* por regresión por cuadrados mínimos

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

- Obtener la trayectoria de la coordenada *x* en el tiempo y obtener la velocidad inicial por regresión por cuadrados mínimos

$$x(t) = x_o + v_{x,o}t$$

- Realizar la experiencia para 4 velocidades diferentes. Estimar la velocidad $v_{x,o}$ y *g* en cada caso.
- Analizar la dispersión de *g*.
- Comprobar mediante una regresión por cuadrados mínimos que se cumple (por lo menos 7 puntos)

$$h = -\frac{g}{2v_{x,o}^2}d^2$$

¿ PREGUNTAS ?