



universidad de buenos aires - exactas
departamento de Física

MEDICIONES DIRECTAS 2 – DETERMINACIÓN DEL PERÍODO DE UN PÉNDULO HISTOGRAMAS

Laboratorio 1 – 1er Cuatrimestre de 2024

Departamento de Física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires



Repaso de la clase pasada

RESULTADO

Intervalo de Confianza

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x$$

$$[\bar{x} - \Delta x, \bar{x} + \Delta x] \text{ Unidad}$$

Expresión del Resultado

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ Unidad}$$

$\bar{x} \rightarrow$ Valor más representativo

$\Delta x \rightarrow$ Incerteza Absoluta
Error Absoluto

Error
ABSOLUTO (Δx)

$$\Delta x = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_e^2}$$

$\sigma_e?$

Error
NOMINAL (σ_N)

$$\sigma_N^2 = \sigma_{ap}^2 + \sigma_{\text{instr}}^2 + \sigma_{\text{lect}}^2$$



¿Cuál es el período del metrónomo?



1,25 s

1,23 s

1,22 s

1,25 s

1,24 s

1,26 s

1,23 s

1,23 s



$\sigma_{ap} = 0,01 \text{ s}$

Algunos de los datos **difieren entre sí en más de la precisión del instrumento**

*Si mido más de 1 vez y obtengo datos **fuera del intervalo de confianza** $[\bar{x} - \sigma_{ap}, \bar{x} + \sigma_{ap}] \rightarrow \Delta x = ?$*

Distribución estadística - Histogramas

Supongamos que tomamos N mediciones de una MF $\rightarrow \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen los datos?

Tirar un dado $N = 100$ veces

Medición #	Cara del dado
1	2
2	6
3	1
...	...
99	4
100	1



Medir el período de un faro $N = 100$ veces

Medición #	Tiempo (s)
1	1,02
2	0,98
3	1,07
...	...
99	1,22
100	1,10





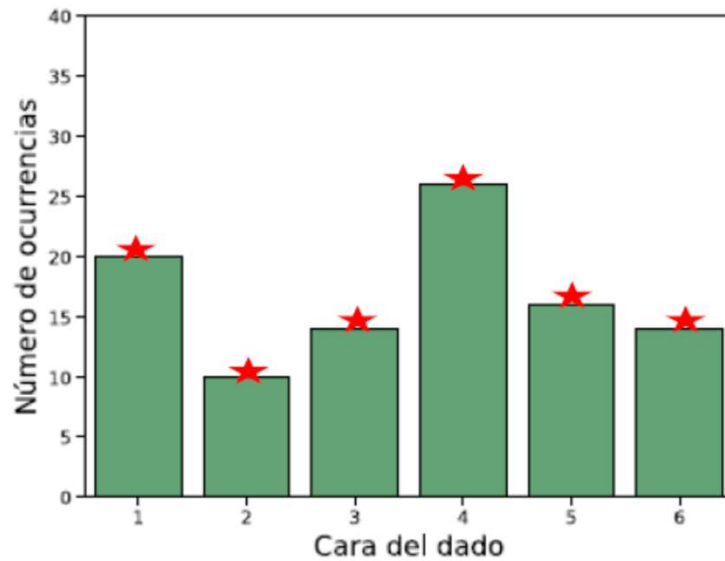
Distribución estadística - Histogramas

Histograma

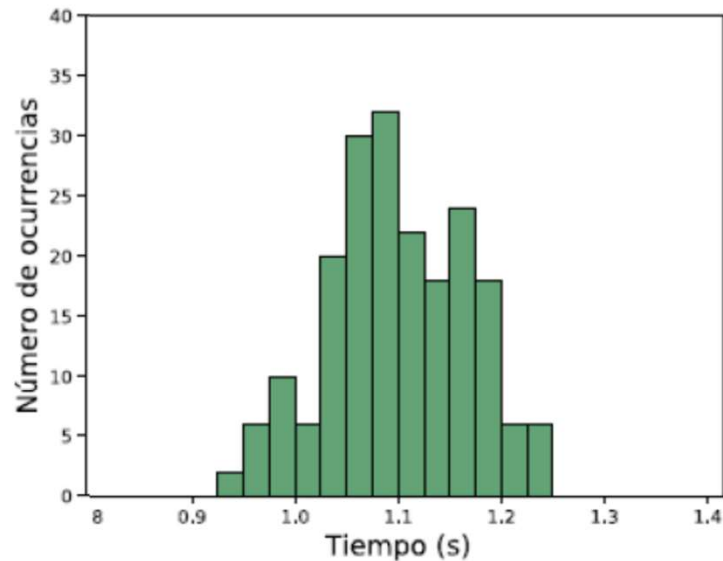


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\sum_j N^{\circ} \text{Ocurrencias}_j = N$$

Distribución estadística

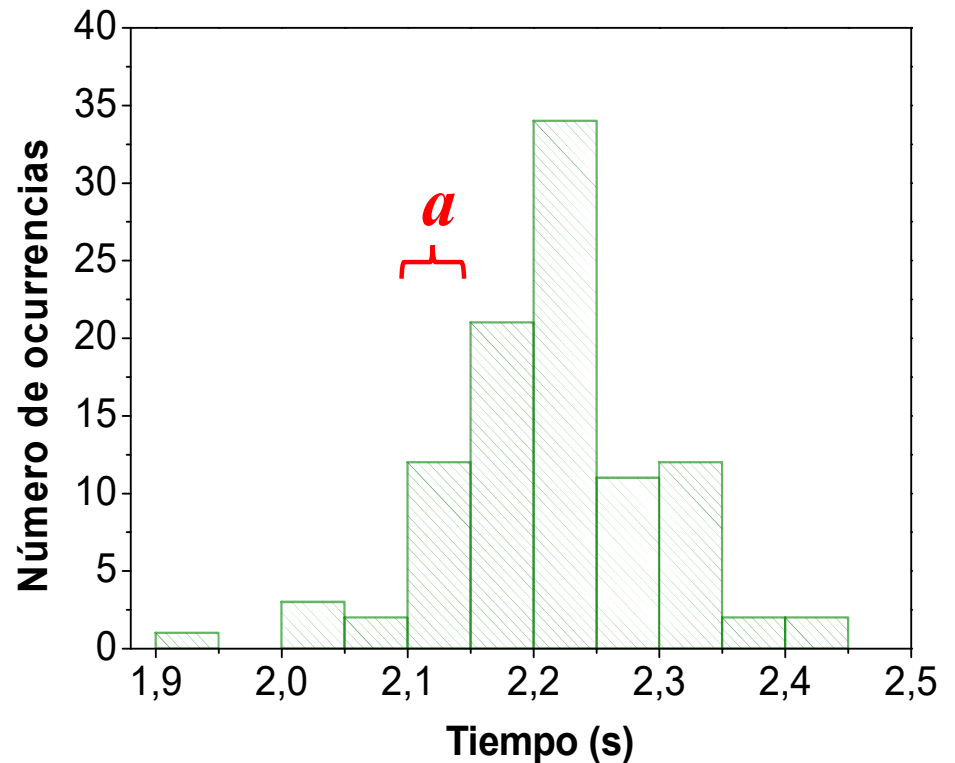
Histogramas

Si tomamos N mediciones de la magnitud x , tenemos $\{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}$

¿Cómo se distribuyen estos valores?

→ **Histograma**

Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos



- Número total de datos: N
- Rango: $[x_{\min}, x_{\max}]$
- Intervalo de clase (bin size): a
- 1^{er} intervalo: $[x_{\min}, x_{\min+a}]$
- Último intervalo: $[x_{\max-a}, x_{\max}]$
- Cantidad de intervalos de clase: C

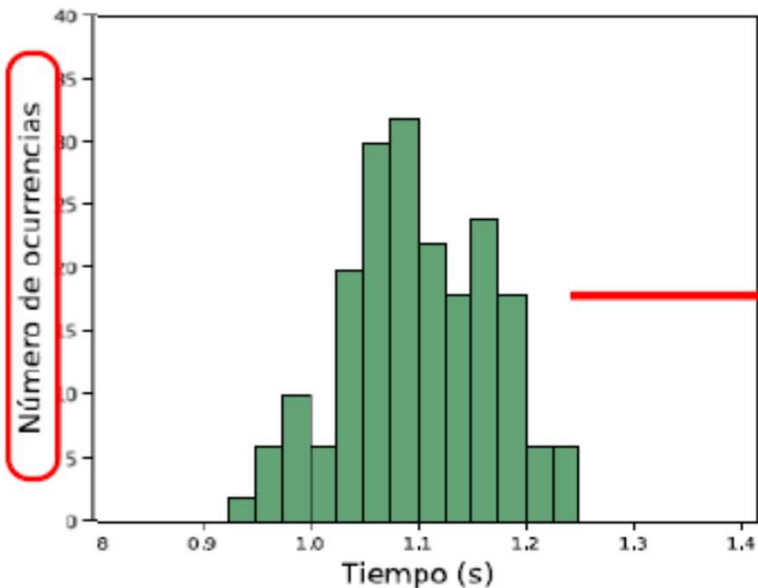
$$a = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{C}$$

$$\sum_j N^{\circ} \text{Ocurrencia}_j = N$$

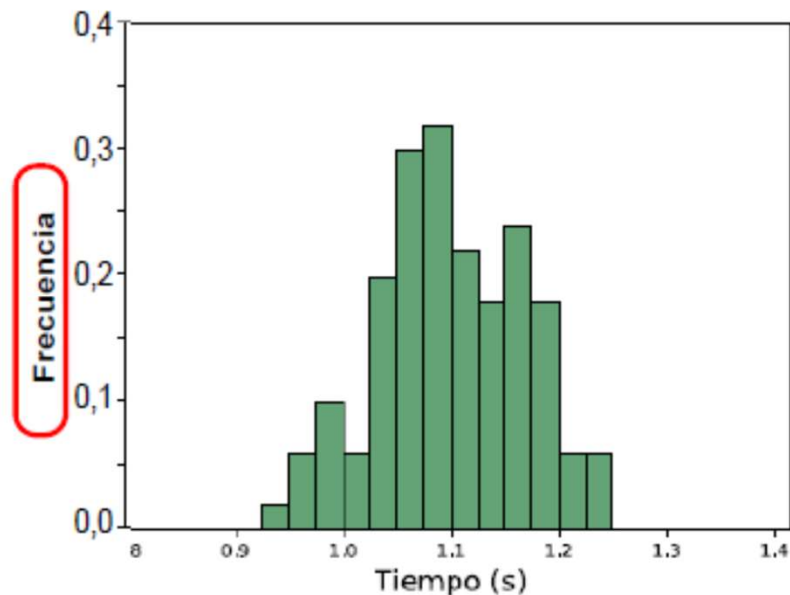


Resultados del Experimento - Histogramas

Medir el período de un faro N = 100 veces



Medir el período de un faro N = 100 veces



$$\frac{N^{\circ} \text{ Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

Condición de Normalización

$$\sum_j F_j = 1$$



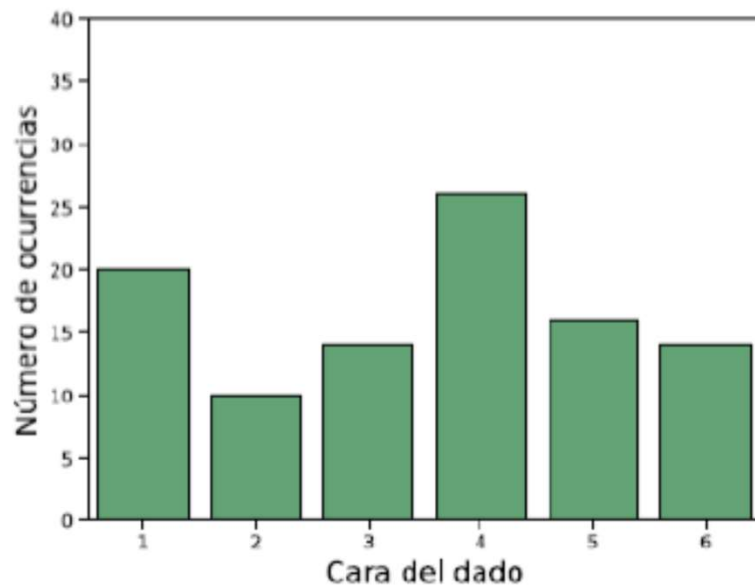
Resultados del Experimento - Histogramas

Histograma

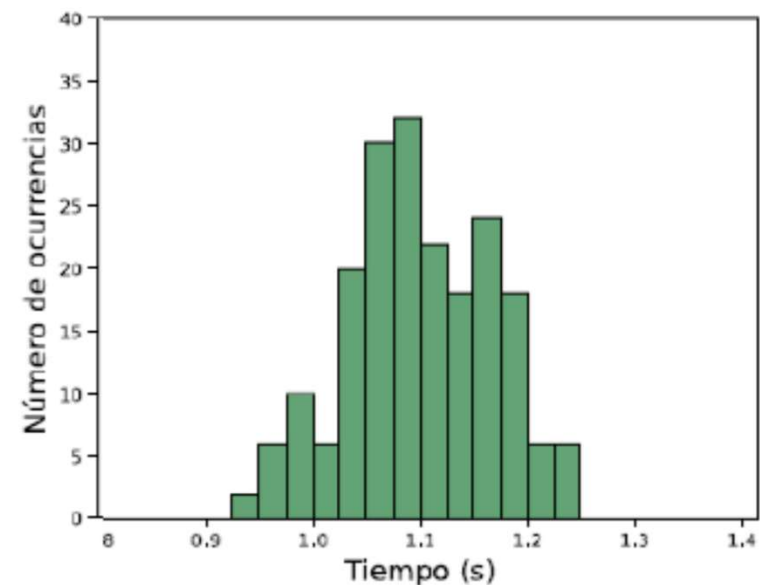


Representación gráfica en coordenadas cartesianas de la distribución de datos

Tirar un dado N = 100 veces



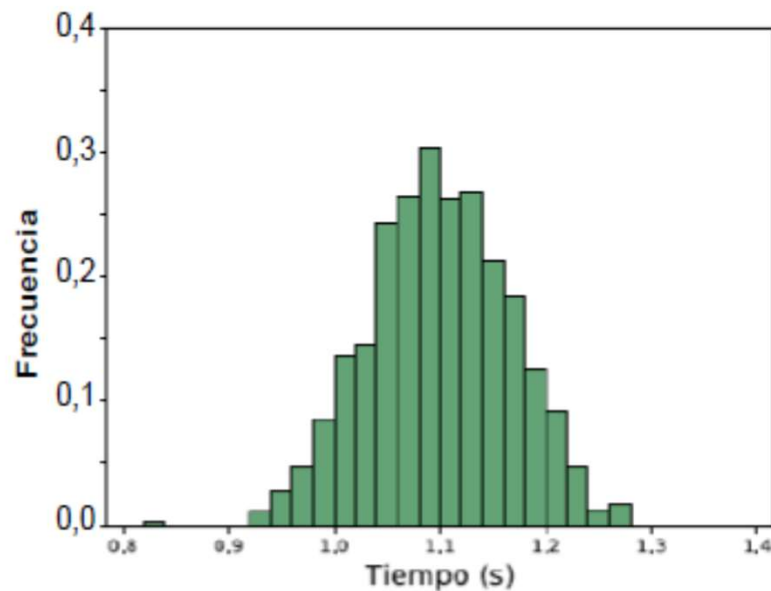
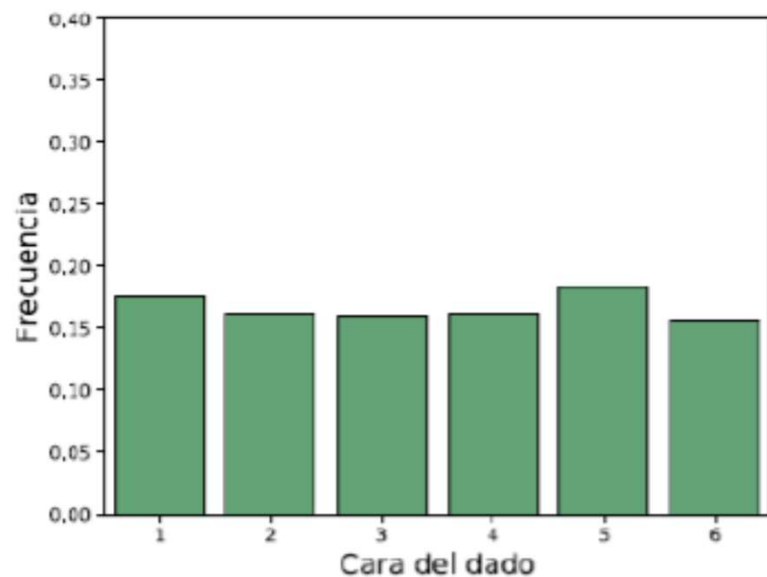
Medir el período de un faro N = 100 veces





Distribución de probabilidad

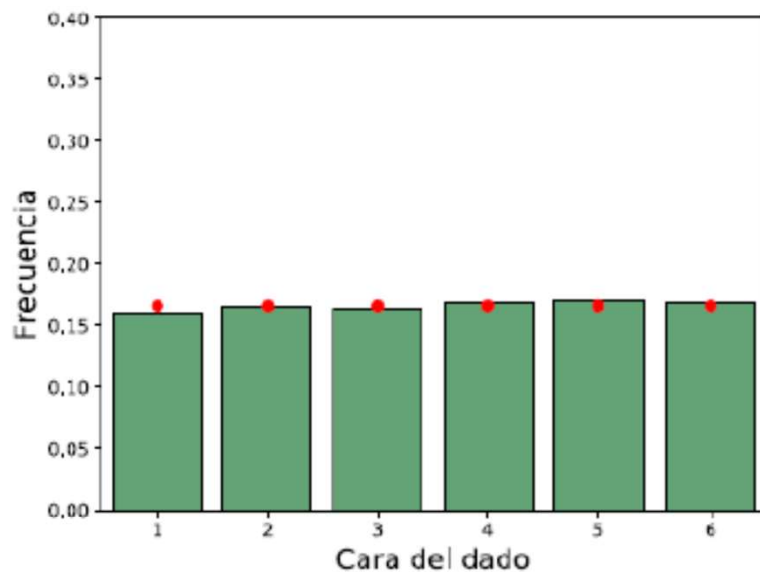
N = 1000



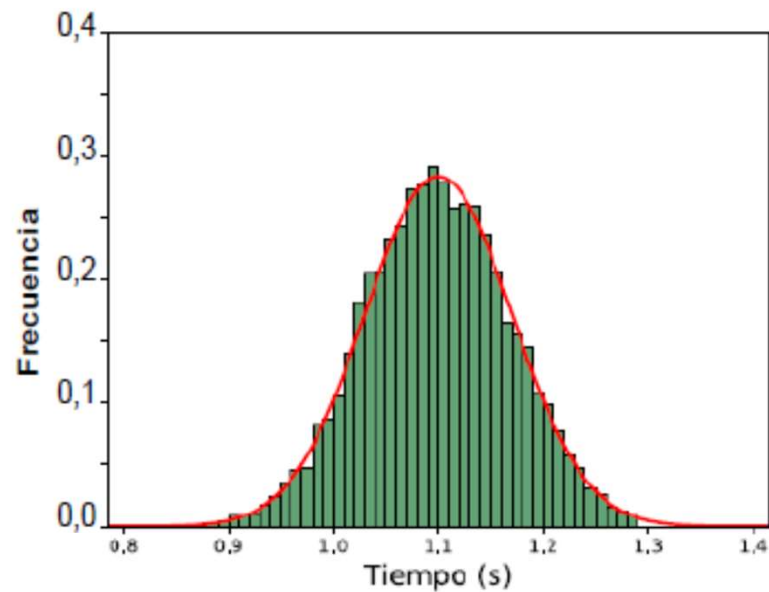
Distribución de probabilidad

N = 10000

Distribución de probabilidades



Discreto



Continuo

Valores característicos

MODA

M_o, x_{mo} : Valor de x que corresponde al máximo de frecuencia

MEDIANA

M_e, \tilde{x} : Valor de x que divide el 50% de los datos

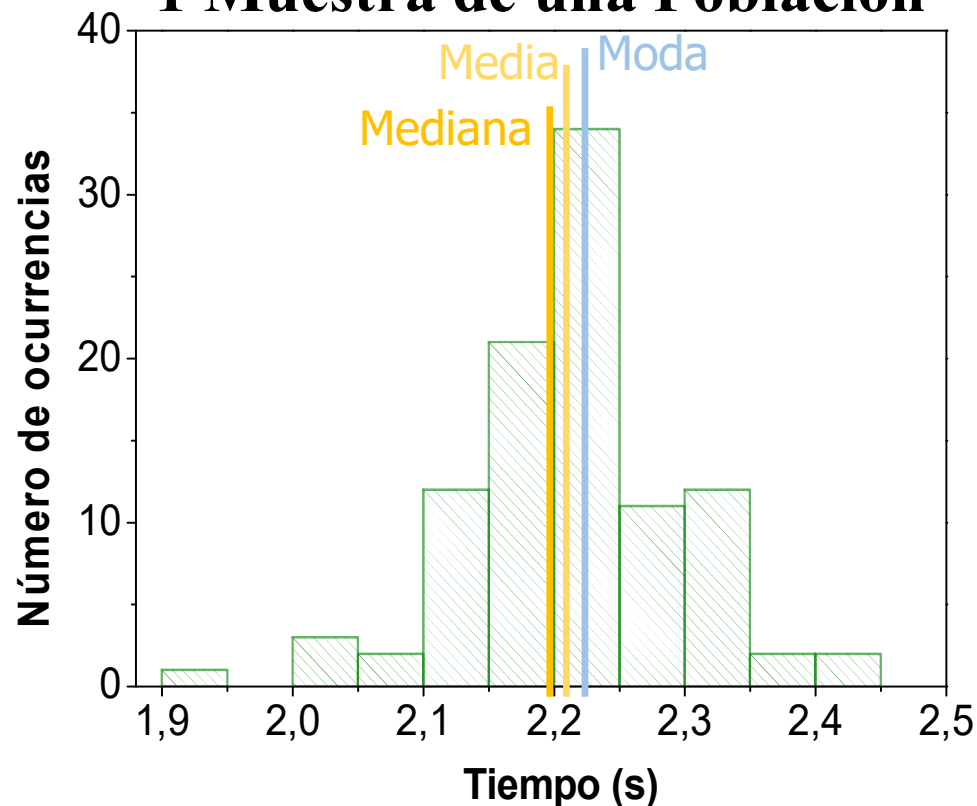
MEDIA (\bar{x})

\bar{x} : Promedio o media aritmética



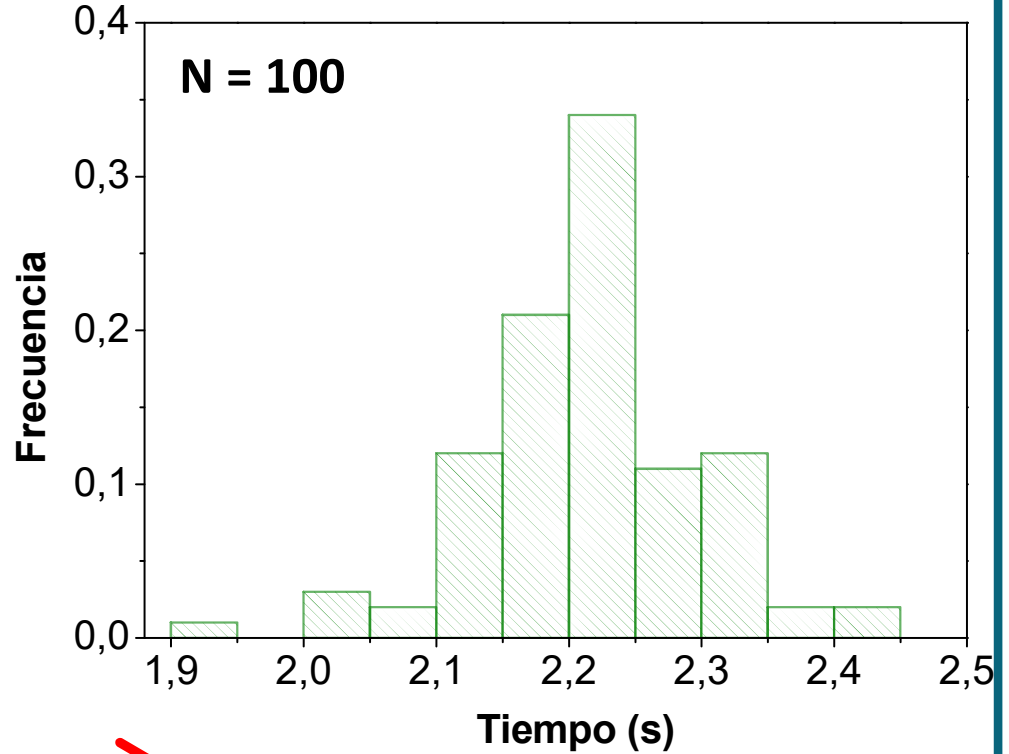
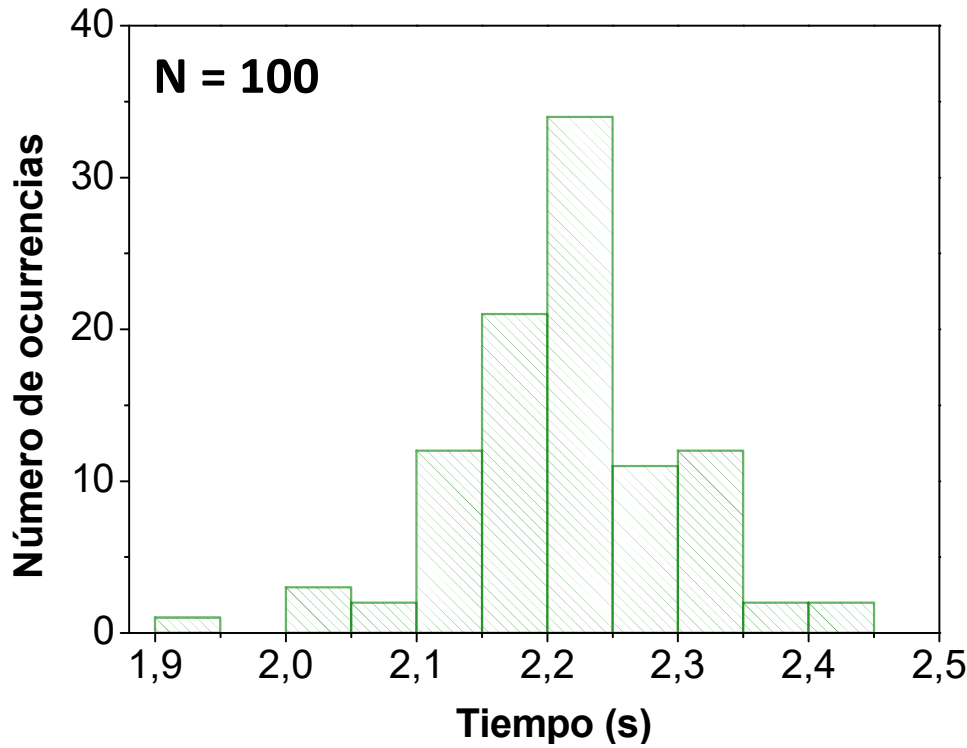
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

1 Muestra de una Población





Cómo comparo histogramas



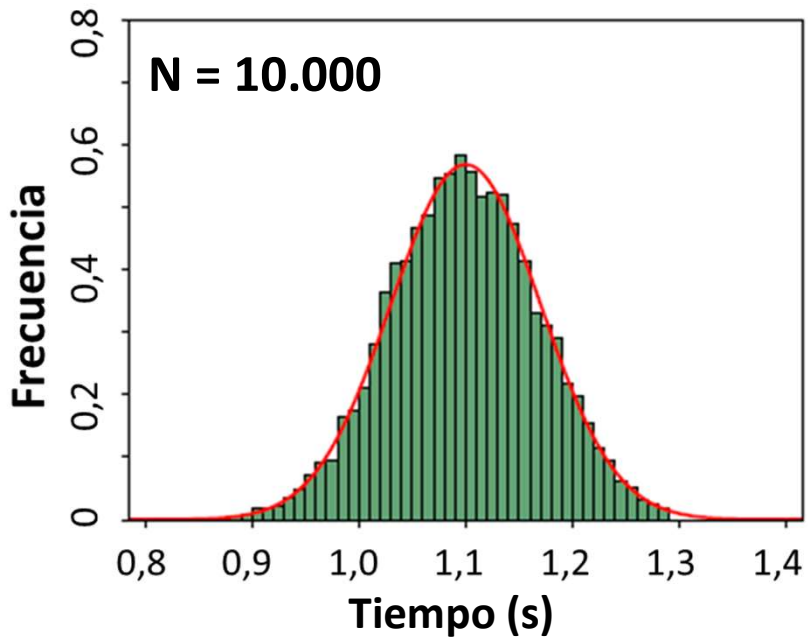
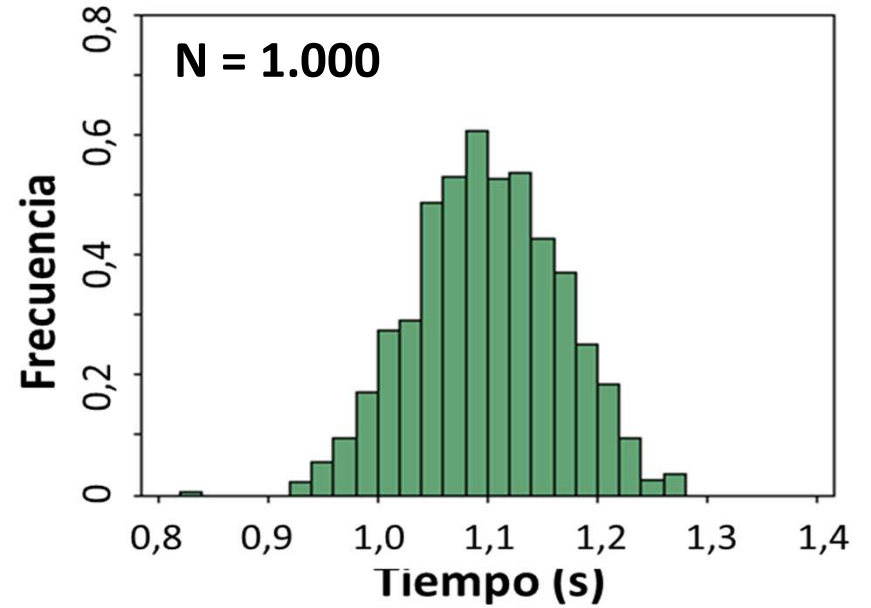
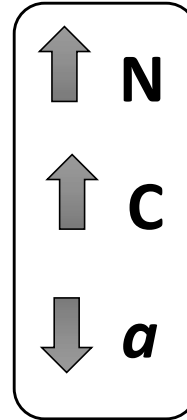
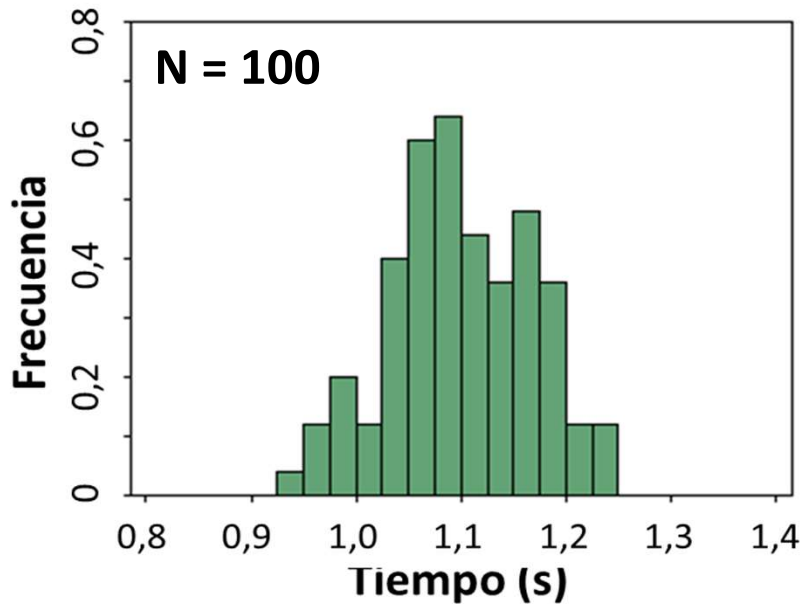
$$\frac{\text{Número de Ocurrencias}}{N} = \text{Frecuencia}$$

Condición de Normalización $\rightarrow \sum_i F_i = 1$

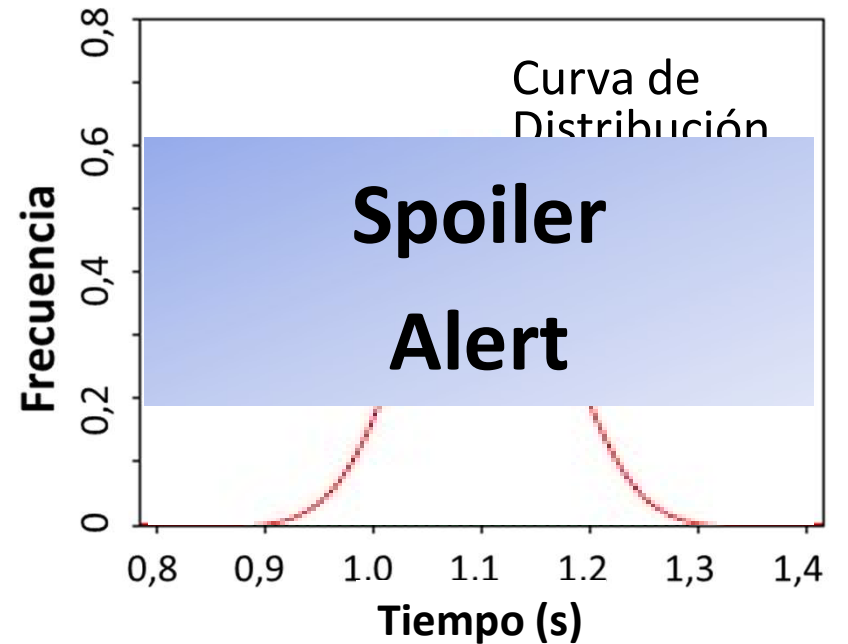
Material Adicional
Información para
confeccionar
histogramas



¿Si aumenta N?



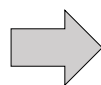
$N \rightarrow \infty$
 $a \rightarrow dx$



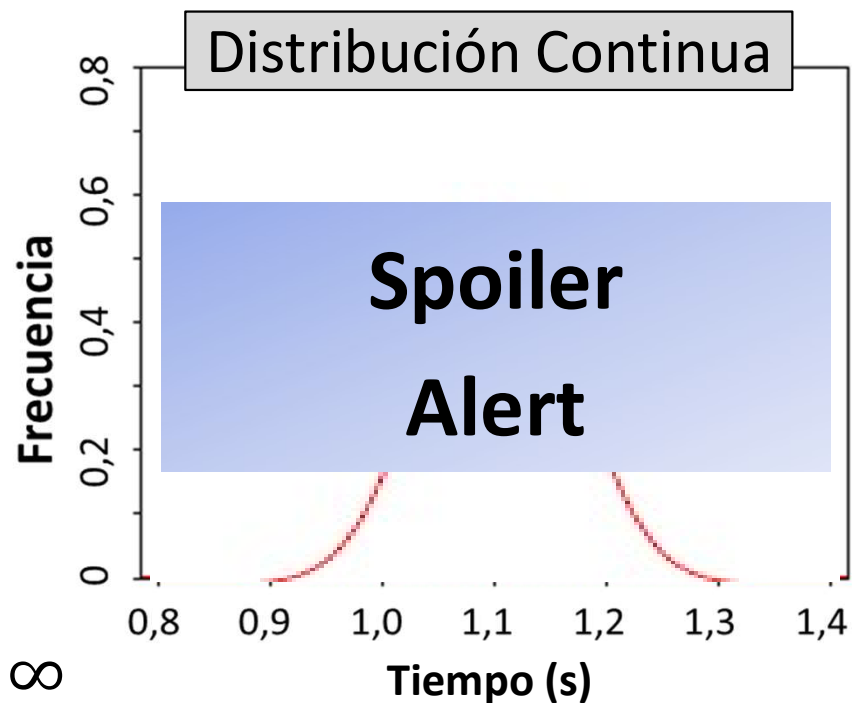
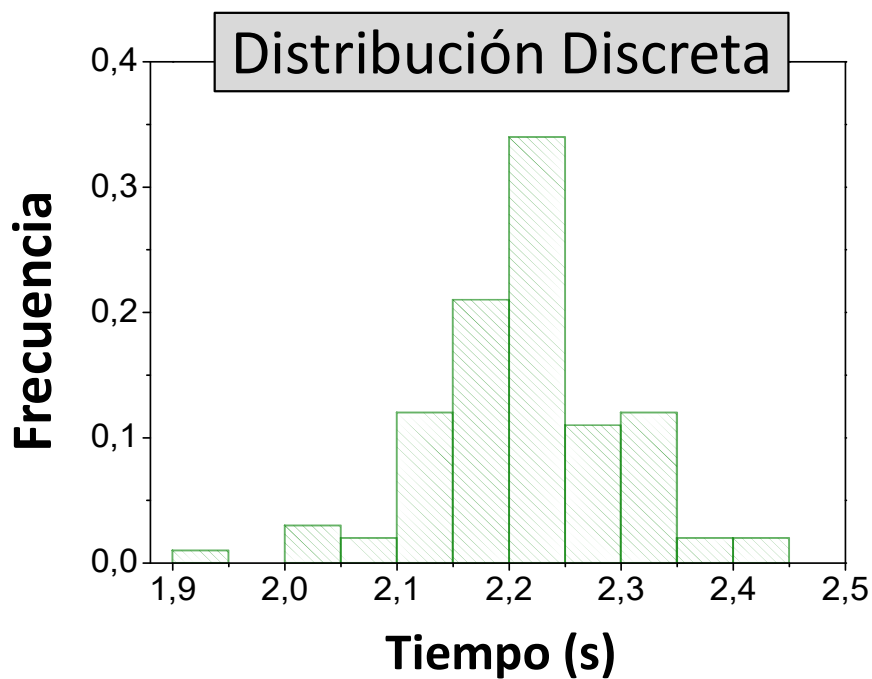
Objetivo

Estimar los parámetros de la distribución a partir de los datos medidos



Tenemos una muestra finita de datos



Queremos estimar los parámetros de la distribución



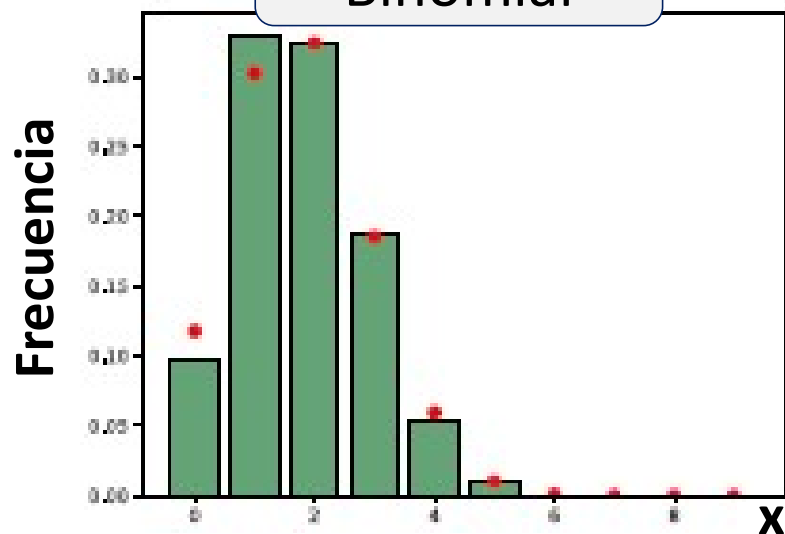
$N \rightarrow \infty$

\bar{x}  ?
 S  ?

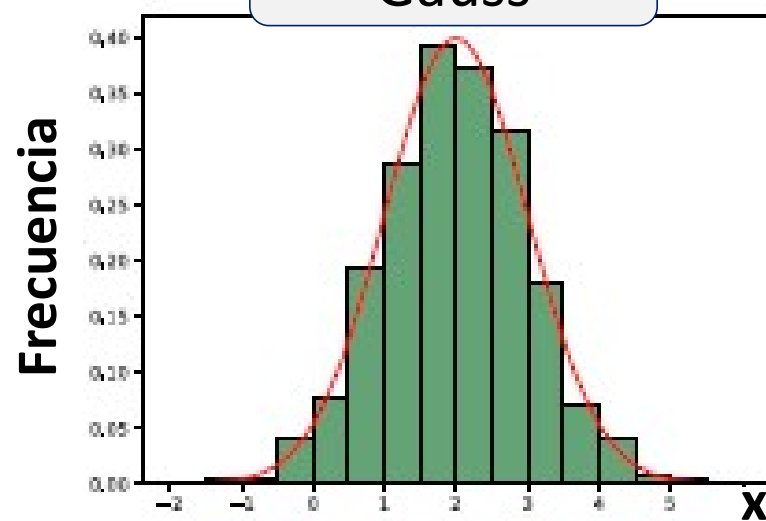


Ejemplos de distribuciones

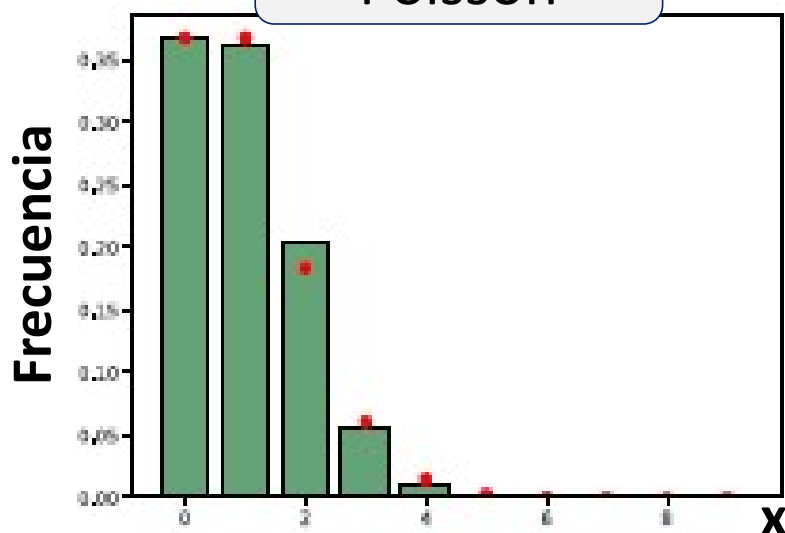
Binomial



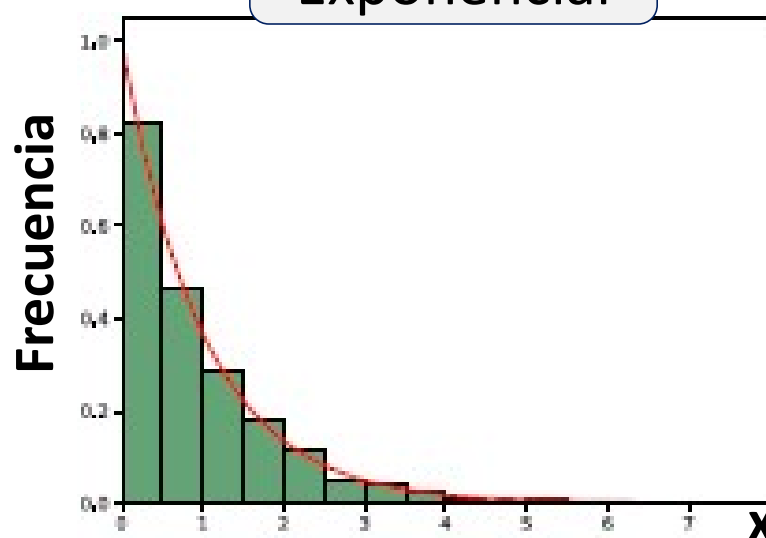
Gauss



Poisson



Exponencial

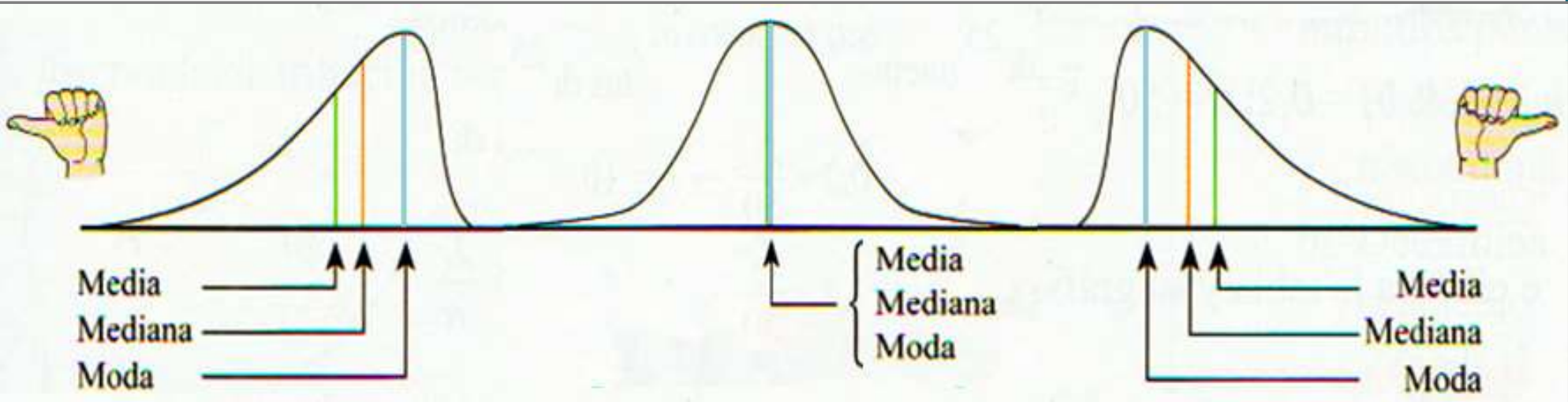


Media Moda y Mediana

Curva sesgada a la izquierda

Curva Simétrica

Curva sesgada a la derecha



Media < Mediana < Moda

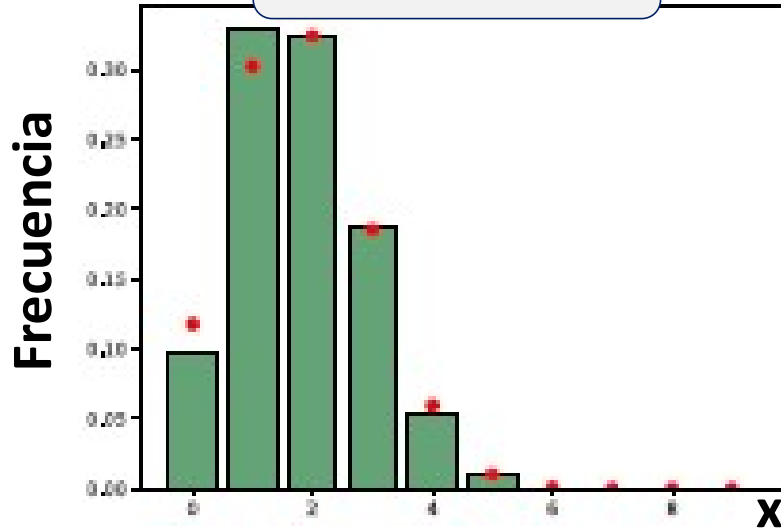
Moda > Mediana > Media

Moda = Mediana = Media

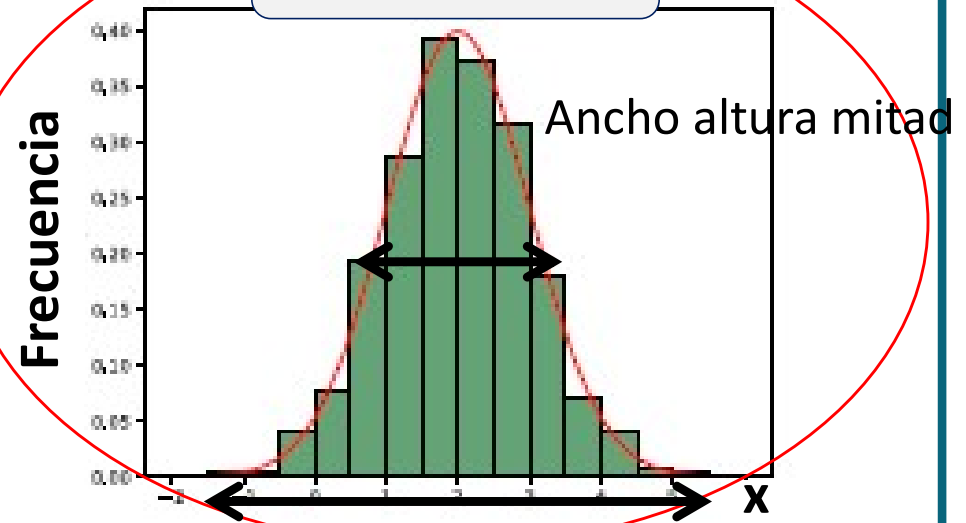


Ejemplos de distribuciones

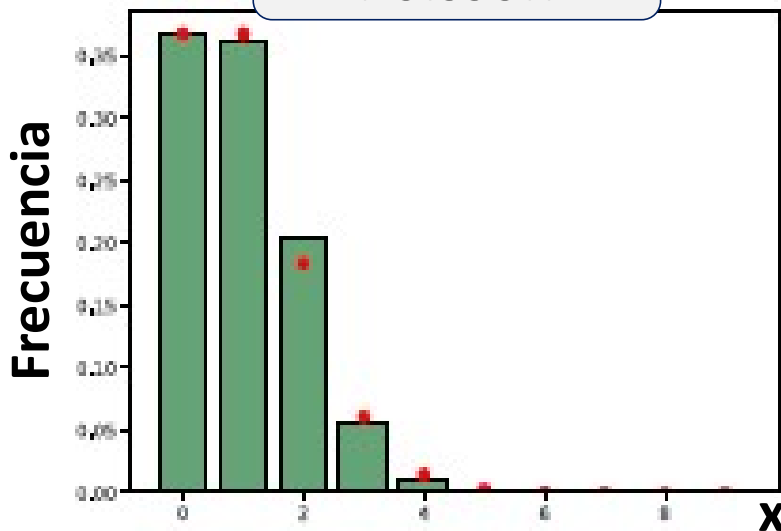
Binomial



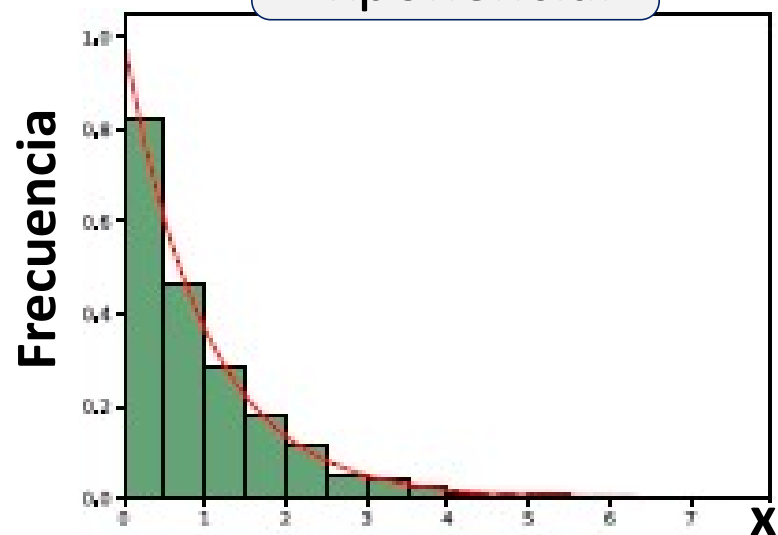
Gauss



Poisson

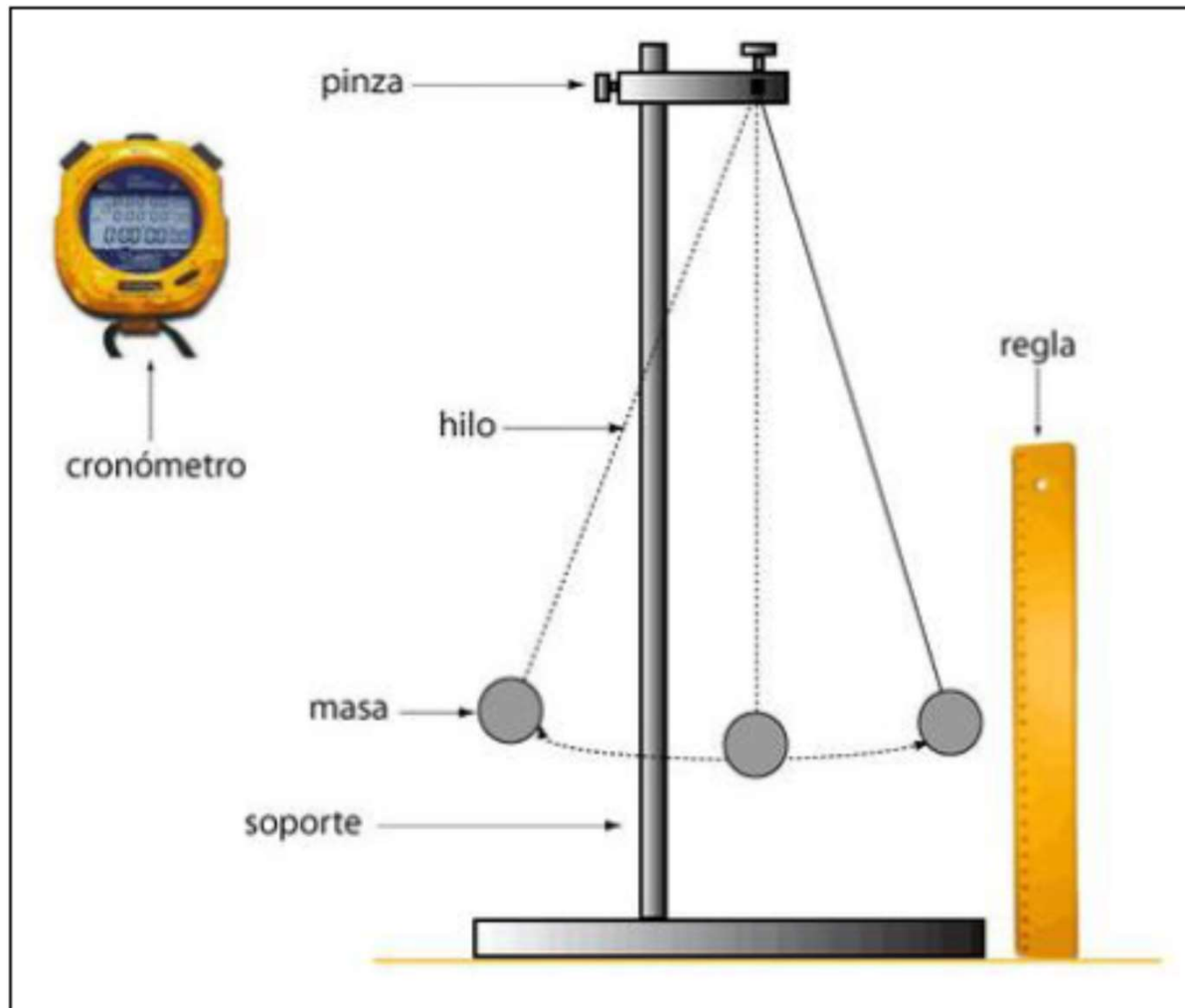


Exponencial





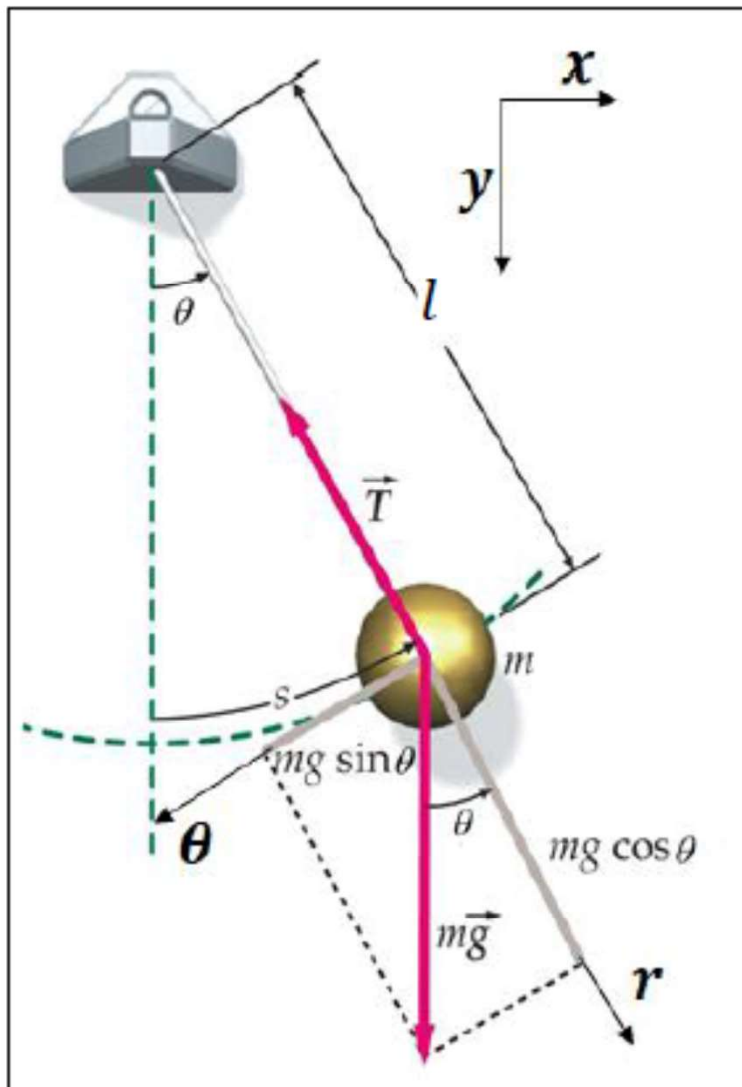
DETERMINAR EL PERÍODO DE UN PÉNDULO



Cronómetro web
Variables:
Tamaño objeto
Longitud objeto
Errores

...

Diagrama de cuerpo libre



Período de un Péndulo Simple

2da Ley de Newton: $\sum F_{ext} = ma$

$$\begin{cases} \hat{r}: mg \cos \theta - T = ma_r \rightarrow a_r = 0 \\ \hat{\theta}: -mg \sin \theta = ma_\theta \rightarrow a_\theta = -g \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s &= l\theta \\ v &= \frac{ds}{dt} = l \frac{d\theta}{dt} \\ a_\theta &= \frac{d^2s}{dt^2} = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \end{aligned}$$

$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} = -g \sin \theta$$

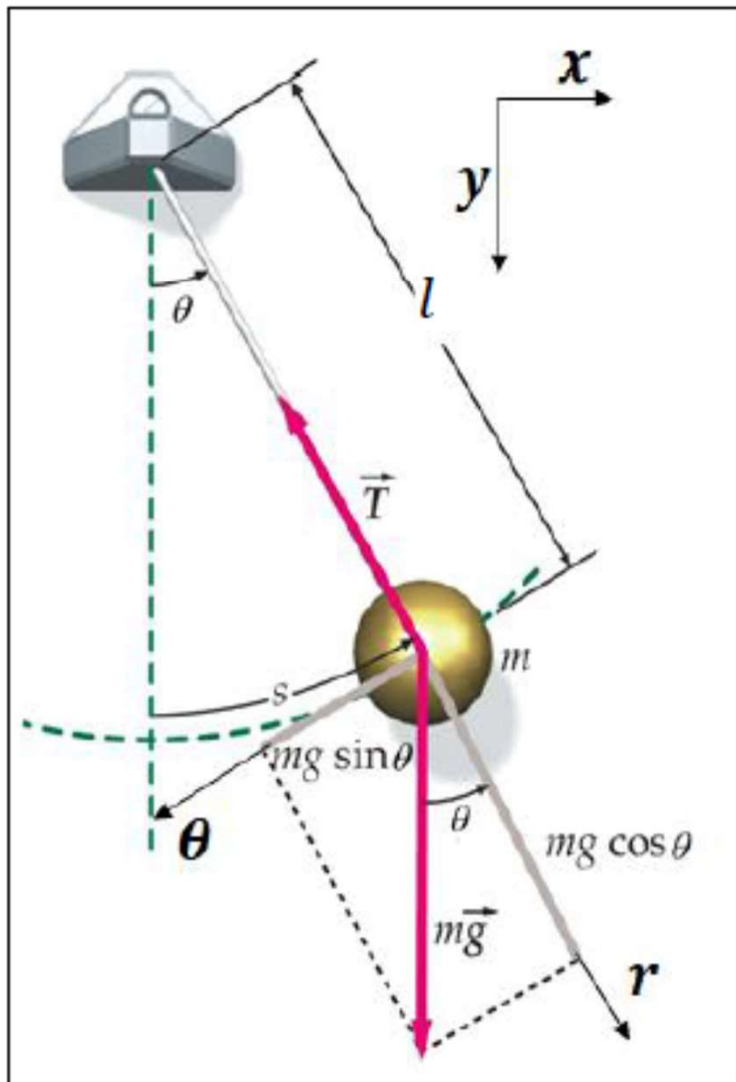
$$l \frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Ecuación
diferencias
de 2^{do} orden



Diagrama de cuerpo libre



Período de un Péndulo Simple

Resolviendo la Ecuación de 2do orden

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0$$

$$\theta \ll 1 \Rightarrow \text{sen}\theta \approx \theta \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

Solución: $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ $\theta_0 \ll 1$

donde $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ $f = \frac{\omega}{2\pi}$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

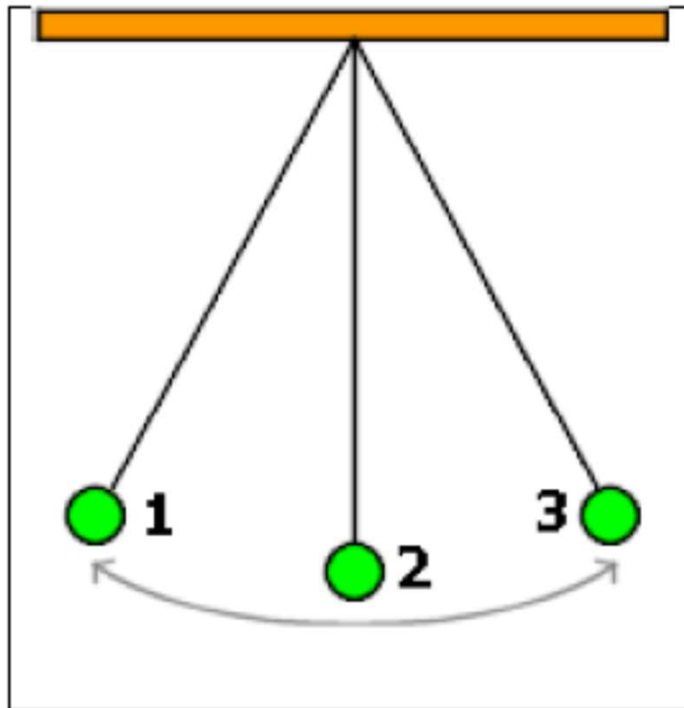
Período de un
péndulo de
longitud l

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Período de un Péndulo Simple

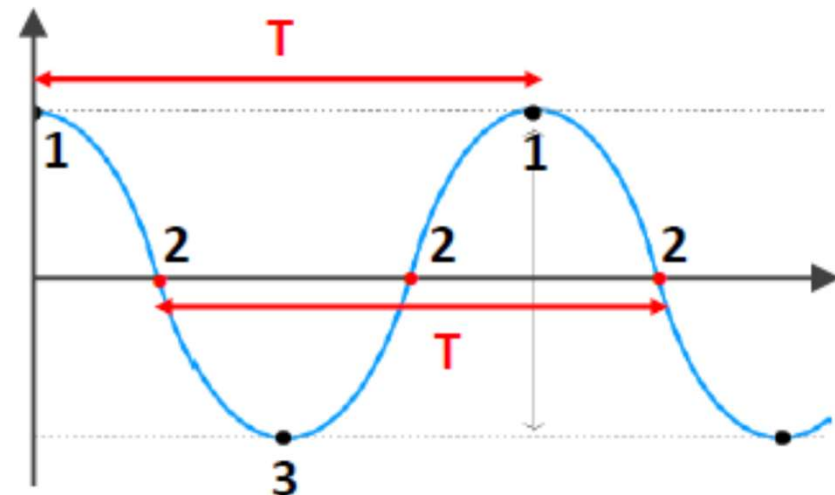
Período del péndulo



*¿Y si comienzo a medir cuando
pasa por el punto de equilibrio (2)?*

Tiempo de una oscilación completa

Tiempo que tarda el péndulo en partir desde uno de sus extremos de amplitud (1), pasar por el punto de equilibrio (2), llegar al otro extremo de amplitud (3) y regresar nuevamente al primer punto (1)



EXPERIMENTO (VER GUÍA 2)

- Longitud del Péndulo de alrededor de 80 – 100 cm
- Pesarse la masa

Actividad 1:

- Realizar 20 mediciones del período del péndulo ($\theta < 10^\circ$) ($N = 20$).
- Realizar el histograma del experimento.

Actividad 2:

- Realizar 180 mediciones más y sumarle las anteriores (200 en total)
- Dividirlos en 5 series de $N=10, 20, 50, 100$ y 200 (orden en que fueron medidos).
- Realizar Histogramas de cada serie.

Ambas actividades:

- Obtener los valores característicos de cada serie (Valor Más Probable, Mediana, Media, ancho altura mitad...). Analizar tendencia en probabilidad.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Ambas actividades: Incerteza (Ancho altura mitad, Max-Min)

Actividad 1:

- Analizar forma de la distribución (similitudes y diferencias)
- Analizar valores característicos y errores para cada experimento
- Informar como $(x \pm \Delta x)$, comparar, generalizar...

Actividad 2:

- Lo mismo, pero ahora en función del nro de mediciones de la serie.
- ¿la forma depende de N? ¿cómo cambia? ¿la distribución parece indicar un único valor más probable o es uniforme?
- A partir de los resultados y su análisis, reportar el mejor valor del período del péndulo posible, con su incerteza.



EXPERIMENTO

GUARDAR LOS RESULTADOS!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Precauciones: péndulo simple