

# Laboratorio 1

Turno D

Clase 9 – Trabajo Práctico  
Constante de un resorte  
(métodos estático y dinámico)

(3/06/2023)

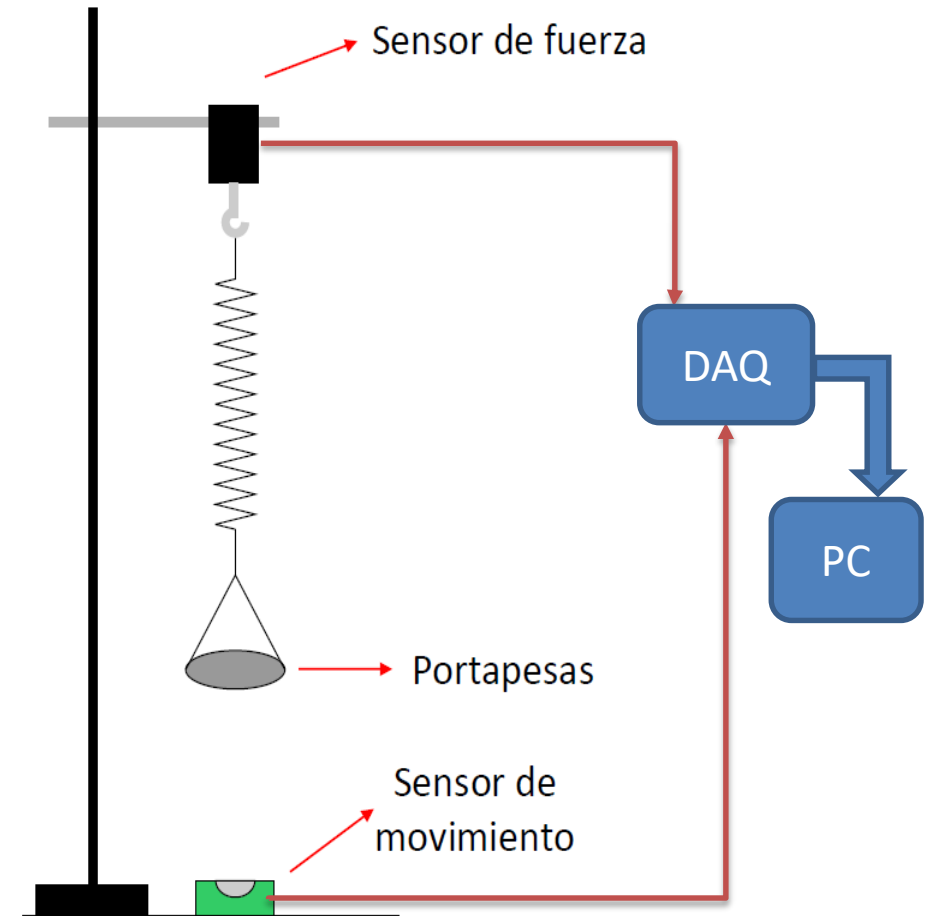
## Trabajo Práctico N° 6

- Obtener el coeficiente elástico de un resorte con un Método Estático.
- Armar un dispositivo como el de la figura.
- Un resorte que pueda estirarse con el peso de pesas.
- En el extremo superior se coloca un Sensor de Fuerza.
- En el piso colocamos un sensor de posición (movimiento).
- Las pesas, el porta-pesas y el resorte los pesamos previamente en la balanza.

Frecuencia de muestreo  $< 30$  Hz

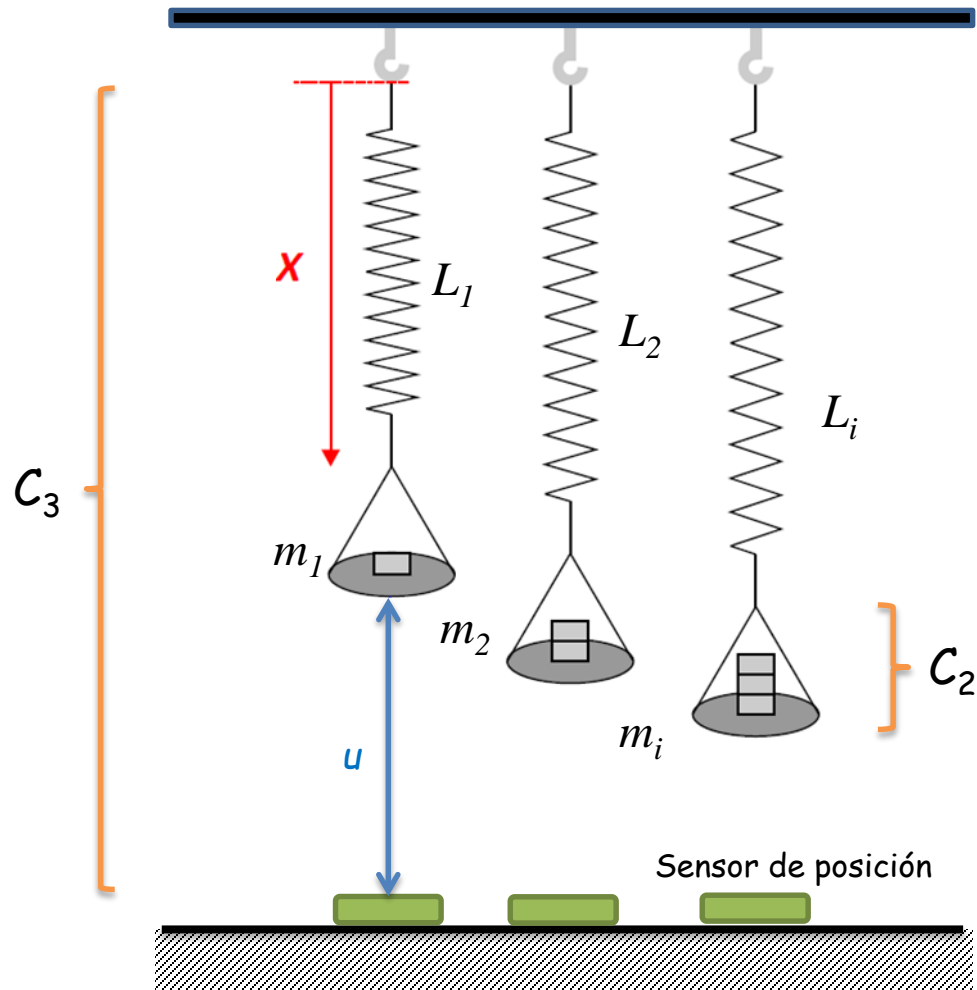
Distancia sensor de posición al portapesa  $> 20$  cm

Estimar rigurosamente los errores en ambas magnitudes



## Parte A : Medición estática sin Sensor de Fuerza

$l_0 =$  longitud inicial del resorte (sin carga)



- En equilibrio

$$P + F_{ELA} = 0$$

$$P = k(x - l_0) = kx + C_1$$

Podemos determinar  $k$  como la pendiente de una recta de ajuste, midiendo como cambia  $x$  al cambiar el peso colgante.

- El sensor mide  $u$ , pero se pueden vincular:

$$x + u + C_2 = C_3$$

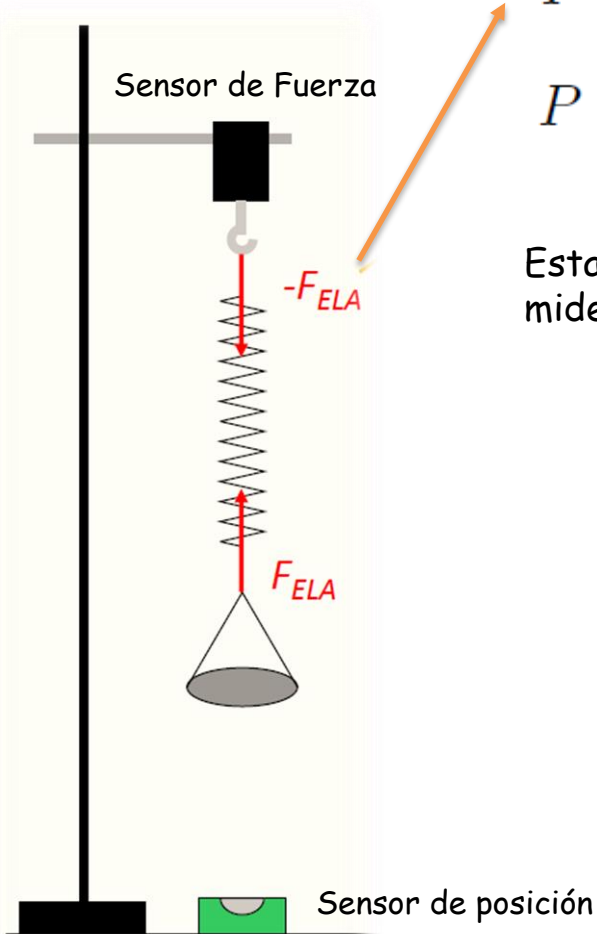
$$x = -u + C_4$$

$$P = -ku + C_5$$

- Medir la posición  $u$  para 7 pesas diferentes.
- Calcular  $k$  mediante una regresión lineal.

## Parte B : Medición estática con Sensor de Fuerza

El sensor no mide la fuerza sobre la masa, sino sobre sí mismo



$$P + F_{ELA} = 0$$

$$P = -F_{ELA} = -ku + C_5$$

Esta es la magnitud que mide el sensor de Fuerza



Dual-Range Force Sensor Vernier

Rango de 0.01 a 50 N.

Tiene dos rangos de fuerza .

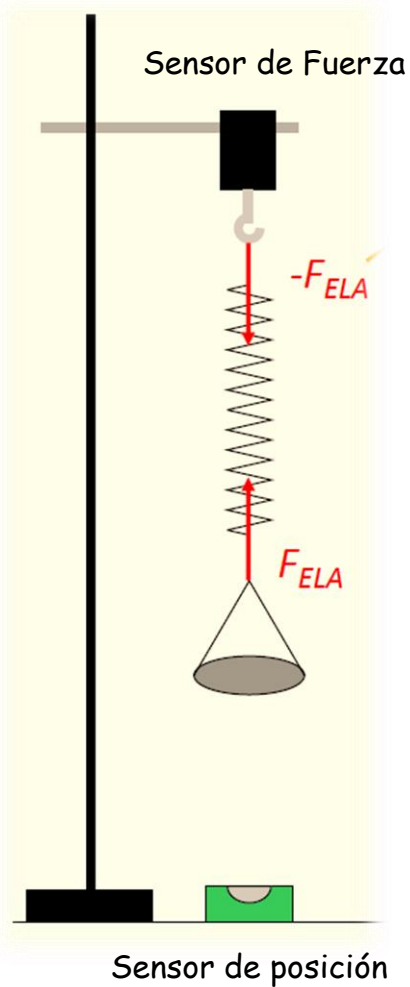
+10 N con una resolución de 0.01 N

+50 N con resolución de 0.05 N.

La señal de salida es analógica.

Se digitaliza al pasar por el conversor A/D.

## Parte B : Medición estática con Sensor de Fuerza



Principio de funcionamiento:

La flexión de una viga causa cambios de una resistencia en un circuito interno. Esto genera un cambio de voltaje de salida del sensor que es proporcional a la fuerza ejercida sobre la viga.

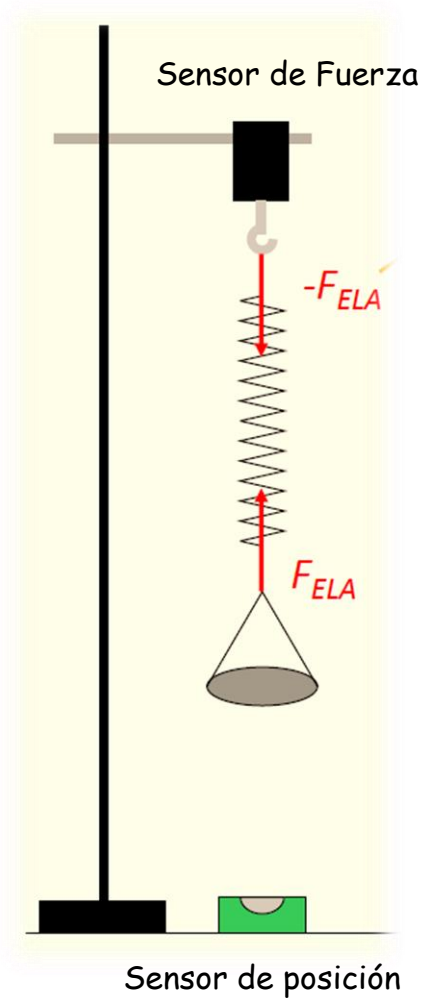
A mayor rango menor resolución.  
Se debe realizar una calibración propia.

$$\text{Fuerza} = K_0 + K_1 * \text{Voltaje}$$

Calibración :

- No aplicar fuerza al sensor y colocarlo en orientación vertical.
- Seleccionar la opción de calibración en el programa en el programa MotionDaq.
- Introducir 0 N como la primera fuerza conocida.
- Aplicar una fuerza conocida al sensor, colgando una masa en el gancho del sensor.
- Introduzca el peso de la masa (1 kg aplica una fuerza de 9,8 N).
- Para este segundo punto de calibración :
  - En el rango de  $\pm 10$  N, utilizar 300 g de masa (2,94 N).
  - En el rango de  $\pm 50$  N, utilizar una masa de 1 kg (9,8 N).

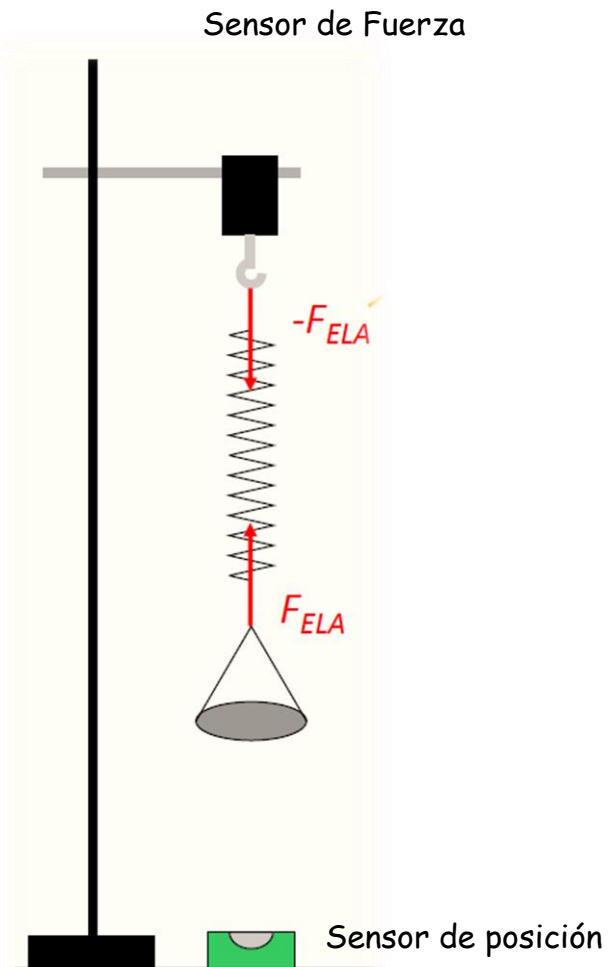
## Parte B : Medición estática con Sensor de Fuerza



- Medir la posición  $u$  y la fuerza para 7 pesas diferentes en forma simultanea.
- Calcular  $k$  mediante una regresión lineal.

$$P = -ku + C_5$$

## Trabajo Práctico N° 6 - Parte C



- Obtener el coeficiente elástico de un resorte con un Método Dinámico.
- Usar el mismo dispositivo que en el caso estático.
- Se elongará el sistema hasta una nueva posición de equilibrio.
- Se procede a poner a oscilar el sistema y lectura de los sensores en función del tiempo. Verificar que ese trate de un sistema en pequeñas oscilaciones.
- Realice este procedimiento para 5 pesos distintos.

Se puede estimar parámetros con las señales en función del tiempo por separado.

$$x(t) = l_0 + \frac{mg}{k} + A \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi)$$

$$u(t) = C_6 + B \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{Con el Sensor de posición}$$

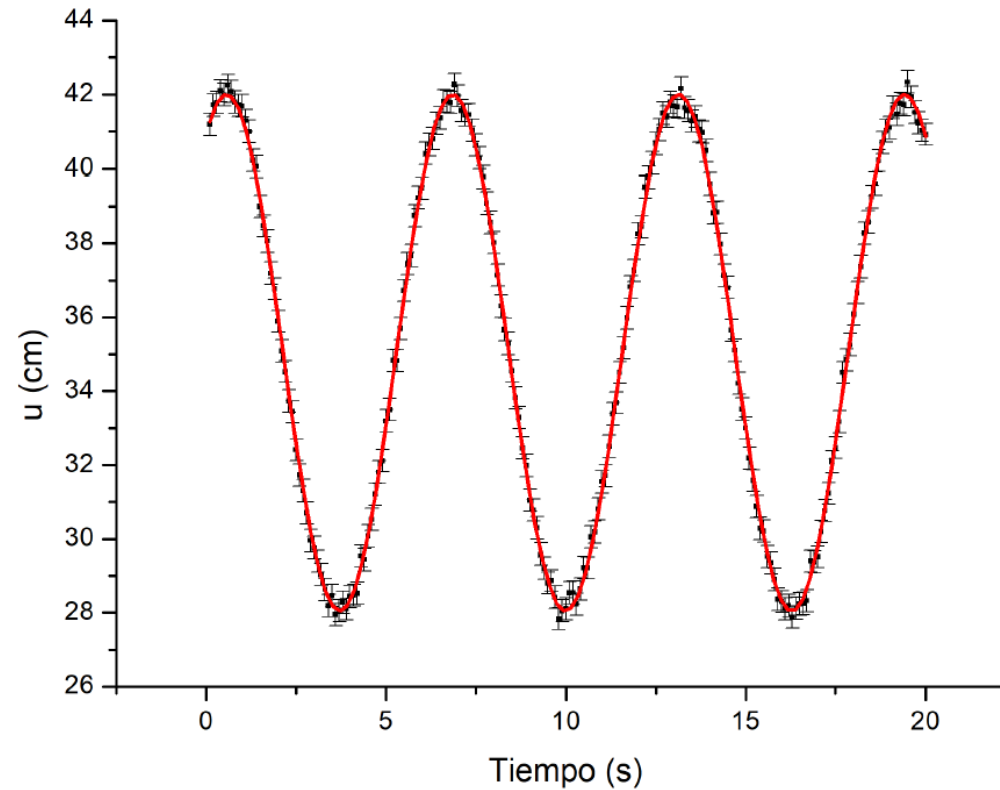
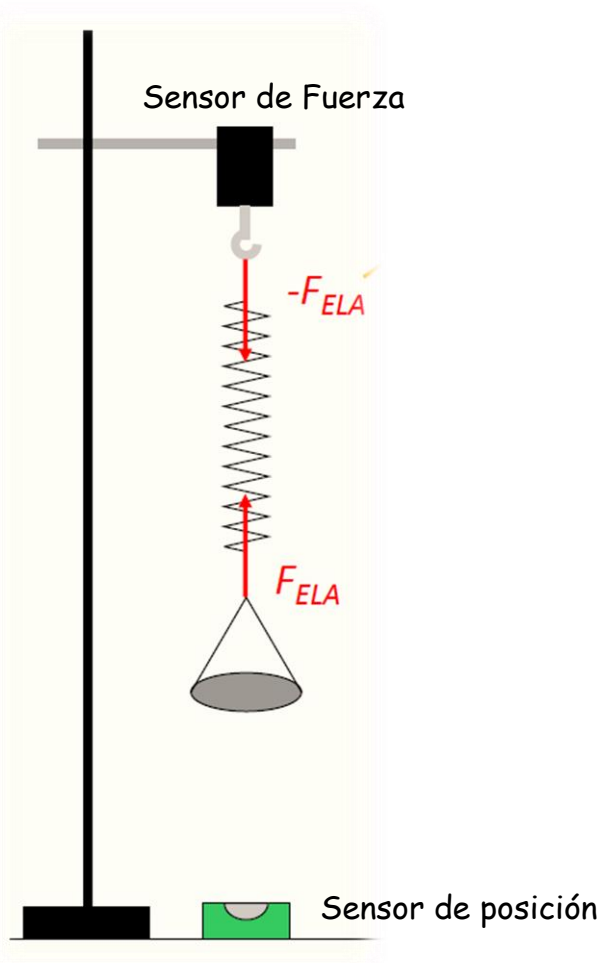
$$F(t) = C_7 + C \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{Con el Sensor de Fuerza}$$

## Trabajo Práctico N° 6 - Parte C

Se puede estimar parámetros con las señales en función del tiempo por separado.

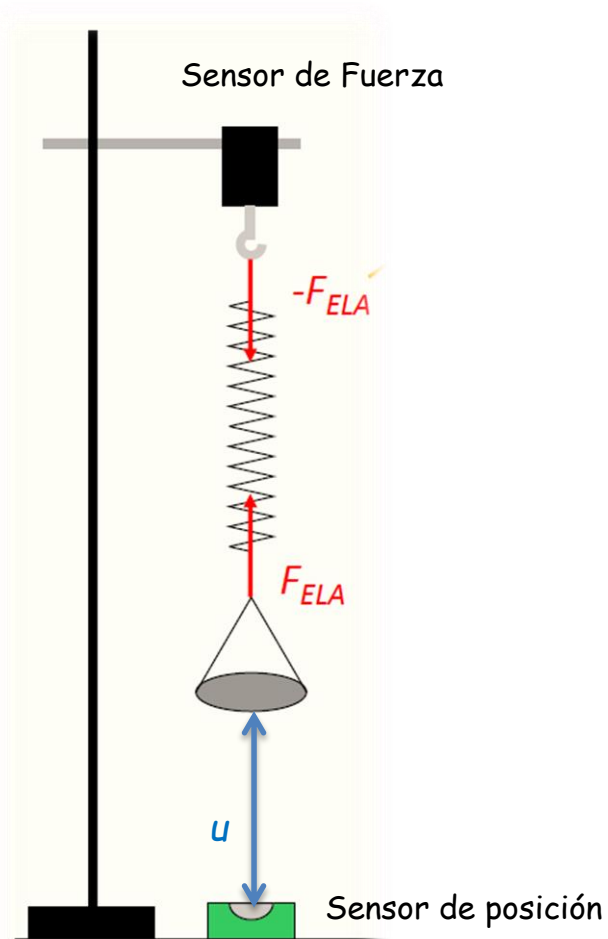
$$x(t) = l_0 + \frac{mg}{k} + A \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi)$$

$$u(t) = C_6 + B \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{Con el Sensor de posición}$$





## Trabajo Práctico N° 6 - Parte C



- ✓ Determinación de la constante elástica  $k$  mediante un ajuste no lineal

Supongamos que medimos  $u(t)$ , también vale para  $F(t)$ .

$$u(t) = C_6 + B \operatorname{sen}(\omega_0 t + \varphi) \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Queremos encontrar los parámetros  $(C_6, B, \omega_0, \varphi)$  que minimizan:

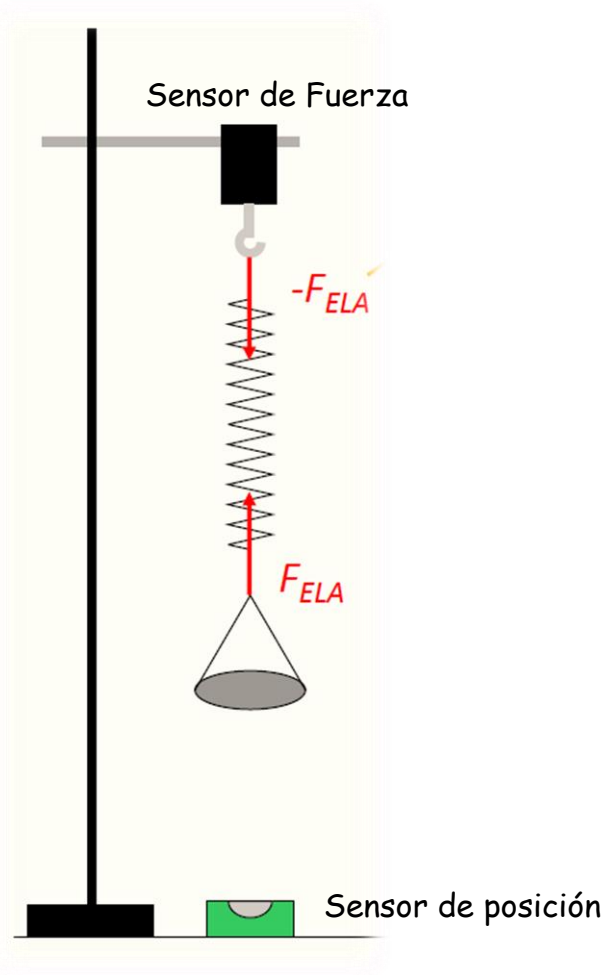
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{u_i - (C_6 + B \operatorname{sen}(\omega_0 t_i + \varphi))}{\sigma_i} \right]^2$$

En este caso, hay una dependencia **no lineal** en los parámetros  $\omega_0$  y  $\varphi$

Se resuelve con métodos computacionales. Son iterativos, no tienen solución única y dependen de los parámetros iniciales que se propongan.

Origin tiene métodos incorporados para las funciones que necesitamos. De esta manera, se puede determinar  $\omega_0$ , y despejar  $k$  (habiendo determinado  $m$  con la balanza) para comparar con el resultado de otros métodos.

## Trabajo Práctico N° 6 - Parte C



### Resumiendo

- Una vez registrada la oscilación en función del tiempo, estudie la dependencia de la frecuencia  $\omega_0$  con la masa.

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

- ¿Cómo debería graficar estas variables para obtener una relación lineal?
- ¿Cuál es la variable con mayor incertidumbre relativa?
- Determine la constante elástica del resorte y su incertidumbre por este método. Compare con el valor obtenido por el método estático.
- A partir de sus mediciones, evalúe si el sistema estudiado verifica la ecuación de movimiento propuesta.



**¿ PREGUNTAS ?**