

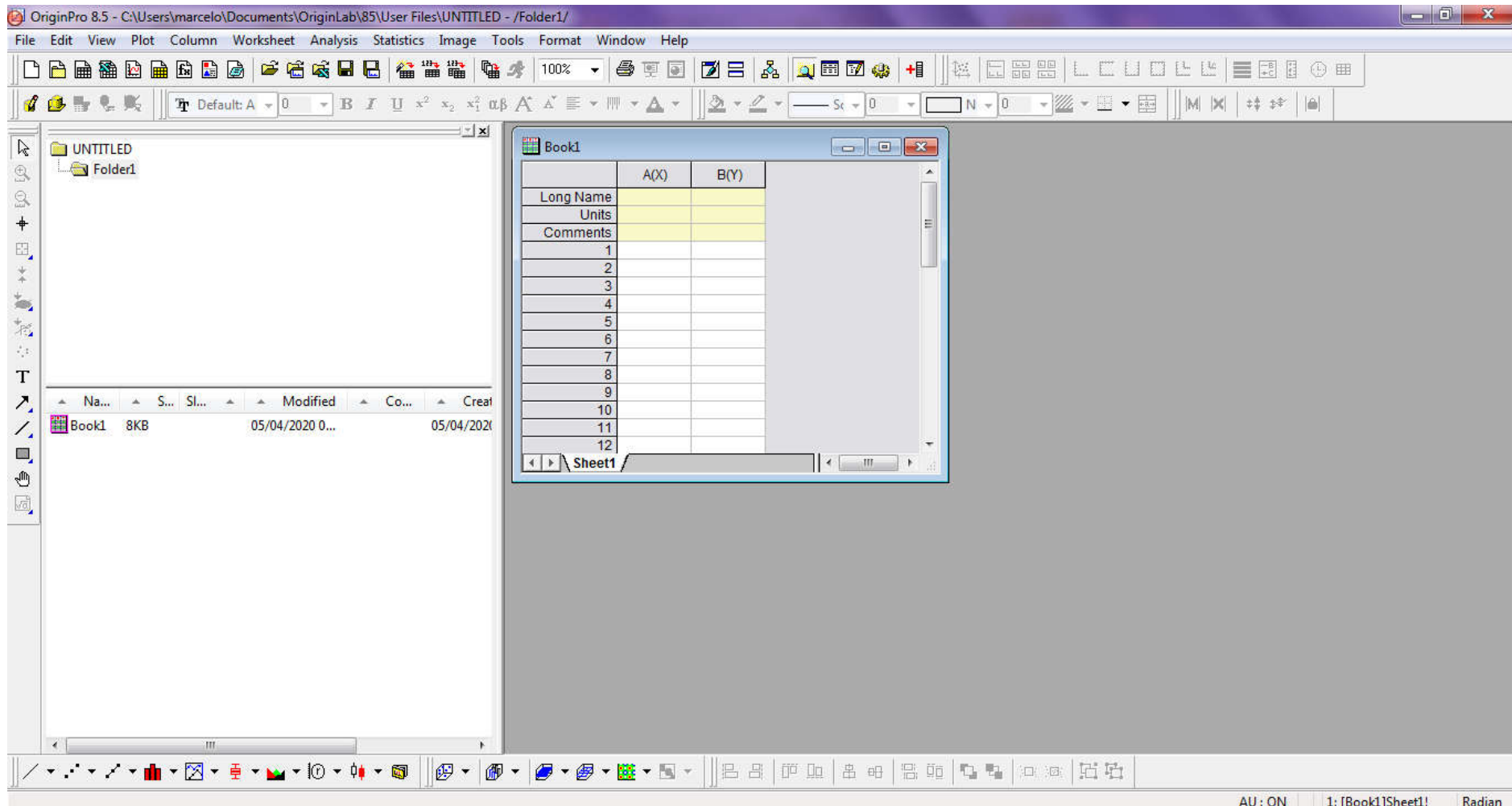
¿Cómo hacer un gráfico de dispersión de puntos con el Origin?

¿Cómo realizar una regresión lineal por cuadrados mínimos?

¿Cómo realizar operaciones entre columnas?

¿Cómo hacer un gráfico de dispersión de puntos (Scatter plot) con el Origin?

# Pantalla de inicio del Origin

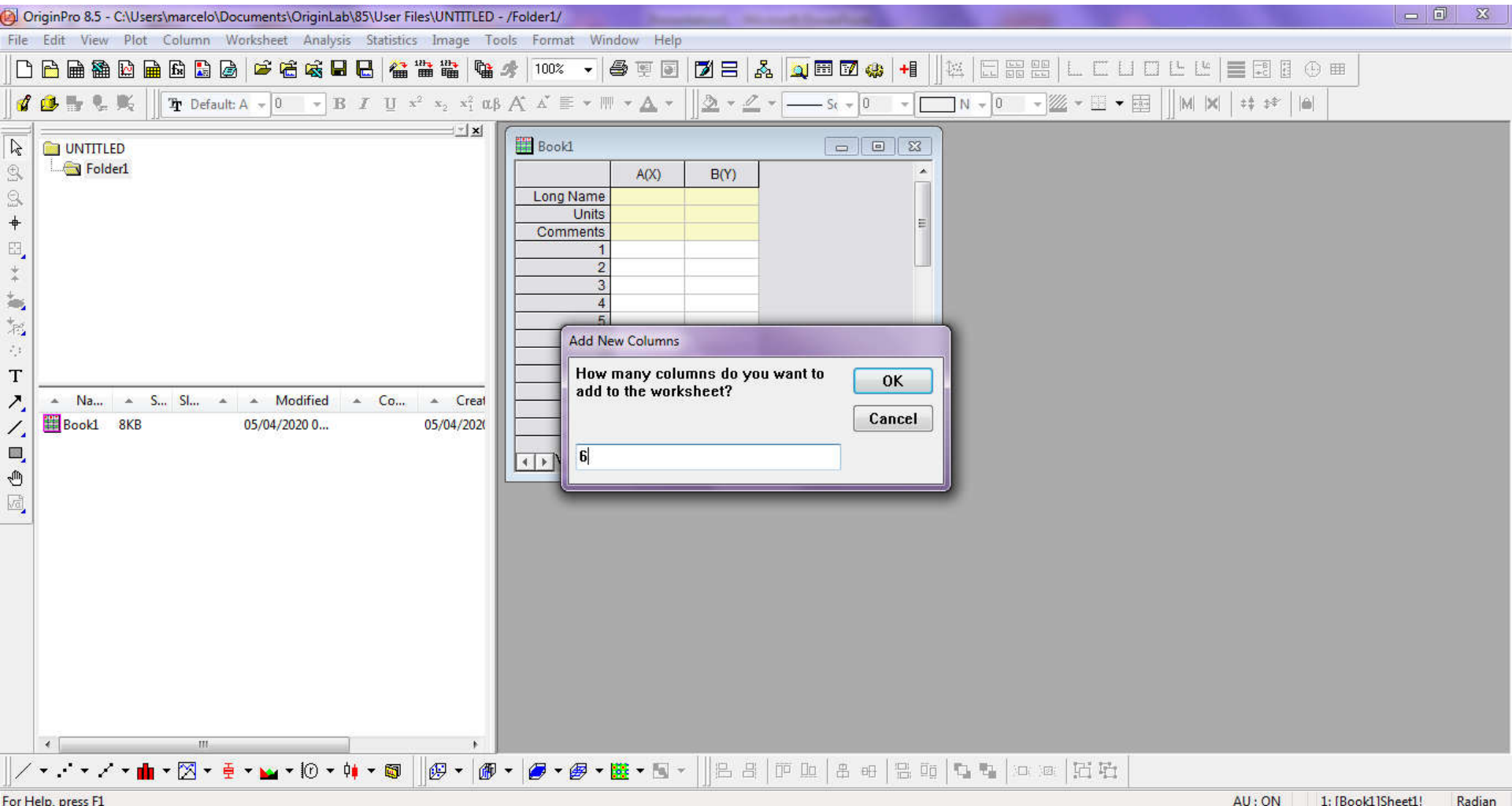


Para agregar más columnas en la planilla de datos, entre al menú “Column” y clickee la Opción “Add New Columns”.

The screenshot displays the OriginPro 8.5 interface. The 'Column' menu is open, and the 'Add New Columns...' option is highlighted. The spreadsheet in the background has the following structure:

	A(X)	B(Y)
Long Name		
Units		
Comments		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Ingrese la cantidad de columnas que desee, en este ejemplo agregamos 6 columnas.



Ahora ya tenemos nuestra planilla de datos con ocho columnas para poder ingresar nuestros datos.

The screenshot displays the OriginPro 8.5 interface. The main window shows a data sheet titled 'Book1' with 8 columns labeled A(X), B(Y), C(Y), D(Y), E(Y), F(Y), G(Y), and H(Y). The rows are organized as follows:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)	G(Y)	H(Y)
Long Name								
Units								
Comments								
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								

The interface includes a file explorer on the left showing 'Folder1' and a file 'Book1' (13KB, modified 05/04/2020). The status bar at the bottom indicates 'AU : ON', '1: (Book1)Sheet1!', and 'Radian'.

En este ejemplo ingresamos dos columnas de datos: las variables tiempo y velocidad con sus respectivas columnas de incertezas. Observe que puede ingresar el nombre de las variables y las unidades de las mismas.

The screenshot shows the OriginPro 8.5 interface with a data table. The table has columns labeled A(X), B(Y), C(Y), D(Y), E(Y), F(Y), G(Y), and H(Y). The data is as follows:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)	G(Y)	H(Y)
Long Name	tiempo	Incerteza Tiempo	velocidad	Incerteza velocidad				
Units	s	s	m/s	m/s				
Comments								
1	1.05	0.05	3.3	0.5	--			
2	2.03	0.05	5.6	0.5	--			
3	3.01	0.05	7.7	0.5	--			
4	4.05	0.05	10.3	0.5	--			
5	5.02	0.05	12.6	0.5	--			
6	6.03	0.05	14.5	0.5	--			
7	7.02	0.05	17.8	0.5	--			
8	8.01	0.05	19.2	0.5	--			
9	9.03	0.05	21	0.5	--			
10	10.03	0.05	24.9	0.5	--			
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								



Ahora indicaremos el tipo de dato ingresado: en este ejemplo la columna A corresponde al tiempo que es nuestra variable X y la columna B corresponde a la incerteza del tiempo, por lo cual la indicaremos como error (incerteza) de la variable X (X Error). Para ello, seleccionamos la columna con el botón izquierdo del mouse y luego hacemos click con el botón derecho: Set As -> X Error.

The screenshot shows the OriginPro 8.5 interface. A context menu is open over column B, which is highlighted in black. The menu options include: Plot, Cut, Copy, Copy (full precision), Copy (including label rows), Paste, Insert, Delete, Clear, Remove Link, Set As (selected), Set Column Values..., Fill Column with, Sort Column, Sort Worksheet, Normalize..., Frequency Count..., Statistics on Columns..., Column Width..., Set Sampling Interval..., Mask Cells by Condition..., Move Columns, Show X Column..., Slide Show of Dependent Graphs, Swap Columns..., Add Sparklines..., Go To..., Mask, Set as Categorical, Properties..., and Set Style. The 'Set As' sub-menu is open, showing options: X X, Y Y, Z Z, Label, Disregard, X Error (selected), and Y Error. The worksheet in the background has columns A(X) and B(Y) with data. The status bar at the bottom reads 'Set the selected column as X error bar values'.

	A(X)	B(Y)
Long Name	tiempo	incertezas
Units	s	s
Comments		
1	1.05	
2	2.03	
3	3.01	
4	4.05	
5	5.02	
6	6.03	
7	7.02	
8	8.01	
9	9.03	
10	10.03	
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		



Lo mismo haremos con la otra variable. En este ejemplo la columna C corresponde a la velocidad que es nuestra variable Y y la columna D corresponde a la incerteza de la velocidad, por lo cual la indicaremos como error (incerteza) de la variable Y (Y Error).

The screenshot shows the OriginPro 8.5 interface with a data table and a context menu open over column D. The data table is as follows:

	A(X)	B(XEr±)	C(Y)	D(Y Error)
Long Name	tiempo	Incerteza Tiempo	velocidad	Incerteza v
Units	s	s	m/s	m/s
Comments				
1	1.05	0.05	3.3	
2	2.03	0.05	5.6	
3	3.01	0.05	7.7	
4	4.05	0.05	10.3	
5	5.02	0.05	12.6	
6	6.03	0.05	14.5	
7	7.02	0.05	17.8	
8	8.01	0.05	19.2	
9	9.03	0.05	21	
10	10.03	0.05	24.9	

The context menu is open over column D, and the 'Set As' option is selected, with the 'Y Error' sub-option highlighted. The status bar at the bottom indicates 'Set the selected column as Y error bar values'.

Note que las cuatro columnas corresponden al tiempo (columna A, variable X), incerteza del tiempo (columna B, error de X), velocidad (columna C, variable Y) e incerteza de la velocidad (columna D, error de Y). Ya tenemos la cuatro columnas listas para hacer un gráfico de velocidad vs tiempo con sus respectivas incertezas.

The screenshot shows the OriginPro 8.5 interface with a data table. The table has the following structure:

	A(X)	B(xEr±)	C(Y)	D(yEr±)	E(Y)	F(Y)	G(Y)	H(Y)
Long Name	tiempo	Incerteza Tiempo	velocidad	Incerteza velocidad				
Units	s	s	m/s	m/s				
Comments								
1	1.05	0.05	3.3	0.5	--			
2	2.03	0.05	5.6	0.5	--			
3	3.01	0.05	7.7	0.5	--			
4	4.05	0.05	10.3	0.5	--			
5	5.02	0.05	12.6	0.5	--			
6	6.03	0.05	14.5	0.5	--			
7	7.02	0.05	17.8	0.5	--			
8	8.01	0.05	19.2	0.5	--			
9	9.03	0.05	21	0.5	--			
10	10.03	0.05	24.9	0.5	--			
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								



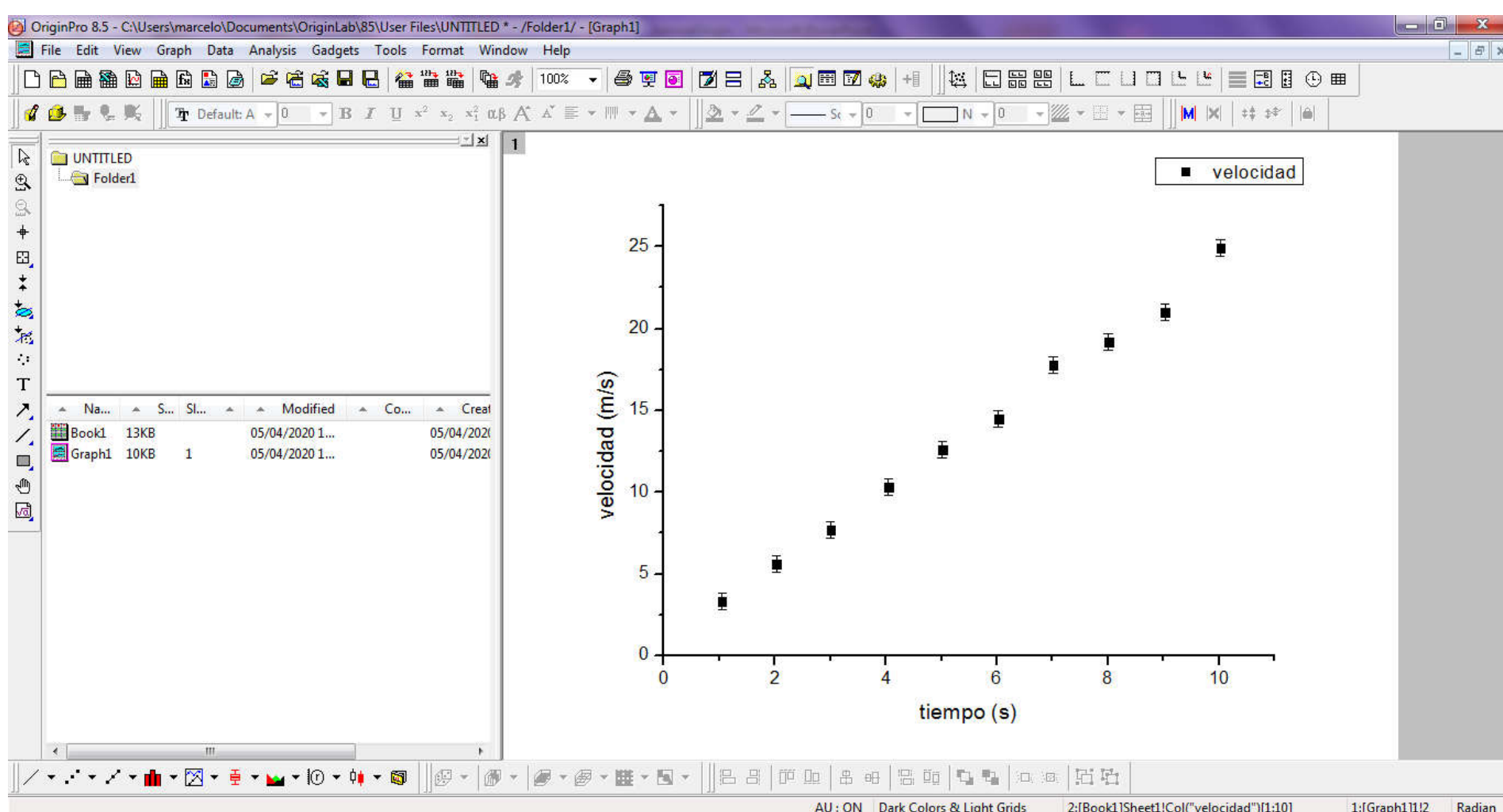
Para hacer el gráfico, seleccione en el menú: Plot -> Symbol -> Scatter  
Siguiendo estos pasos Origin construirá un gráfico de dispersión.

The screenshot shows the OriginPro 8.5 interface. The 'Plot' menu is open, and the path 'Symbol' -> 'Scatter' is selected. The data table below shows the following values:

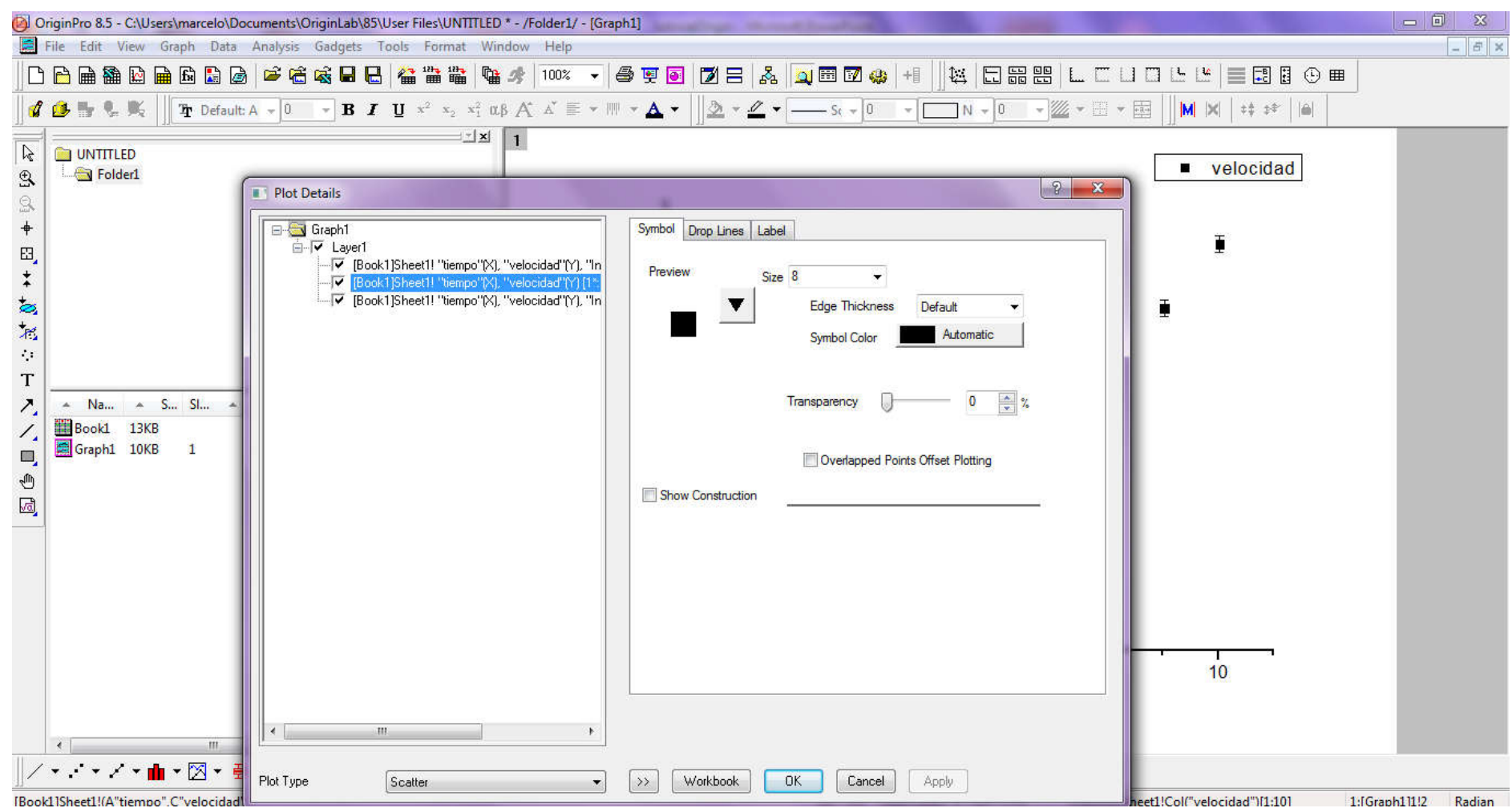
	A(X)	B(xEr±)	C(Y)	D(yEr±)	E(Y)	F(Y)	G(Y)	H(Y)
Name	tiempo	Incerteza Tiempo	velocidad	Incerteza velocidad				
Units	s	s	m/s	m/s				
1	1.05	0.05	3.3	0.5	--			
2	2.03	0.05	5.6	0.5	--			
3	3.01	0.05	7.7	0.5	--			
4	4.05	0.05	10.3	0.5	--			
5	5.02	0.05	12.6	0.5	--			
6	6.03	0.05	14.5	0.5	--			
7	7.02	0.05	17.8	0.5	--			
8	8.01	0.05	19.2	0.5	--			
9	9.03	0.05	21	0.5	--			
10	10.03	0.05	24.9	0.5	--			



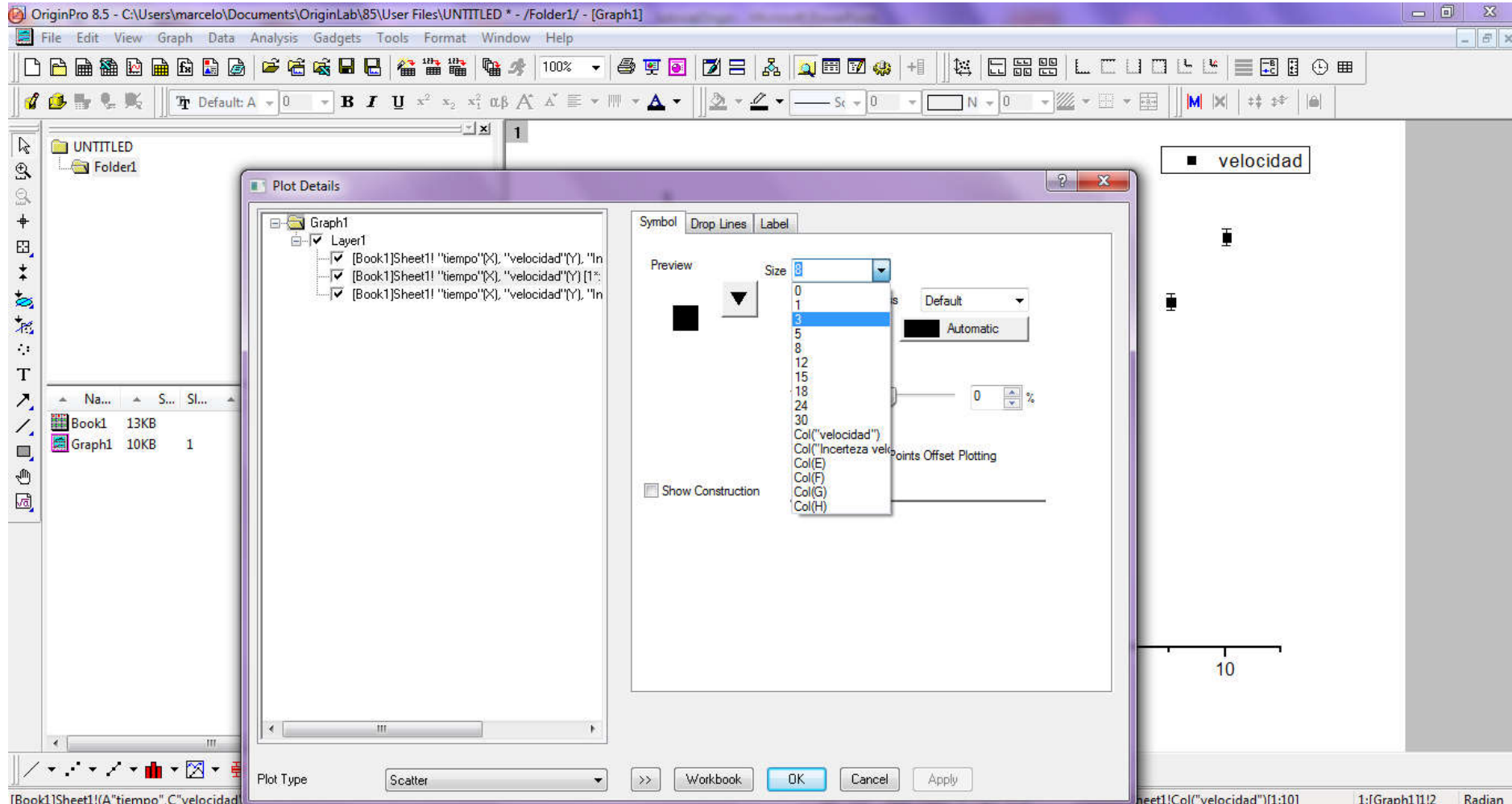
Aquí ya tenemos el gráfico de velocidad (m/s) vs tiempo (s). Cada punto del gráfico posee dos barras correspondientes a las incertezas de ambas variables. Para poder visualizarlas mejor podemos achicar el tamaño de los puntos. Para ello haga click con el mouse sobre cualquier punto del gráfico.



Este menú nos permite cambiar el tamaño y color de los puntos. En este caso el valor por default es 8.

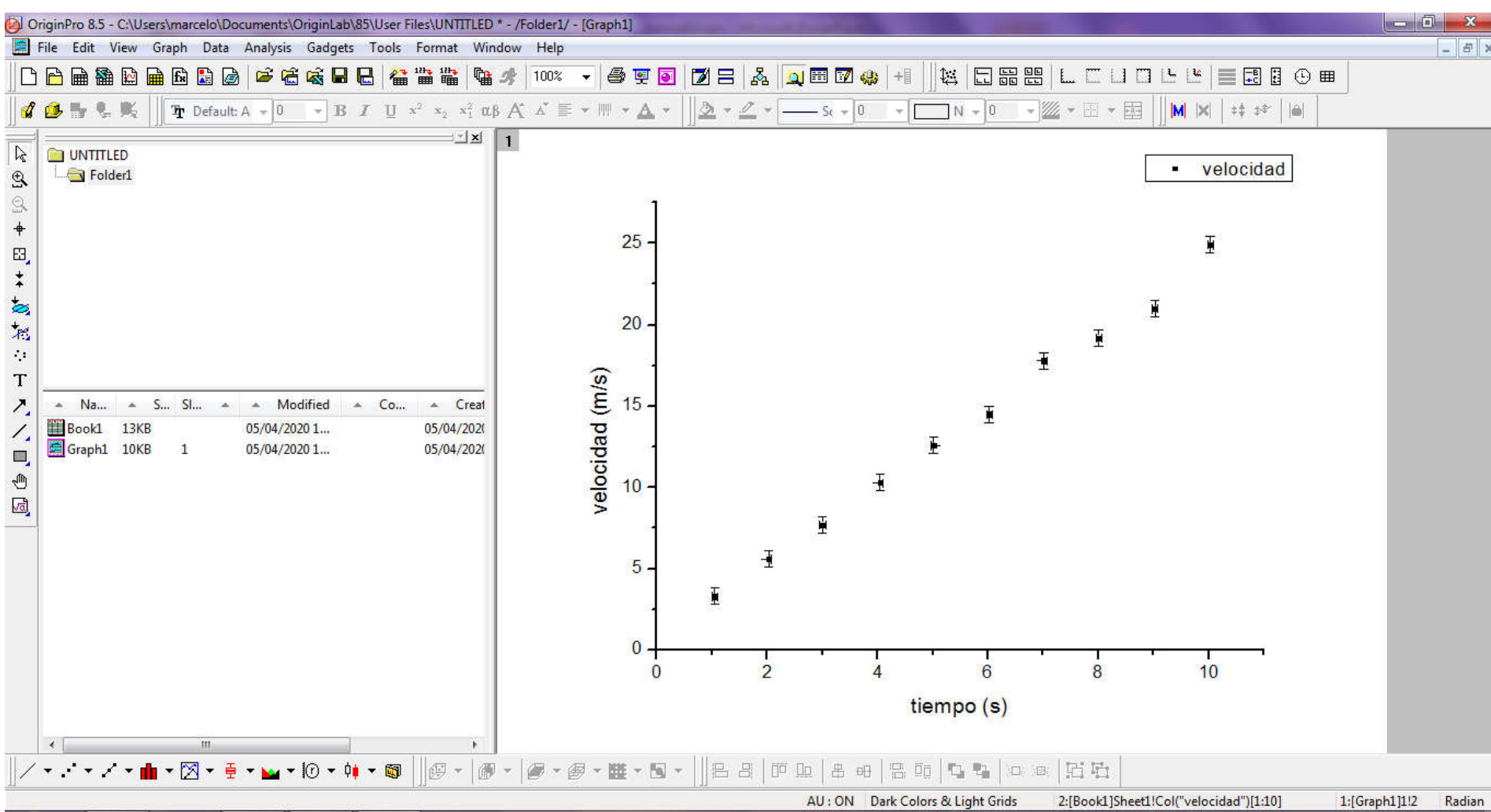


En este caso el valor por default es 8 y lo reduciremos a 3.



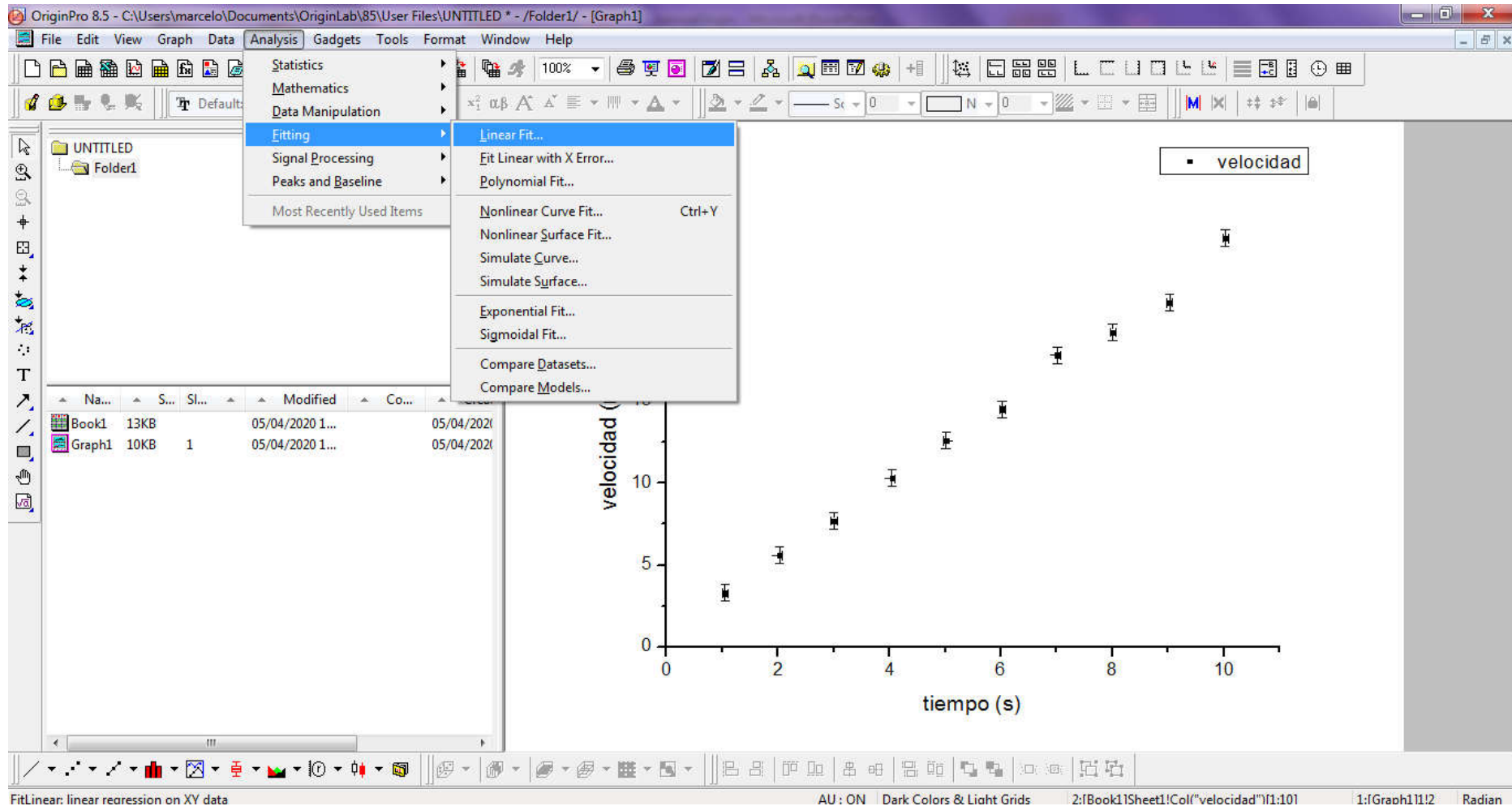


Ahora vemos con mayor claridad las barras de incertezas para ambas variables.



¿Cómo realizar una regresión lineal  
por cuadrados mínimos?

Habiendo leído previamente en que consiste la técnica de regresión lineal por cuadrados mínimos, procederemos a ejecutarla en Origin. Seleccione en el menú: Analysis -> Fitting -> Linear Fit



Como partimos de un gráfico donde las variables poseen barras de incertezas, Origin elige en forma automática Cuadrados Mínimos Ponderados (Error as Weight: Instrumental) como herramienta para realizar la regresión lineal. Basta solamente presionar OK

The image shows the OriginPro 8.5 software interface. A 'Linear Fit' dialog box is open, displaying the following settings:

- Dialog Theme: [Default]
- Description: Perform Linear Fitting
- Recalculate: Manual
- Multi-Data Fit Mode: Independent - Consolidated Report
- Input Data: [[Graph1]!12"velocidad"]
- Fit Options:
  - Errors as Weight: Instrumental
  - Fix Intercept:
  - Fix Intercept at: 0
  - Fix Slope:
  - Fix Slope at: 1
  - Use Reduced Chi-Sqr:
  - Apparent Fit:
- Quantities to Compute:
  - Residual Analysis:
  - Output Settings:
  - Fitted Curves Plot:
  - Find Specific X/Y:
  - Residual Plots:

The background shows a graph with a data series named 'velocidad' plotted against an x-axis with values 8 and 10. The data points include vertical error bars.

Aca damos OK a la opción por default (Yes) para que Origin nos guarde una hoja con toda la información de la regresión lineal.

The screenshot displays the OriginPro 8.5 interface. On the left, a file explorer shows a folder named 'Folder1' containing 'Book1', 'Graph1', 'Table1', and 'Table2'. The main workspace shows a graph with a red line representing a linear fit to data points. The x-axis is labeled 'tiempo (s)' and ranges from 0 to 10. The y-axis has a tick mark at 25. A legend in the top right corner identifies the data as 'velocidad' and the fit as 'Linear Fit of Sheet1 velocidad'. A 'Reminder Message' dialog box is centered on the screen, asking 'Do you want to switch to the report sheet?'. The 'Yes' option is selected. The dialog box has an 'OK' button at the bottom. In the background, a data table is visible with columns for 'Standard Error' and values 0.33275 and 0.06343. The status bar at the bottom indicates 'AU: ON', 'Dark Colors & Light Grids', and the current sheet is '2:Book1!Sheet1!Col("velocidad")!1:101'.

Reminder Message

Do you want to switch to the report sheet?

Yes

Yes, and do the same in the future, no need to ask again.

No

No, and don't bother me with this again.

OK

Standard Error  
0.33275  
0.06343

Legend:  
■ velocidad  
— Linear Fit of Sheet1 velocidad

Graph Axes:  
X-axis: tiempo (s)  
Y-axis: 0, 25

Status Bar:  
AU: ON | Dark Colors & Light Grids | 2:Book1!Sheet1!Col("velocidad")!1:101 | 1:Graph1!1:2 | Radian

En esta hoja, Origin nos brinda información sobre la regresión, la cual resume también en el gráfico, al que pueden acceder seleccionándolo en la ventana inferior izquierda (Graph 1)

The screenshot displays the OriginPro 8.5 software interface. The main workspace shows a linear fit analysis for the variable 'velocidad'. The analysis results are summarized in several tables:

**Linear Fit (05/04/2020 10:12:39)**

**Parameters**

		Value	Standard Error
velocidad	Intercept	0.80099	0.33275
	Slope	2.33159	0.05343

**Statistics**

	velocidad
Number of Points	10
Degrees of Freedom	8
Residual Sum of Squares	7.5135
Pearson's r	0.99791
Adj. R-Square	0.99529

**Summary**

	Intercept		Slope		Statistics
	Value	Standard Error	Value	Standard Error	Adj. R-Square
velocidad	0.80099	0.33275	2.33159	0.05343	0.99529

**ANOVA**

		DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
velocidad	Model	1	1788.3625	1788.3625	1904.15837	8.39171E-11
	Error	8	7.5135	0.93919		
	Total	9	1795.876			

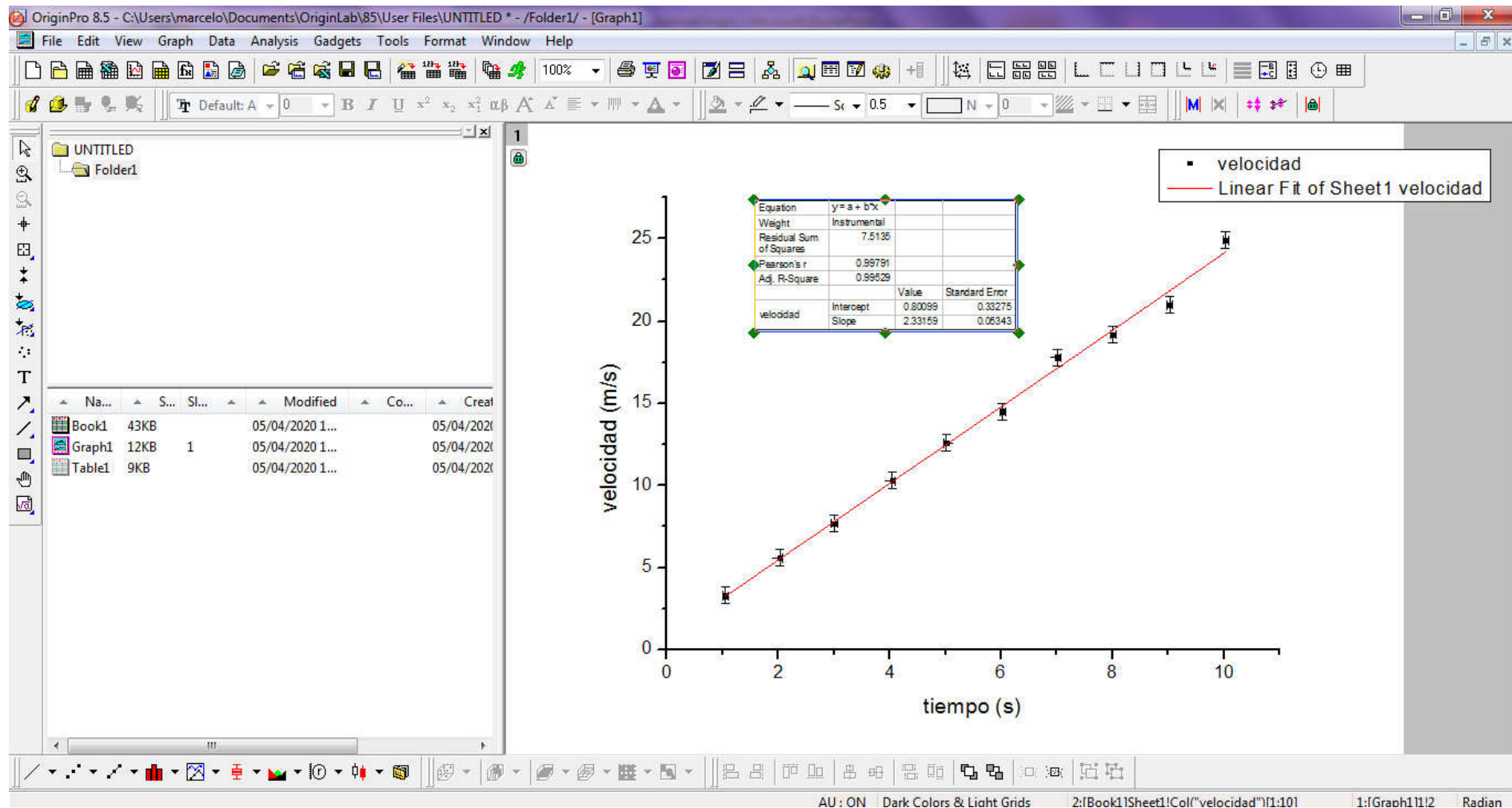
**Fitted Curves Plot**

velocidad

The bottom toolbar shows the 'Graph 1' window selected, which is the location where the fitted curve plot is displayed.

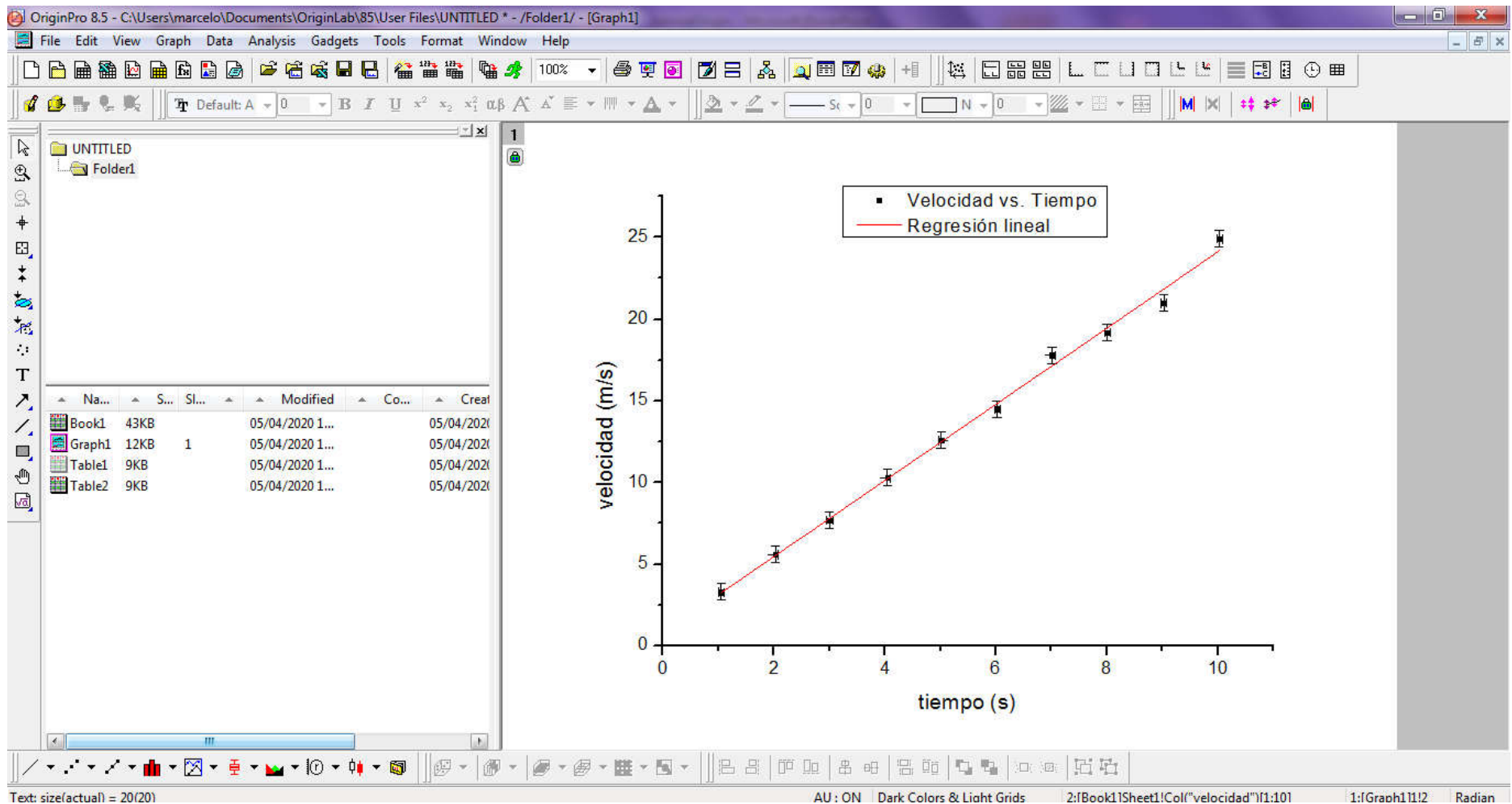


Ya tenemos listo el gráfico de dispersión con la regresión lineal por cuadrados mínimos. Antes de exportar el gráfico para el informe vamos a copiar la tabla con la información de la regresión lineal y vamos a mejorar la leyenda.

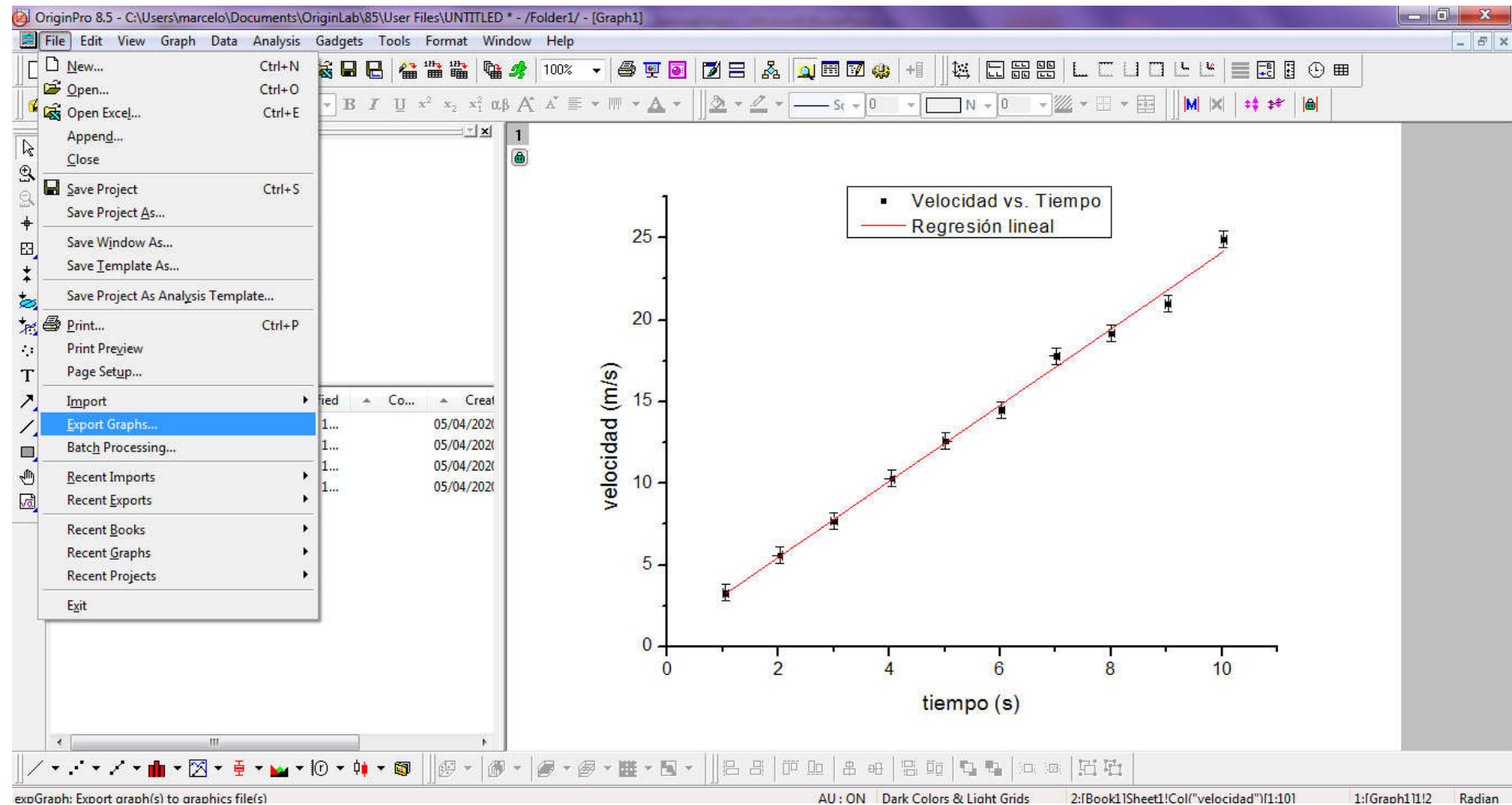




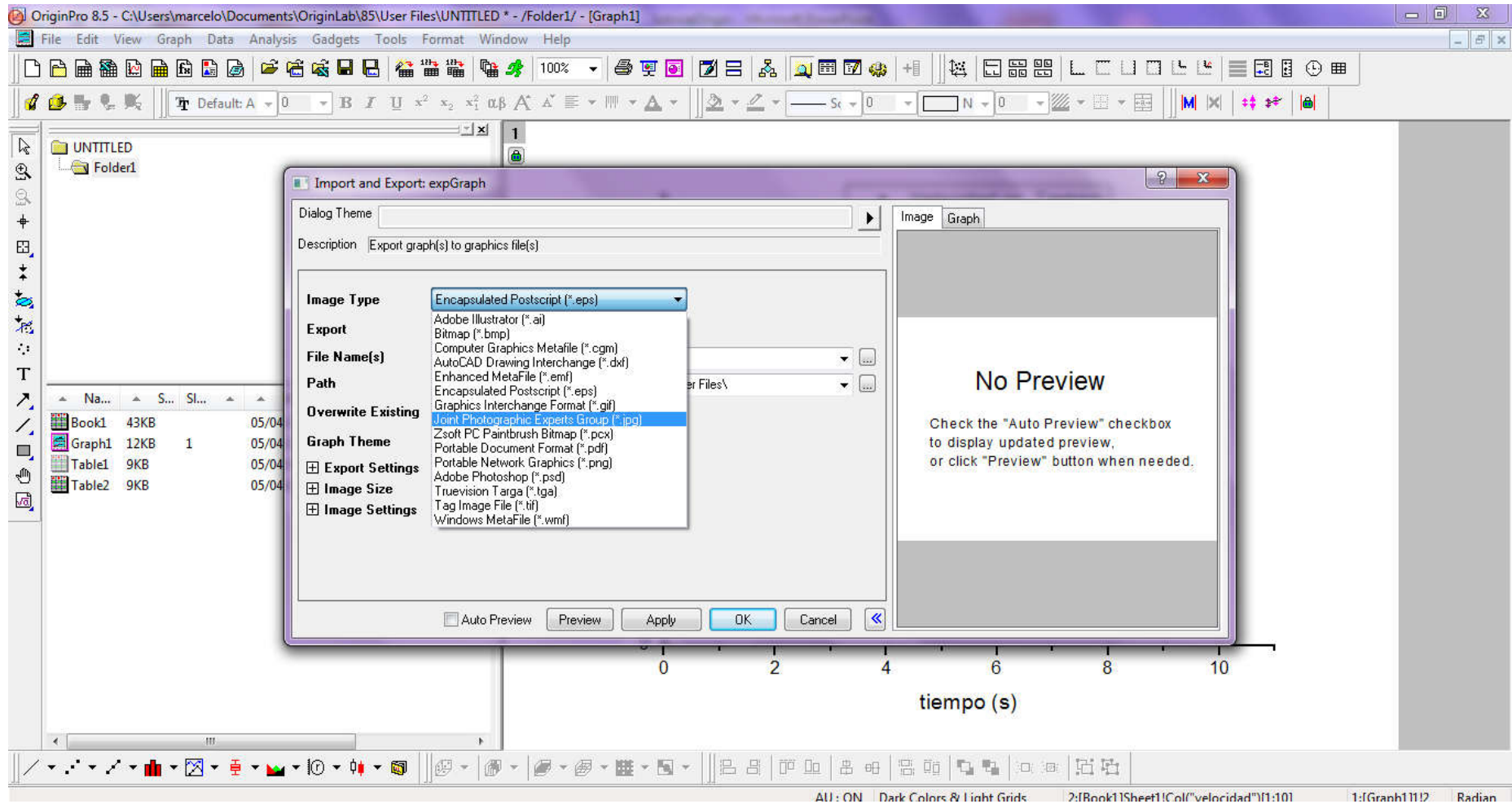
La leyenda se modifica haciendo doble click sobre la misma. Indicamos que los puntos corresponden al gráfico de una variable vs. la otra (en este caso velocidad vs. tiempo) y que la recta roja corresponde a la regresión lineal.



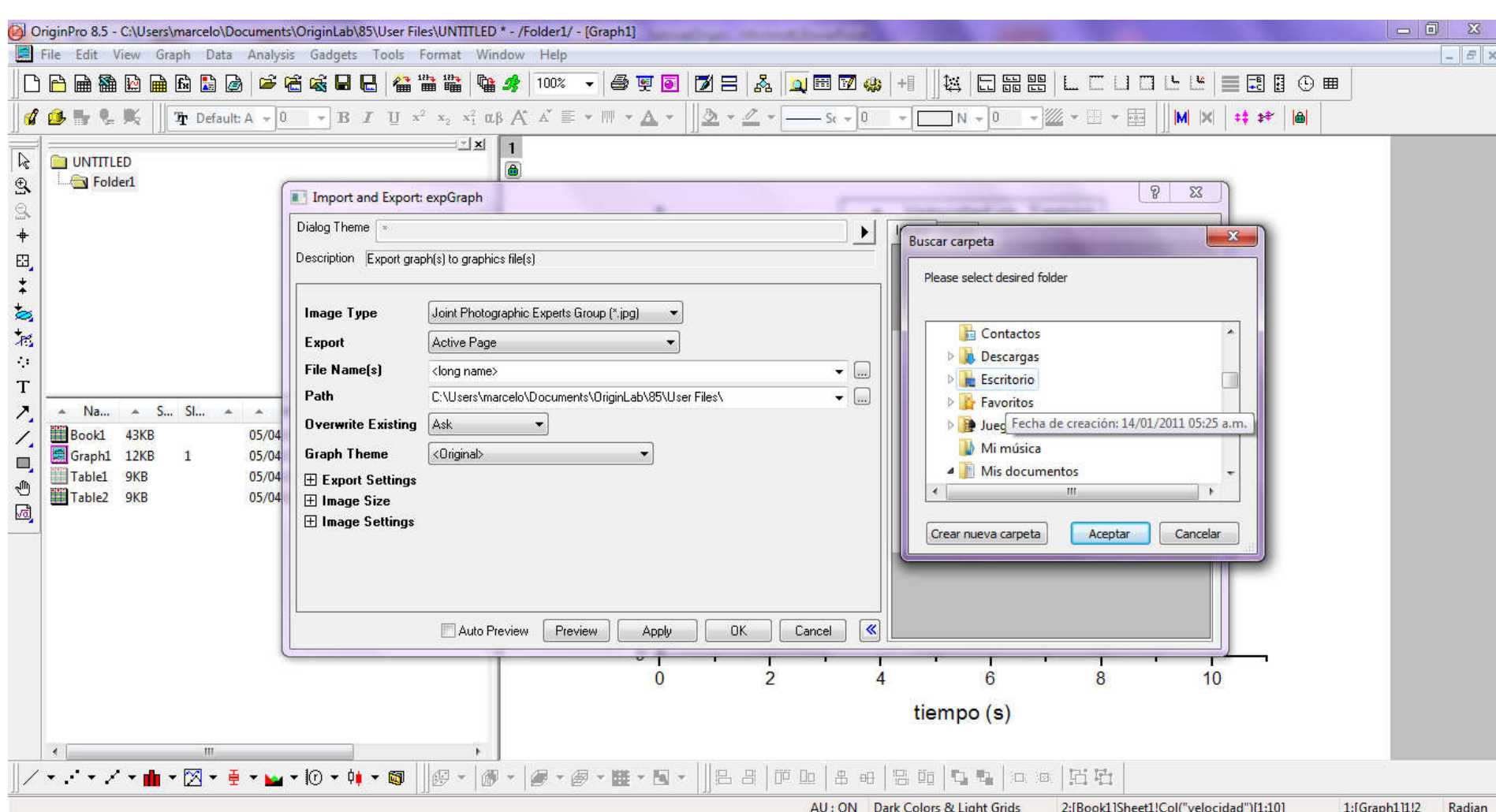
Para exportar el gráfico para el informe vamos al menú principal:  
File -> Export Graphs...



En el menú que se despliega, seleccionamos que exporte el gráfico en formato JPG.



Y luego seleccionamos que exporte el gráfico en el escritorio.  
Luego seleccionamos Apply -> OK y listo!!!



¿Qué información de la regresión  
vamos a utilizar?

La tabla que genera Origin en el gráfico nos brinda cierta información que vamos a utilizar:

**Equation**  $y = a + b \cdot x$

Nos indica cual es la ecuación utilizada en la regresión, de manera tal que “a” corresponde a la ordenada al origen y “b” a la pendiente de la recta

**Weight Instrumental**

Significa que realizó regresión lineal por cuadrados mínimos ponderados (ver apunte)

**Pearson's r** 0.99791

**Adj. R-Square** 0.99529

Ambos son índices que miden la calidad del ajuste. El coeficiente de R de Pearson nos indica que tan buena es la correlación lineal entre las variables y toma valores en el intervalo  $[-1,1]$ . Si  $R = 0$  no hay correlación lineal, si  $|R| = 1$  los datos son colineales. Si  $R > 0$  la pendiente es positiva y si  $R < 0$  la pendiente es negativa. Cuanto más cercano a 1 es R, mayor es la correlación lineal entre las variables.

El R cuadrado ajustado adj R-Square, mide la correlación lineal entre las variables pero toma valores en el intervalo  $[0,1]$ . Cuanto más cercano a 1 es el valor, mayor es la correlación lineal entre las variables.

Parámetros del ajuste (ordenada al origen y pendiente con sus incertezas):

		<b>Value</b>	<b>Standard Error</b>
<b>velocidad</b>	<b>Intercept</b>	0.80099	0.33275
<b>velocidad</b>	<b>Slope</b>	2.33159	0.05343

**Intercept** corresponde a la ordenada al origen de la recta, **Slope** corresponde a la pendiente de la recta y **Standard Error** corresponde a la incerteza de cada uno de los parámetros de la regresión.

Origin lo expresa con muchos dígitos. Los nombres de los parámetros deben estar siempre en castellano y deben ser expresados en el informe con las cifras significativas adecuadas y con unidades.

Por ejemplo, considerando una sola cifra significativa en la incerteza:

La ordenada al origen es:  $a = (0.8 \pm 0.3) \text{ m/s}$

La pendiente es:  $b = (2.33 \pm 0.05) \text{ m/s}^2$



En este ejemplo si las variables corresponden al tiempo y a la velocidad en un MRUV, entonces la regresión lineal se corresponde con la ecuación:

$$V = V_0 + a_c * t$$

donde  $V_0$  es la velocidad inicial y  $a_c$  la aceleración. Por lo cual, en este ejemplo se podría estimar que

$$V_0 = a = (0.8 \pm 0.3) \text{ m/s}$$

$$a_c = b = (2.33 \pm 0.05) \text{ m/s}^2$$

Si nuestro objetivo era estimar la velocidad inicial  $V_0$  y la aceleración  $a_c$ , en este caso los mismos coinciden con los parámetros de la regresión “a” y “b”.

Sin embargo, las magnitudes que uno quiere estimar no siempre coinciden con los parámetros de la regresión lineal “a” y “b”, sino que a veces son una función de los mismos.

Ejemplo: Supongamos un experimento de termodinámica de gases ideales a temperatura constante ( $T$ ) en el cual medimos la presión ( $P_i$ ) de un gas para distintos volúmenes ( $V_i$ ) siempre para un mismo número de moles ( $n$ ) de un gas ideal.  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $T$  y  $n$  son determinados experimentalmente y tienen asociados una incerteza ( $\Delta P_i$ ,  $\Delta V_i$ ,  $\Delta T$  y  $\Delta n$ ). Nuestro objetivo es calcular la constante de los gases ideales  $R$ .

Hacemos 10 mediciones en el laboratorio y tenemos 10 pares de datos ( $P_i \pm \Delta P_i$ ,  $V_i \pm \Delta V_i$ ).

Conociendo la ecuación de estado de un gas ideal, sabemos que la relación entre la presión y el volumen está dada por la ecuación:  $PV = nRT$ , la cual podemos reescribir como:  $P = nRT(1/V)$

Ésta no es ni más ni menos que una relación lineal entre la presión  $P$  y la inversa del volumen ( $1/V$ ), donde la pendiente corresponde a  $nRT$ .

Si realizamos una regresión lineal de los valores  $(P_i, 1/V_i)$  incluyendo sus incertezas:  $\Delta P_i$  y  $\Delta(1/V_i)$ , esperamos obtener una recta  $Y = a + bX$ , donde  $Y$  corresponde a la variable  $P$  y  $X$  corresponde a la variable  $1/V$ .  
Aclaración:  $\Delta(1/V_i)$  se determina por propagación a partir de la incerteza  $\Delta(V_i)$ .

La regresión lineal nos arrojará una ordenada a  $\pm \Delta a$  y una pendiente  $b \pm \Delta b$ , donde  $\Delta a$  y  $\Delta b$  corresponden a las incertezas de la ordenada al origen y la pendiente respectivamente.

En este caso esperamos:

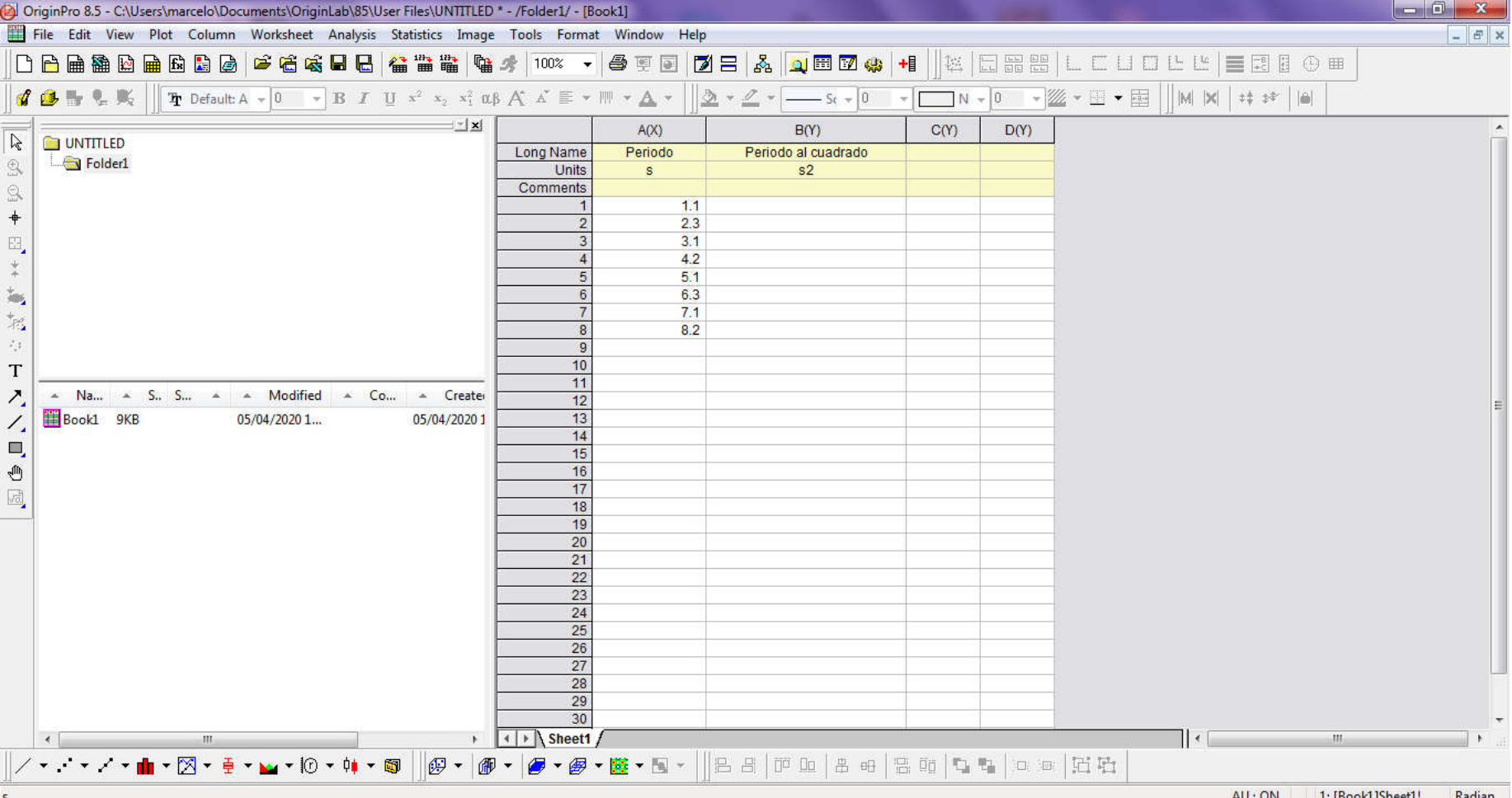
- que la ordenada al origen valga cero, o lo que es equivalente, que el valor cero esté contenido en el intervalo:  $[a - \Delta a, a + \Delta a]$
- que la pendiente sea  $b = nRT$ , por lo cual podemos despejar  $R$  de la expresión obteniendo:  $R = b/nT$

Como vemos, la constante de los gases a determinar  $R$ , no coincide con la pendiente de la recta de regresión, sino que es función de la pendiente  $b$  y las variables  $n$  y  $T$  medidas experimentalmente.

En este caso  $R = b/nT$  se calculará a partir de los valores de  $b$ ,  $n$  y  $T$  observados y la incerteza de  $R$  se calculará por propagación de los errores de  $\Delta T$ ,  $\Delta n$  y  $\Delta b$  (ver propagación de errores, guía 1 – parte 2).

¿Cómo realizar operaciones entre  
columnas?

Partamos de un nuevo ejemplo: supongamos que queremos calcular el cuadrado del periodo de oscilación de un resorte en la columna B a partir del periodo de oscilación medido e ingresado en la columna A.



The screenshot displays the OriginPro 8.5 interface. The worksheet contains the following data:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	Periodo	Periodo al cuadrado		
Units	s	s <sup>2</sup>		
Comments				
1	1.1			
2	2.3			
3	3.1			
4	4.2			
5	5.1			
6	6.3			
7	7.1			
8	8.2			
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

Seleccionamos o pintamos la columna B con el botón izquierdo del mouse, luego clickeamos con el botón derecho del mouse y se despliega un menú, del cual seleccionamos: Set Column Values

The screenshot displays the OriginPro 8.5 software interface. The main window shows a spreadsheet with the following data:

Long Name	Periodo	Periodo
Units	s	
Comments		
1	1.1	
2	2.3	
3	3.1	
4	4.2	
5	5.1	
6	6.3	
7	7.1	
8	8.2	
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

The context menu is open over column B, and the 'Set Column Values...' option is highlighted. The status bar at the bottom left reads 'Set column values for the selected column'. The status bar at the bottom right shows 'AU : ON', '1: [Book1]Sheet1:2', and 'Radian'.



En el panel en la zona gris nos aparece Col(B) =  
Y en el cuadro blanco escribimos lo que deseamos hacer. En este  
caso  $\text{Col}(A)^2$

The screenshot shows the OriginPro 8.5 software interface. The main window displays a spreadsheet with the following data:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	Periodo	Periodo al cuadrado		
Units	s	s <sup>2</sup>		
Comments				
1	1.1			
2	2.3			
3	3.1			
4	4.2			
5	5.1			
6	6.3			

A dialog box titled "Set Values - [Book1]Sheet1Col(Periodo al cuad..." is open, showing the formula editor. The formula entered is  $\text{col}(A)^2$ . The dialog box also shows the row range set to "From <auto> To <auto>" and the column range set to "Col(B) =".

The software interface includes a menu bar (File, Edit, View, Plot, Column, Worksheet, Analysis, Statistics, Image, Tools, Format, Window, Help), a toolbar, and a status bar at the bottom showing "AU : ON", "1: [Book1]Sheet1!2", and "Radian".

En la columna B obtenemos el resultado deseado.

The screenshot displays the OriginPro 8.5 interface. The main window shows a worksheet with the following data:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	Periodo	Periodo al cuadrado		
Units	s	s <sup>2</sup>		
Comments				
1	1.1	1.21		
2	2.3	5.29		
3	3.1	9.61		
4	4.2	17.64		
5	5.1	26.01		
6	6.3	39.69		
7	7.1	50.41		
8	8.2	67.24		
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

The status bar at the bottom indicates 'AU: ON', '1: [Book1]Sheet1!', and 'Radian'.

En el menú Set Column Values , tenemos la opción de calcular distintas funciones y realizar distintas operaciones. En la solapa F(x) -> Math-> se muestran algunas de las funciones: sqrt(x) (función raíz cuadrada), ln(x) (función logaritmo natural), sin(x) (función seno), etc.

The screenshot displays the OriginPro 8.5 software interface. The main window shows a data table with columns A(X), B(Y), C(Y), and D(Y). The data is as follows:

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)
Long Name	Periodo	Periodo al cuadrado		
Units	s	s <sup>2</sup>		
Comments				
1	1.1		1.21	
2	2.3		5.29	
3	3.1		9.61	
4	4.2		17.64	
5	5.1		26.01	
6	6.3		39.69	

A 'Set Values' dialog box is open, showing the 'Formula' tab. The 'Variables' list is expanded to 'Math', and the 'secant(d)' function is selected. The 'Recalculate' button is set to 'Manual'.

The function menu on the right side of the dialog shows the following functions under 'Math':

- Degrees(d)
- Derivative(vd[, n])
- Distance(d1, d2, d3, d4)
- Distance3D(d1, d2, d3, d4, d5, d6)
- exp(x)
- incbeta(x, a, b)
- incf(x, m, n)
- incgamma(x, a)
- int(x)
- Integral(vd)
- inverf(x)
- j0(x)
- j1(x)
- jn(x, n)
- ln(x)
- log(x)
- mod(n, m)
- nint(x)
- prec(x, n)
- Radians(d)
- rmod(x, y)
- round(x, n)
- secant(d)
- sech(d)
- sign(d)
- sin(x)
- sinh(x)
- sqrt(x)
- tan(x)
- tanh(x)
- y0(x)
- y1(x)
- yn(x, n)