universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

MEDICIONES DIRECTAS 2 – DETERMINACIÓN DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO HISTOGRAMAS

Laboratorio 1 – 2do Cuatrimestre de 2023

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Repaso de la clase pasada

RESULTADO

Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

$$[\bar{x} - \Delta x\ , \bar{x} + \Delta x]\ Unidad$$

Expresión del Resultado

$$\boxed{x = (\bar{x} \pm \Delta x)Unidad}$$

$\bar{x} \rightarrow$ Valor más representativo

$\Delta x \rightarrow$ Incerteza Absoluta
Error Absoluto

Error ABSOLUTO (Δx)

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2}$$

¿σ_e?

Error NOMINAL (σ_N)

$$\sigma_N^2 = \sigma_{ap}^2 + \sigma_{ex}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{def}^2$$

¿Cuál es el período del metrónomo?

1,25 s	1,23 s
1,22 s	1,25 s
1,24 s	1,26 s
1,23 s	1,23 s

$\sigma_{ap} = 0{,}01\ s$

Algunos de los datos difieren entre sí en más de la precisión del instrumento

Si mido más de 1 vez y obtengo datos fuera del intervalo de confianza $\left[\bar{x} - \sigma_{ap}\ , \bar{x} + \sigma_{ap}\right] \rightarrow\ \Delta \boldsymbol{x} =¿?$

Distribución estadística - Histogramas

Supongamos que tomamos **N mediciones** de una MF $\longrightarrow$ $\{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_N\}$

¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un **dado N = 100 veces**

Medición #	Cara del dado
1	2
2	6
3	1
...	...
99	4
100	1

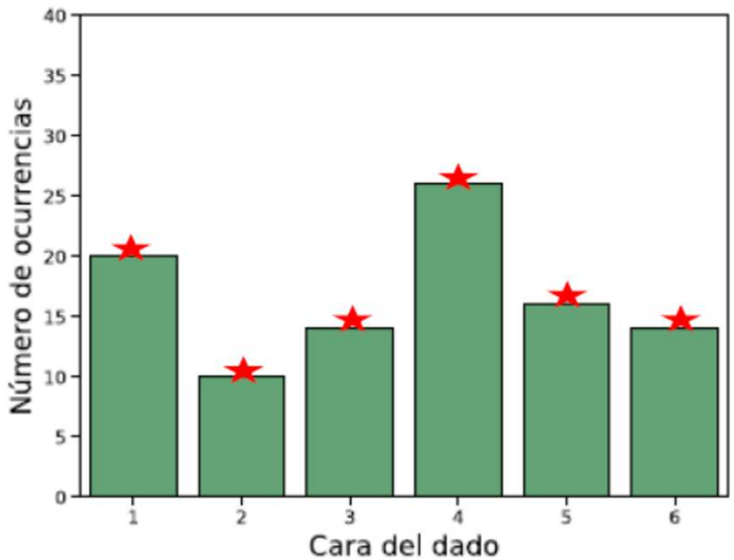
Medir el **período de un faro N = 100 veces**

Medición #	Tiempo (s)
1	1,02
2	0,98
3	1,07
...	...
99	1,22
100	1,10

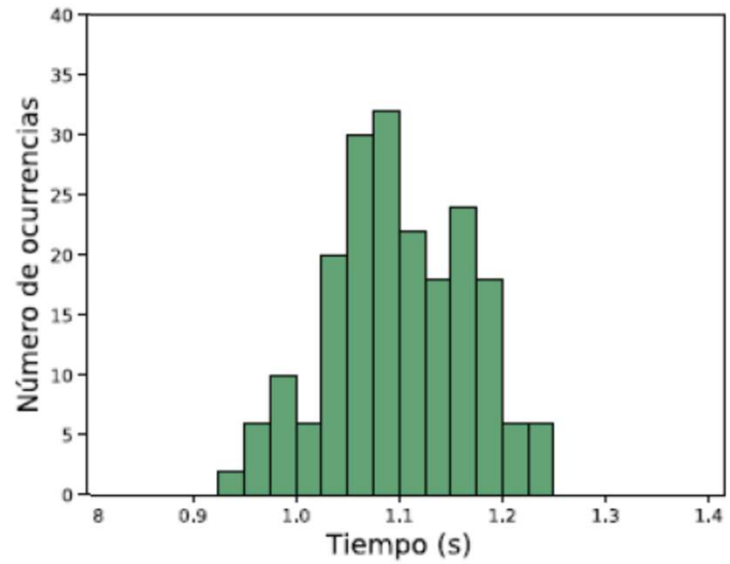
Distribución estadística - Histogramas

Histograma ➡ Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\sum_j N^{o}\ Ocurrencias_j = N$$

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

Distribución estadística
Histogramas

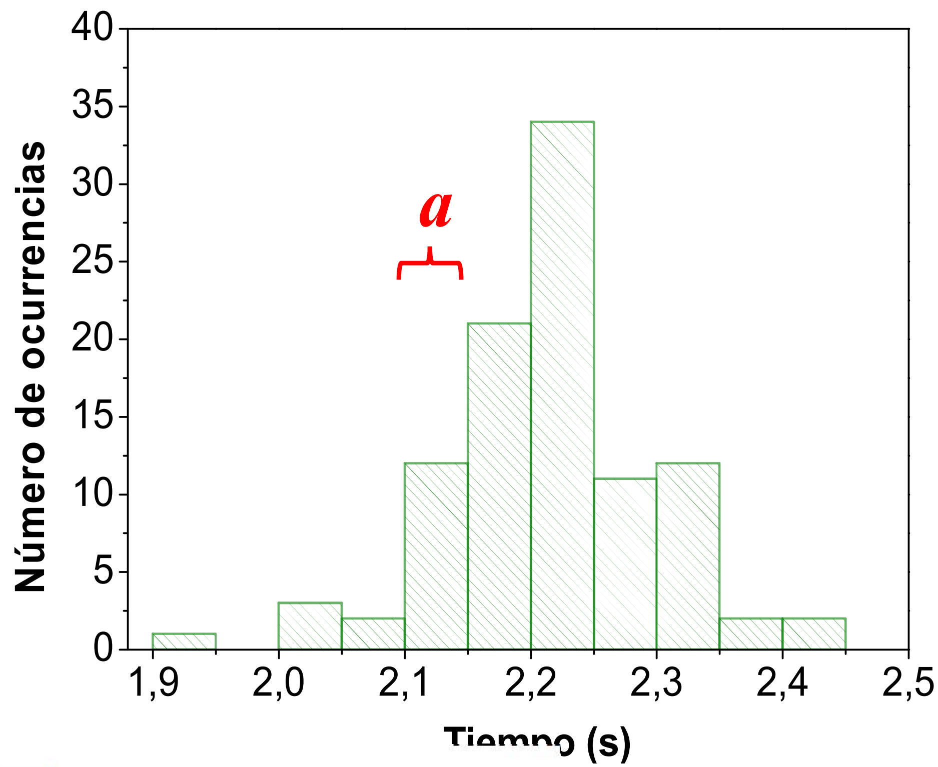
Si tomamos N mediciones de la magnitud x, tenemos $\{x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_N\}$

¿Cómo se distribuyen estos valores? → **Histograma**

Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

- Número total de datos: N
- Rango: $[x_{min}, x_{max}]$
- Intervalo de clase (bin size): a
- 1^er intervalo: $[x_{min}, x_{min+a})$
- Último intervalo: $[x_{max-a}, x_{max}]$
- Cantidad de intervalos de clase: C

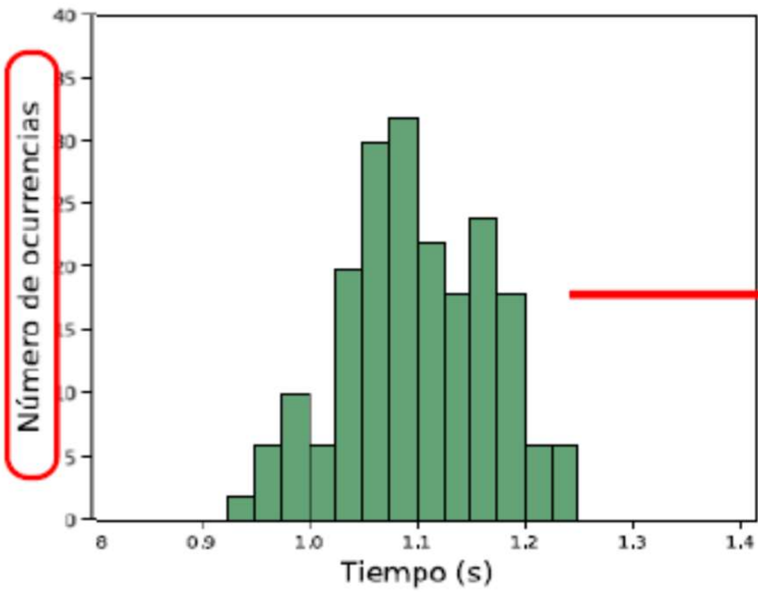
$$\boxed{a = \frac{x_{max} - x_{min}}{C}}$$



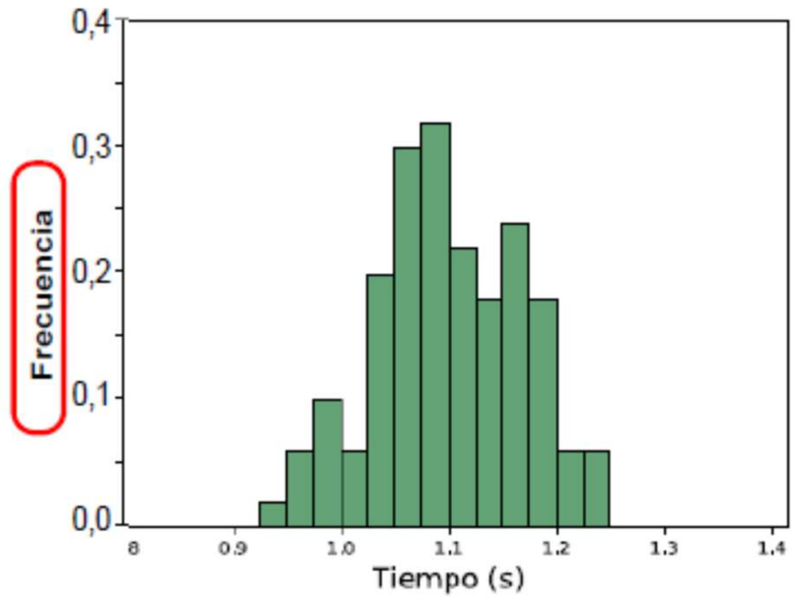
$$\sum_j N^o\, Ocurrencia_j = N$$

Resultados del Experimento - Histogramas

Medir el período de un faro N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\frac{N^{\underline{o}}\ Ocurrencias}{N} = Frecuencia$$

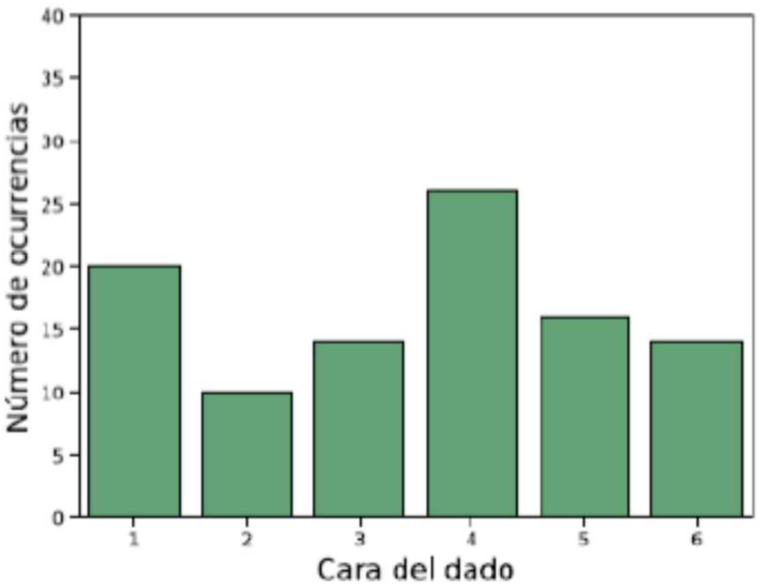
Condición de Normalización

$$\sum_j F_j = 1$$

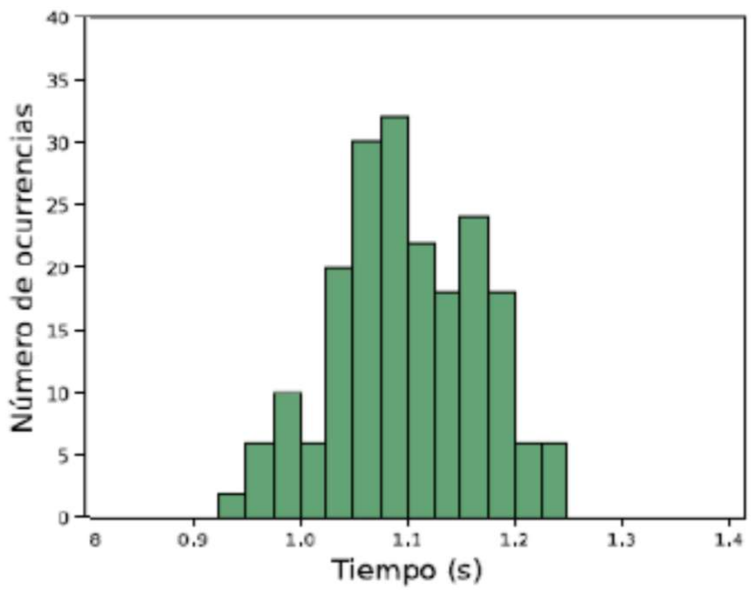
Resultados del Experimento - Histogramas

Histograma → Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces

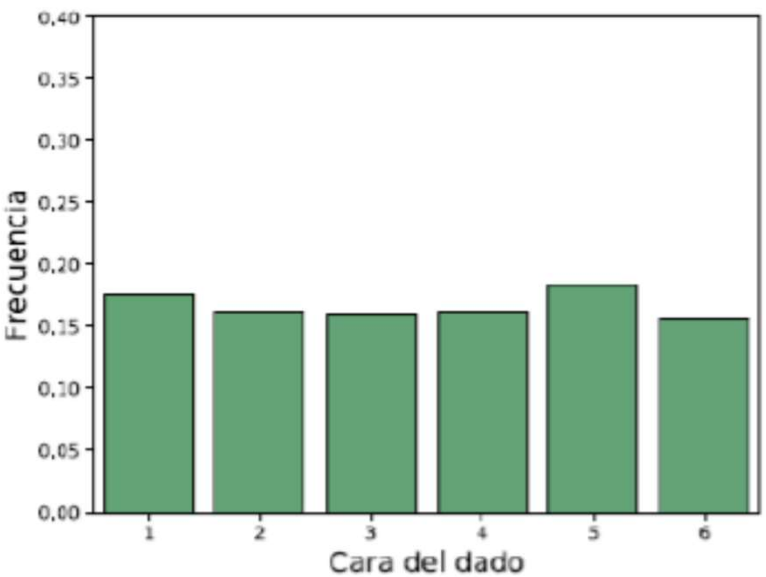


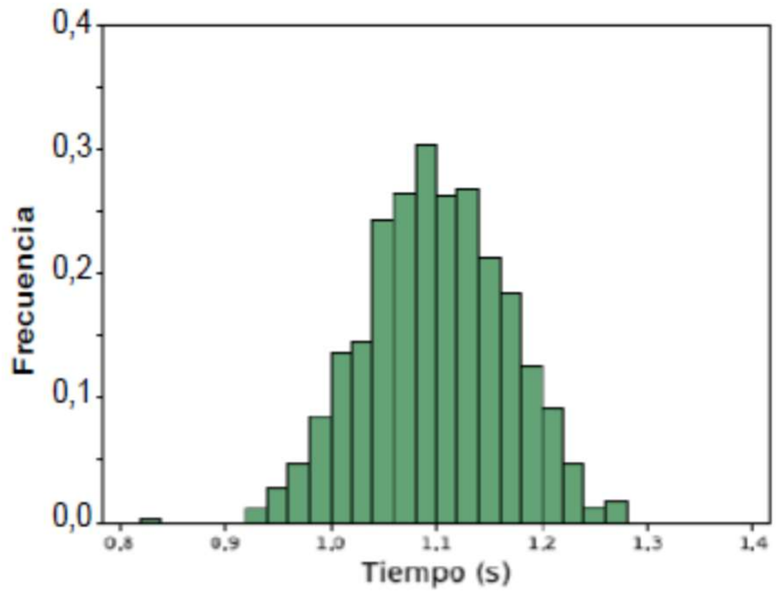
Medir el período de un faro N = 100 veces



Distribución de probabilidad

N = 1000

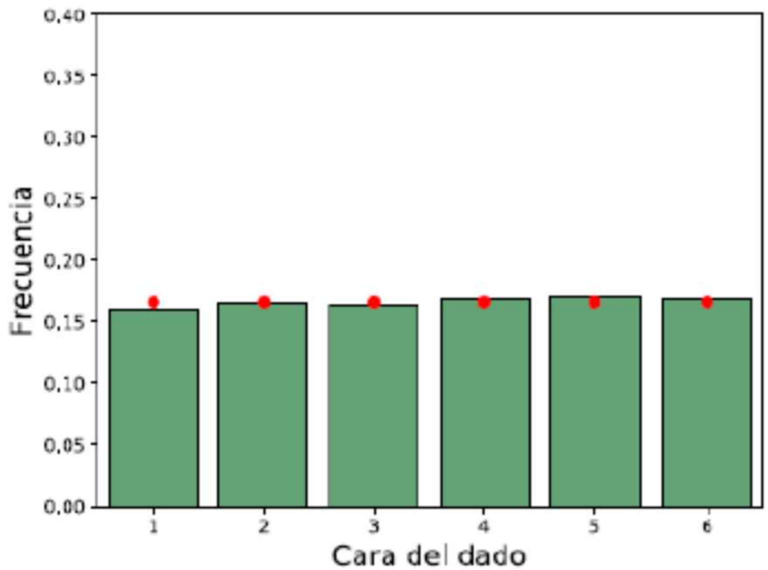




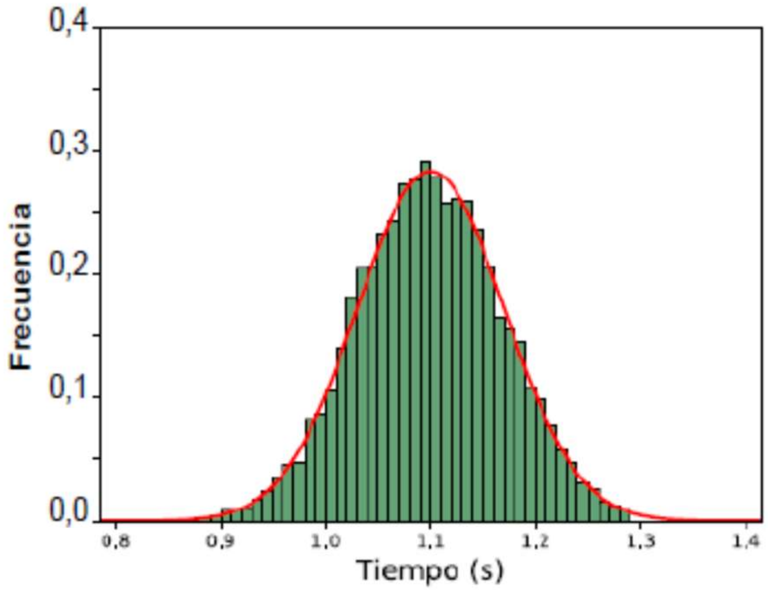
Distribución de probabilidad

N = 10000

Distribución de probabilidades



Discreto



Continuo

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

Valores característicos

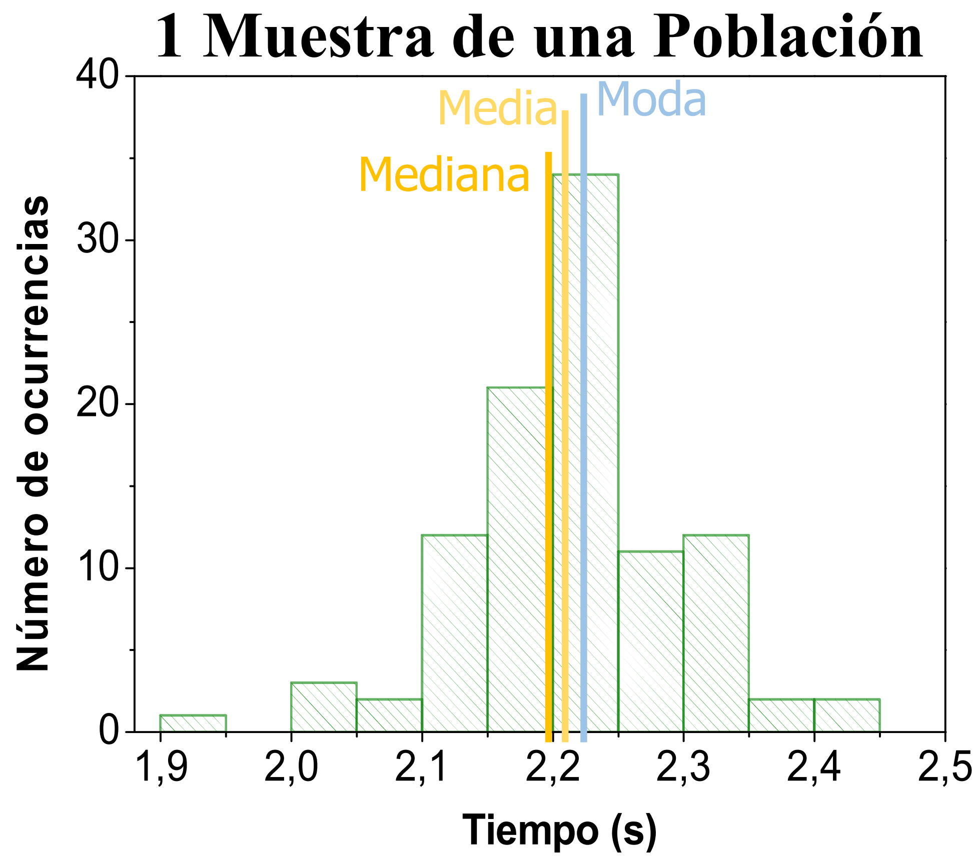
MODA

Mo, x_{mo}: Valor de x que corresponde al máximo de frecuencia

MEDIANA

Me, $\tilde{x}$: Valor de x que divide el 50% de los datos

$$\tilde{x} = \frac{x_{MAX} - x_{Min}}{2}$$

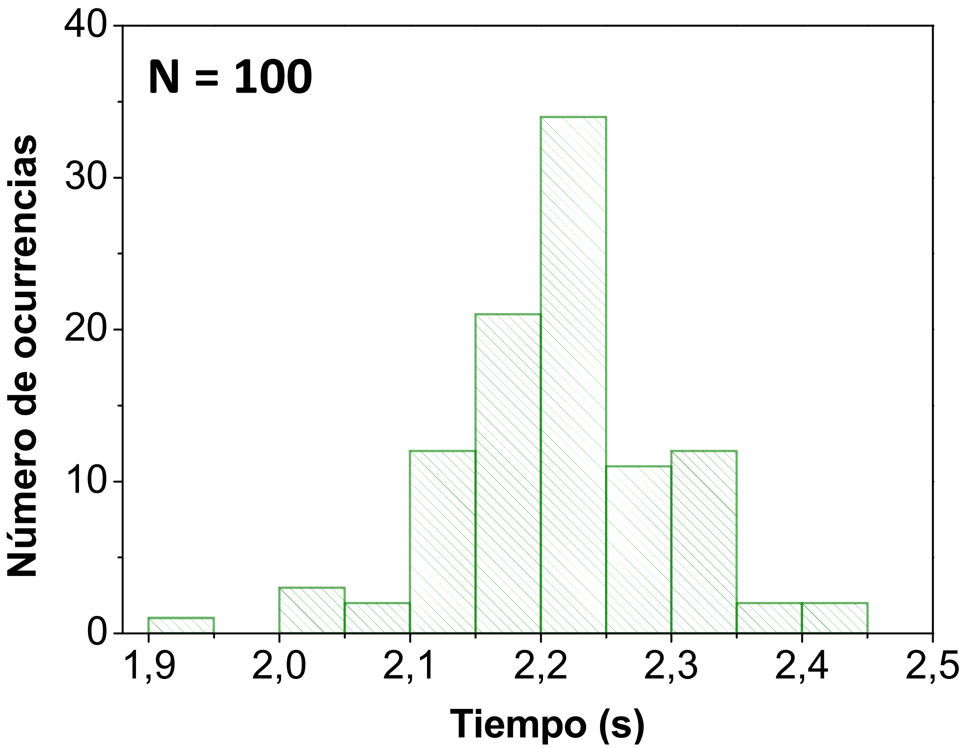


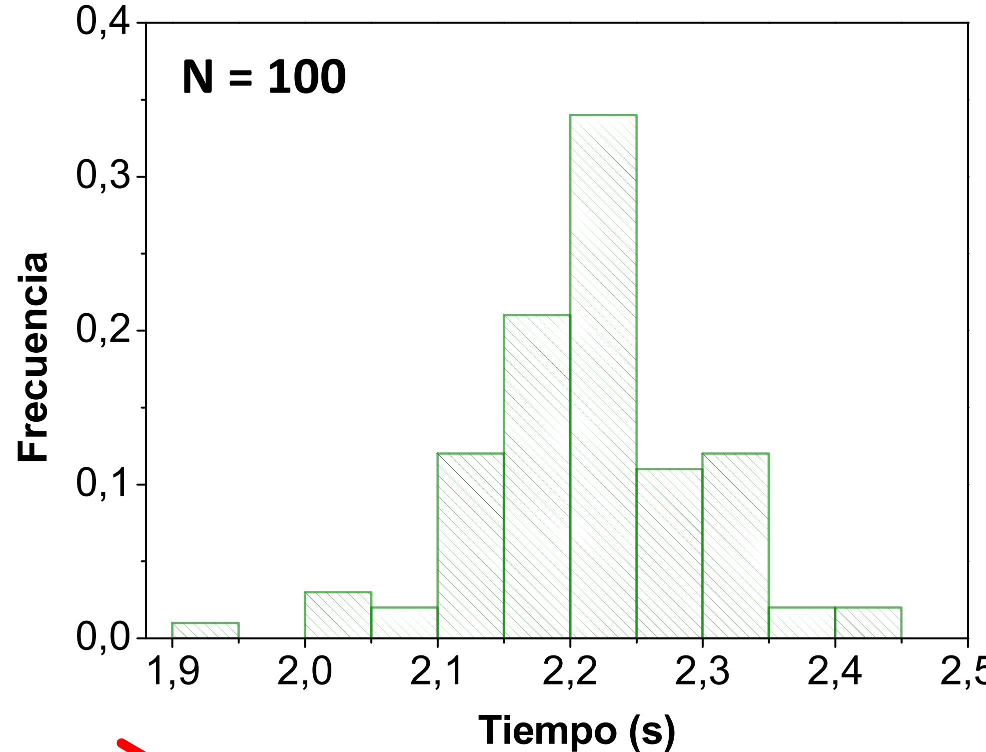
MEDIA ($\bar{x}$)

$\bar{x}$: Promedio o media aritmética

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Cómo comparo histogramas

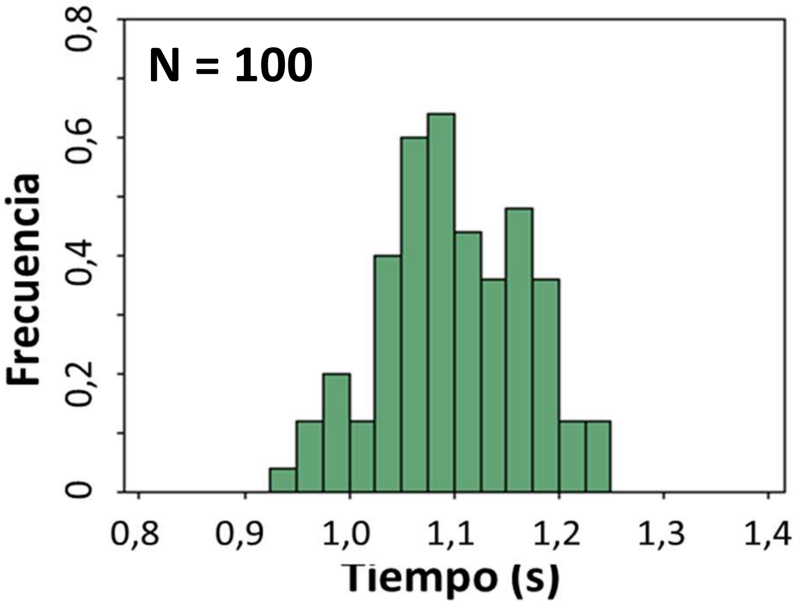




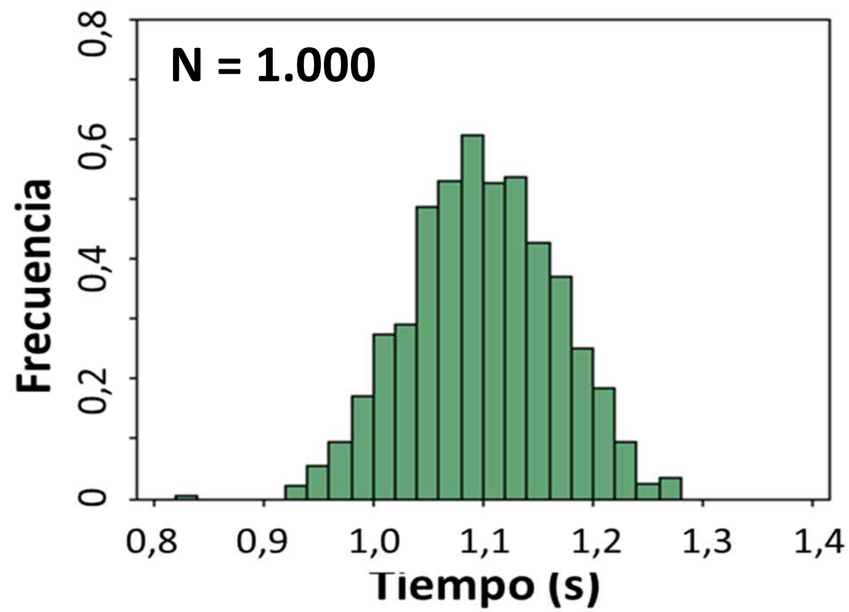
$$\frac{N\acute{u}mero\ de\ Ocurrencias}{N} = Frecuencia$$

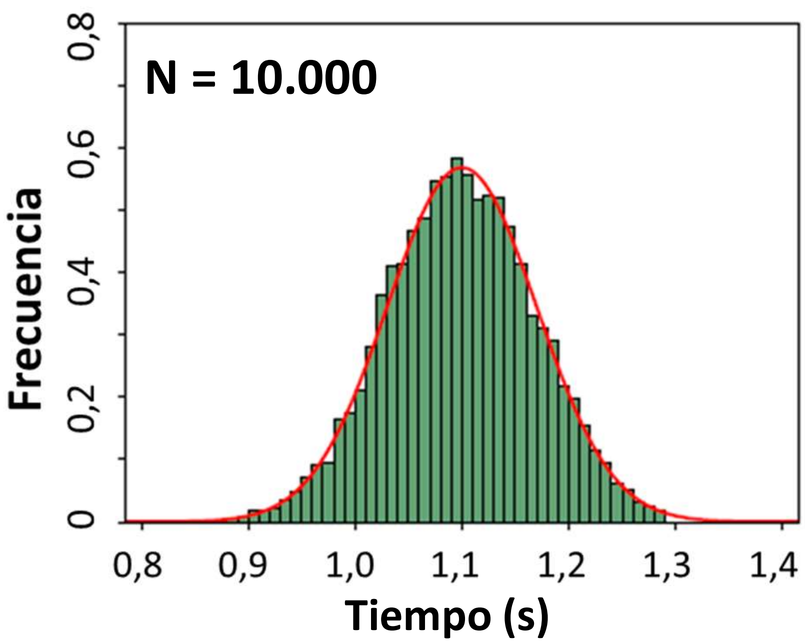
Condición de Normalización $\rightarrow$ $$\sum_i F_i = 1$$

¿Si aumenta N?

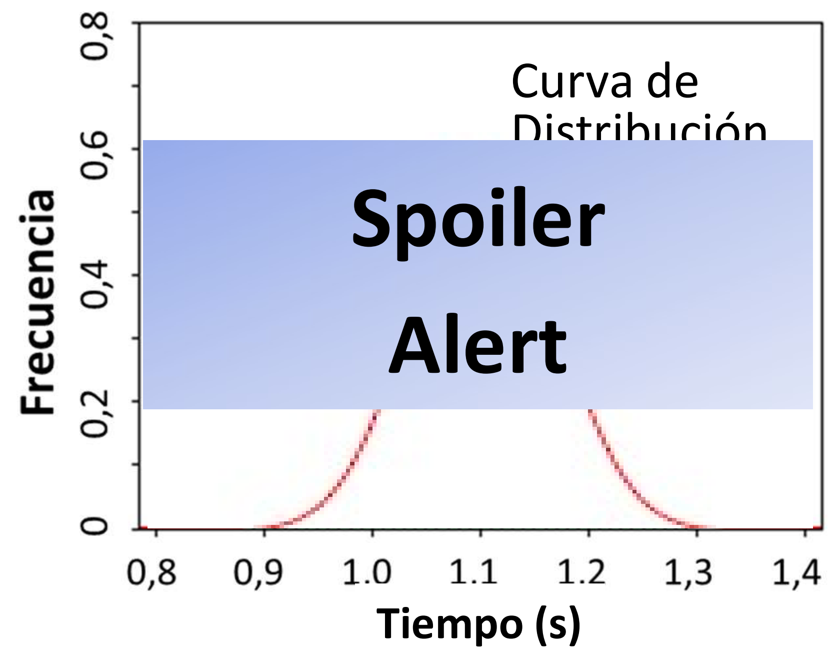


↑ N
↑ C
↓ *a*





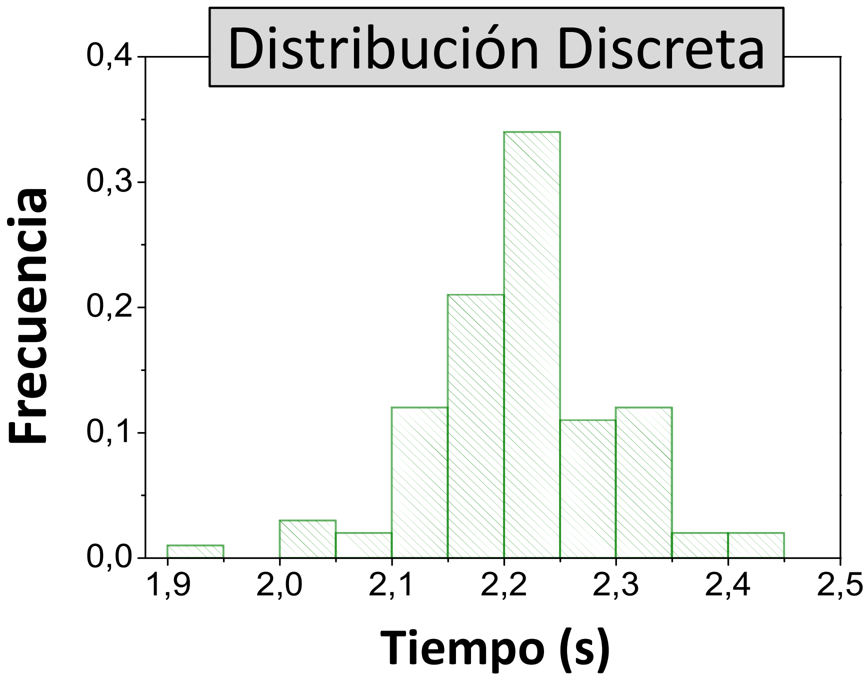
$$N \to \infty$$
$$a \to dx$$

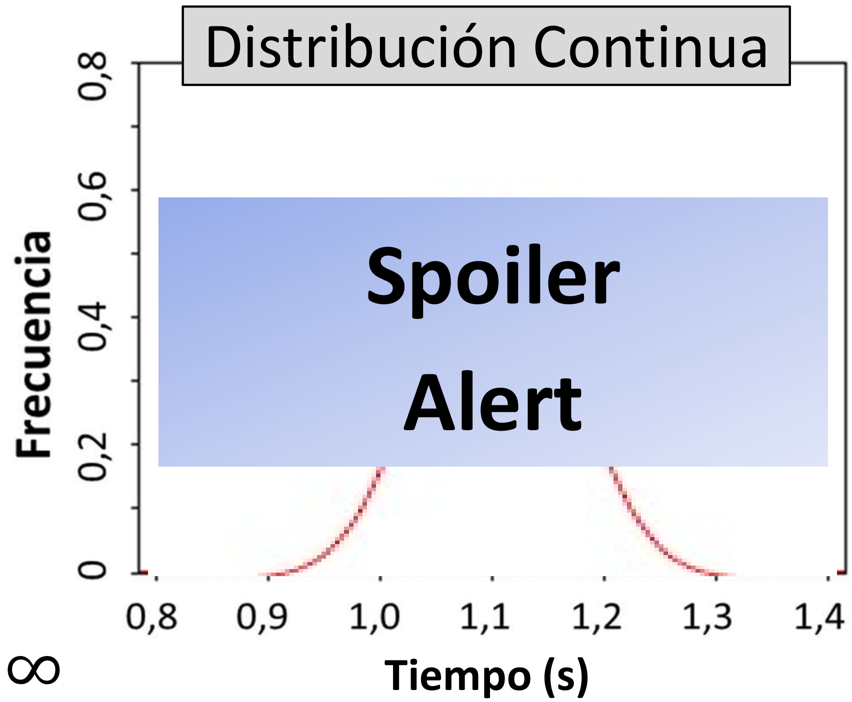


Objetivo

Estimar los parámetros de la distribución a partir de los datos medidos

Tenemos una muestra finita de datos → Queremos estimamos los parámetros de la distribución





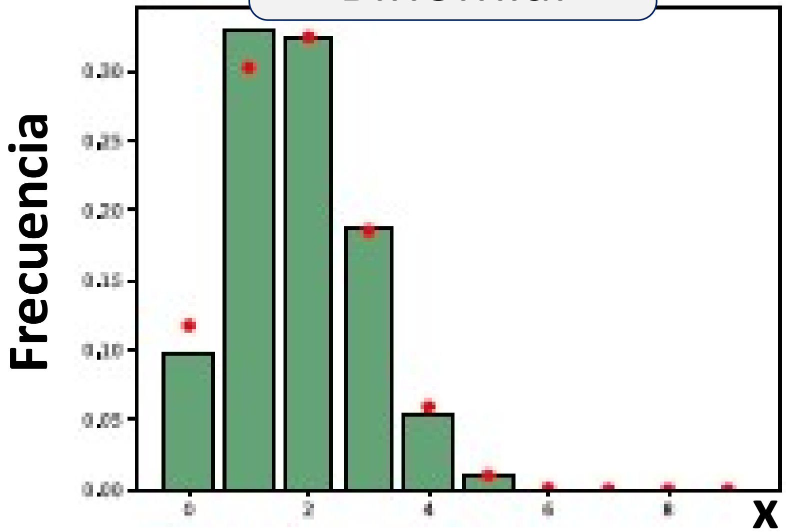
$N \to \infty$

$\bar{x} \longrightarrow ?$

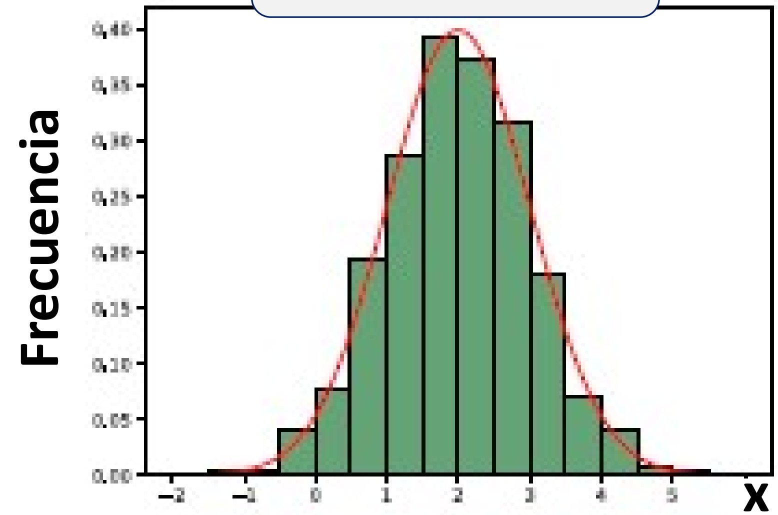
$S \longrightarrow ?$

Ejemplos de distribuciones

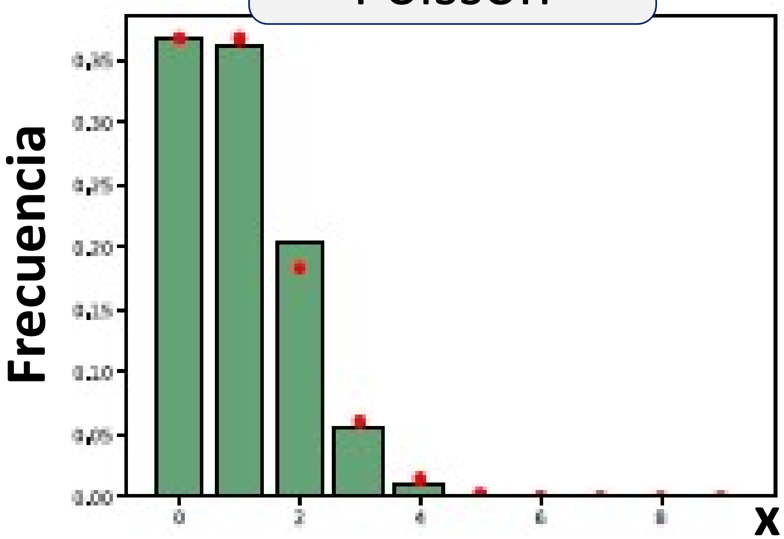
Binomial



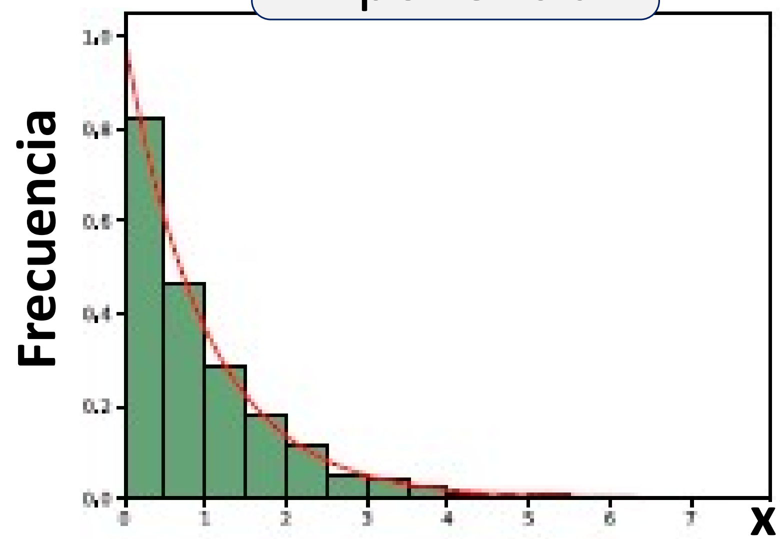
Gauss



Poisson

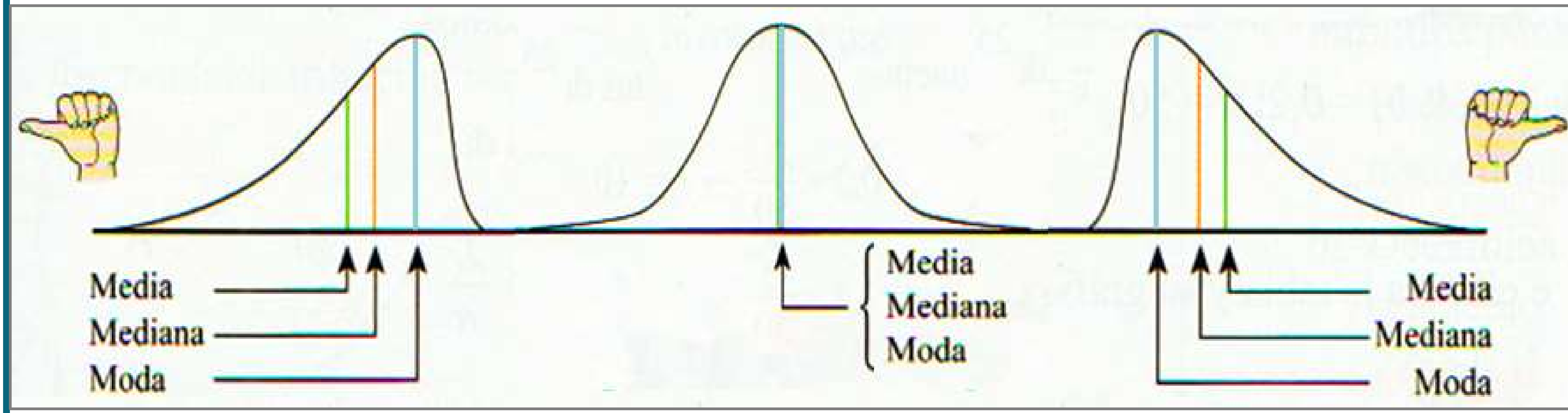


Exponencial



Media Moda y Mediana

Curva sesgada a la izquierda	Curva Simétrica	Curva sesgada a la derecha



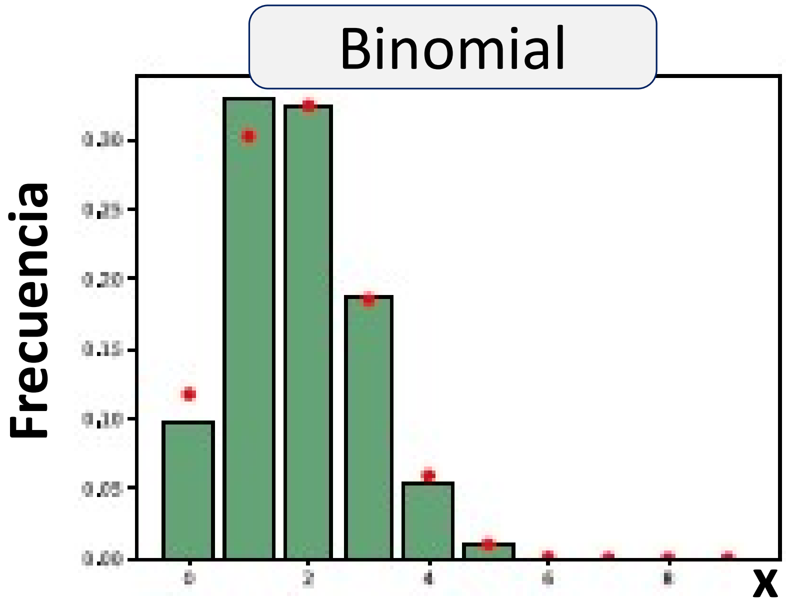
Media < Mediana < Moda

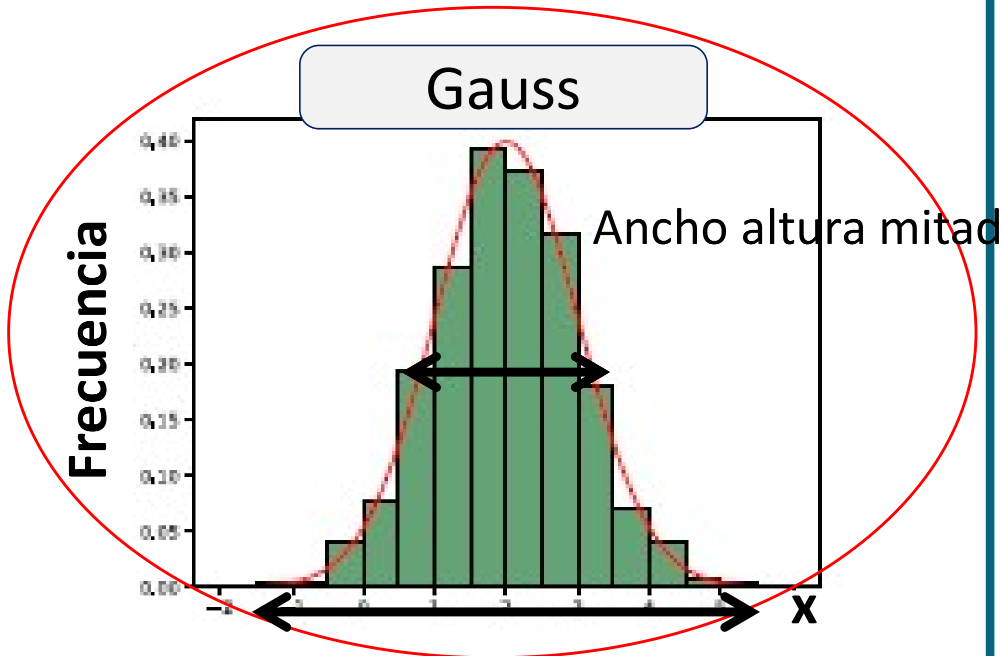
Moda > Mediana > Media

Moda=Mediana=Media

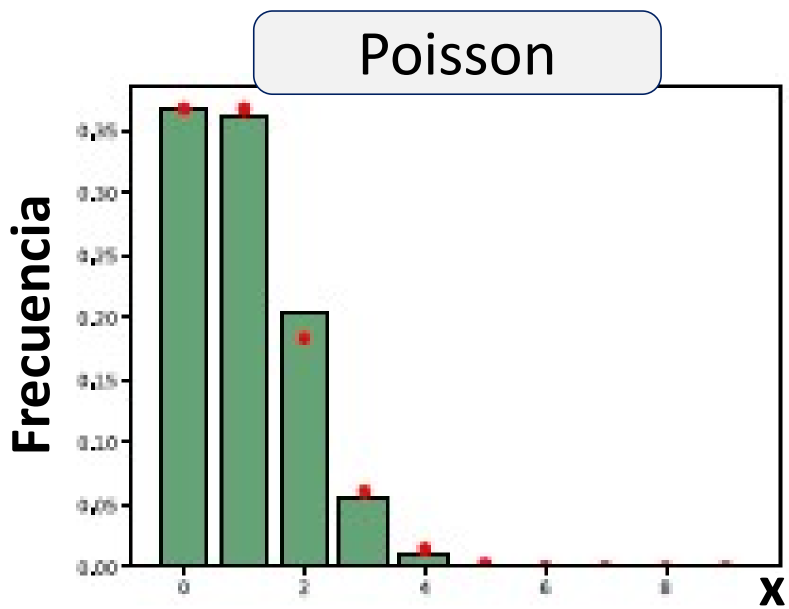
universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

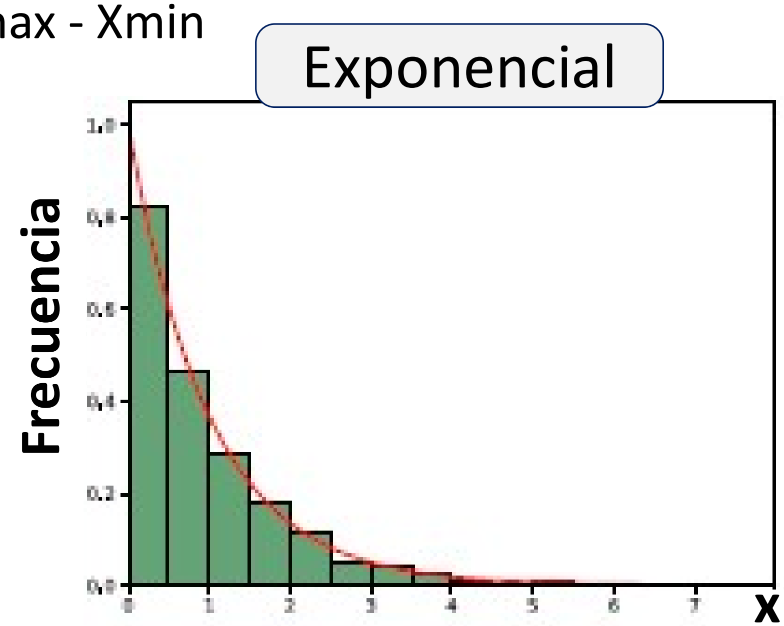
Ejemplos de distribuciones





Xmax - Xmin

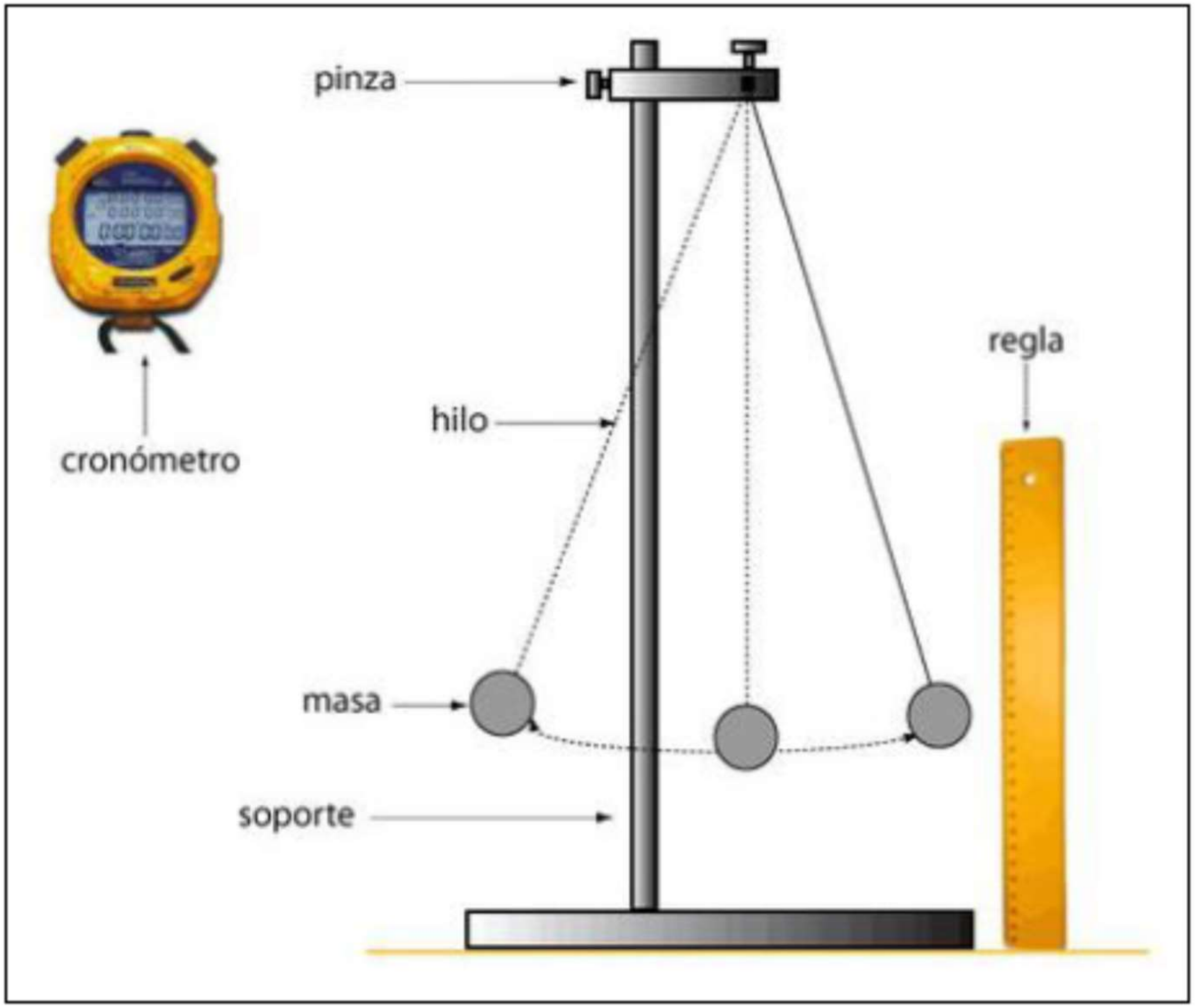




EXPERIMENTO

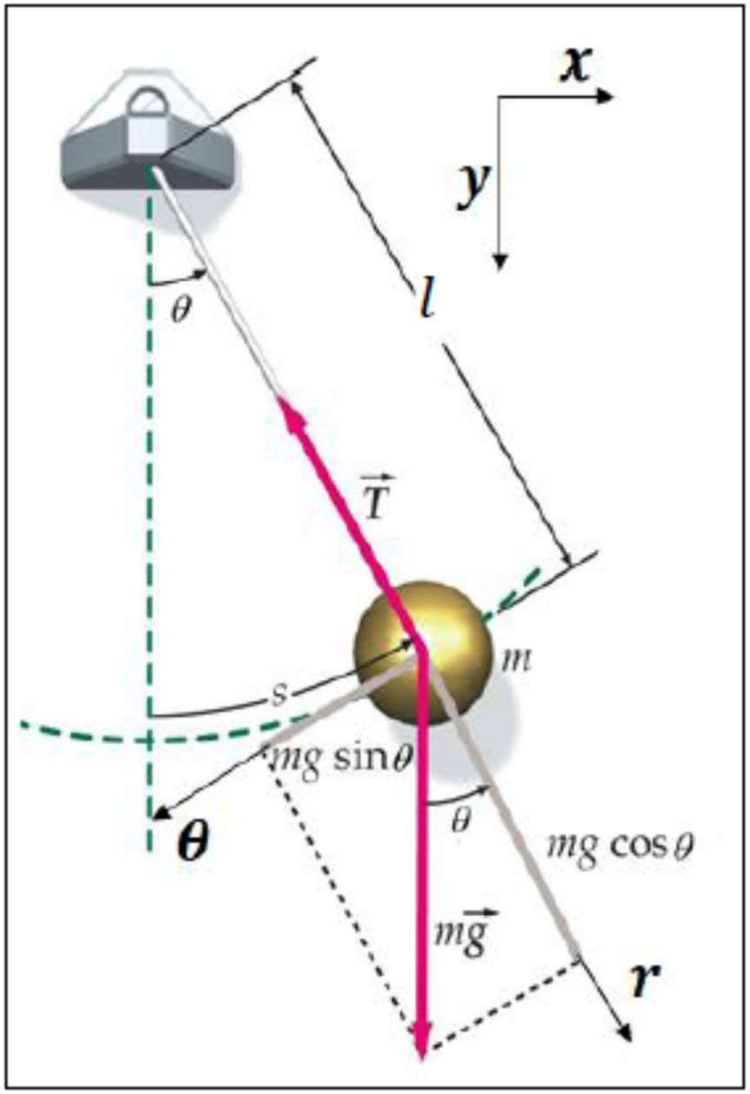
Exp. 2

DETERMINAR EL PERÍODO DE UN PÉNDULO



Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



2da Ley de Newton: $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{r}}: mgcos\theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}: -\cancel{m}gsen\theta = \cancel{m}a_\theta \rightarrow a_\theta = -gsen\theta \end{cases}$$

$$s = l\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a_\theta = \frac{d^2 s}{dt^2} = l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} = -gsen\theta$$

$$l\frac{d^2\theta}{dt^2} + gsen\theta = 0$$

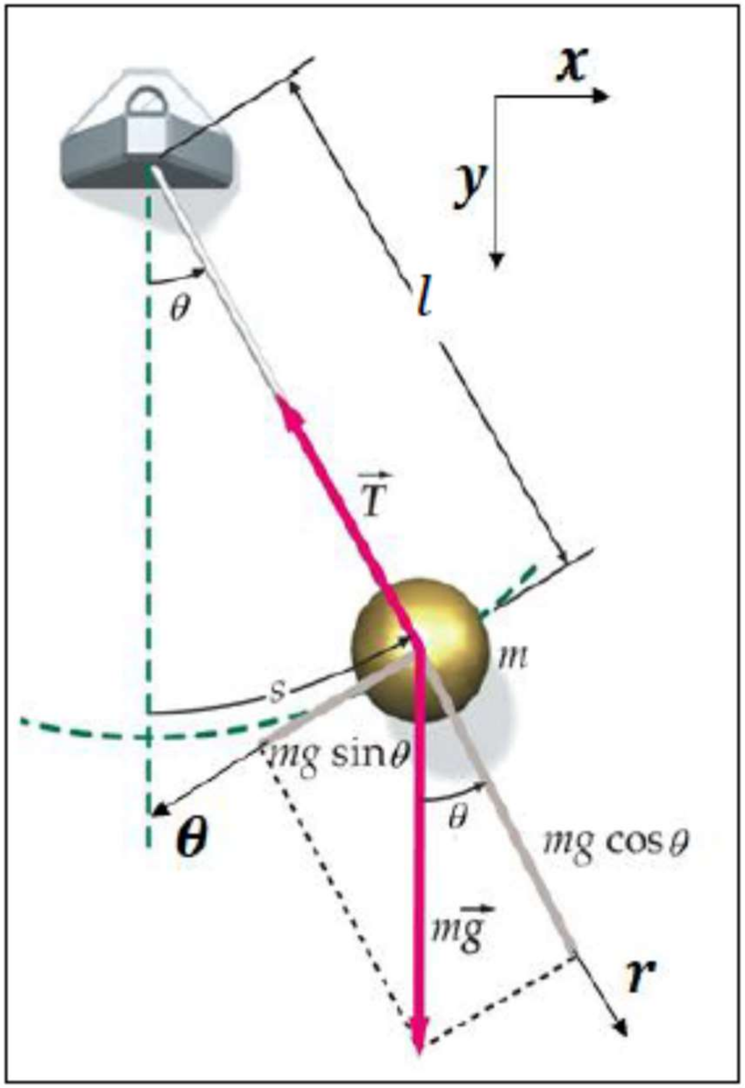
$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}sen\theta = 0}$$

Ecuación diferencias de 2do orden

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

Período de un Péndulo Simple

Diagrama de cuerpo libre



Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} sen\theta = 0}$$

$\theta \ll 1 \;\Rightarrow sen\theta \approx \theta$ $\qquad$ $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{g}{l}\theta = 0$

Solución: $\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(wt + \varphi)}$ $\qquad \theta_0 \ll 1$

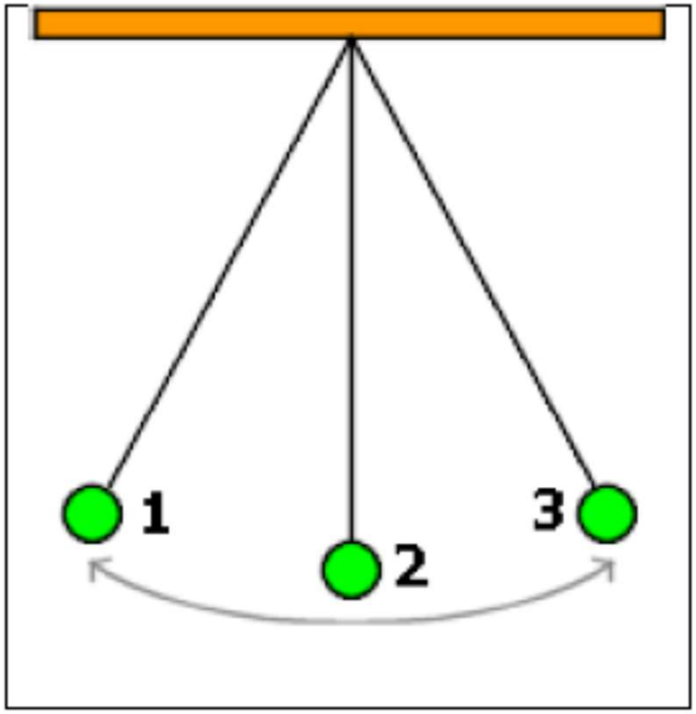
donde $w = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$ $\qquad f = \dfrac{w}{2\pi}$ $\qquad T = \dfrac{2\pi}{w}$

Período de un péndulo de longitud *l*

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Período de un Péndulo Simple

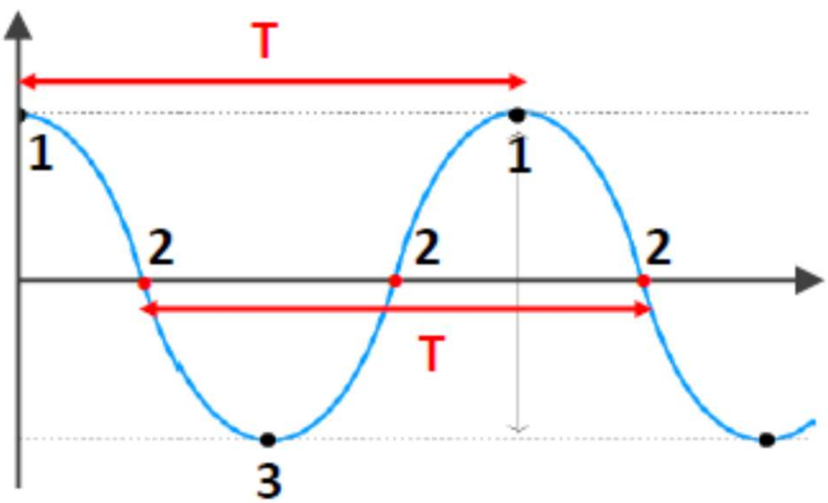
Período del péndulo



¿Y si comienzo a medir cuando pasa por el punto de equilibrio (2)?

Tiempo de una oscilación completa

Tiempo que tarda el péndulo en partir desde uno de sus extremos de amplitud (1), pasar por el punto de equilibrio (2), llegar al otro extremo de amplitud (3) y regresar nuevamente al primer punto (1)



EXPERIMENTO

EXPERIMENTO (VER GUÍA 2)

- Longitud del Péndulo de alrededor de 80 – 100 cm
- Pesar la masa

Actividad 1:

- Realizar 20 mediciones del período del péndulo (θ<10°) (N = 20).
- Realizar el histograma del experimento.

Actividad 2:

- Realizar 180 mediciones más y sumarle las anteriores (200 en total)
- Dividirlos en 5 series de N=10, 20, 50, 100 y 200 (orden en que fueron medidos).
- Realizar Histogramas de cada serie.

Ambas actividades:

- Obtener los valores característicos de cada serie.

universidad de buenos aires - exactas
departamento de física

EXPERIMENTO

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Ambas actividades: Incerteza (Ancho altura mitad, Max-Min)

Actividad 1:

- Analizar forma de la distribución (similitudes y diferencias)
- Analizar valores característicos y errores para cada experimento
- Informar como ($x \pm \Delta x$), comparar, generalizar…

Actividad 2:

- Lo mismo, pero ahora en función del nro de mediciones de la serie.
- ¿la forma depende de N? ¿cómo cambia? ¿la distribución parece indicar un único valor más probable o es uniforme?
- A partir de los resultados y su análisis, reportar el mejor valor del período del péndulo posible, con su incerteza.