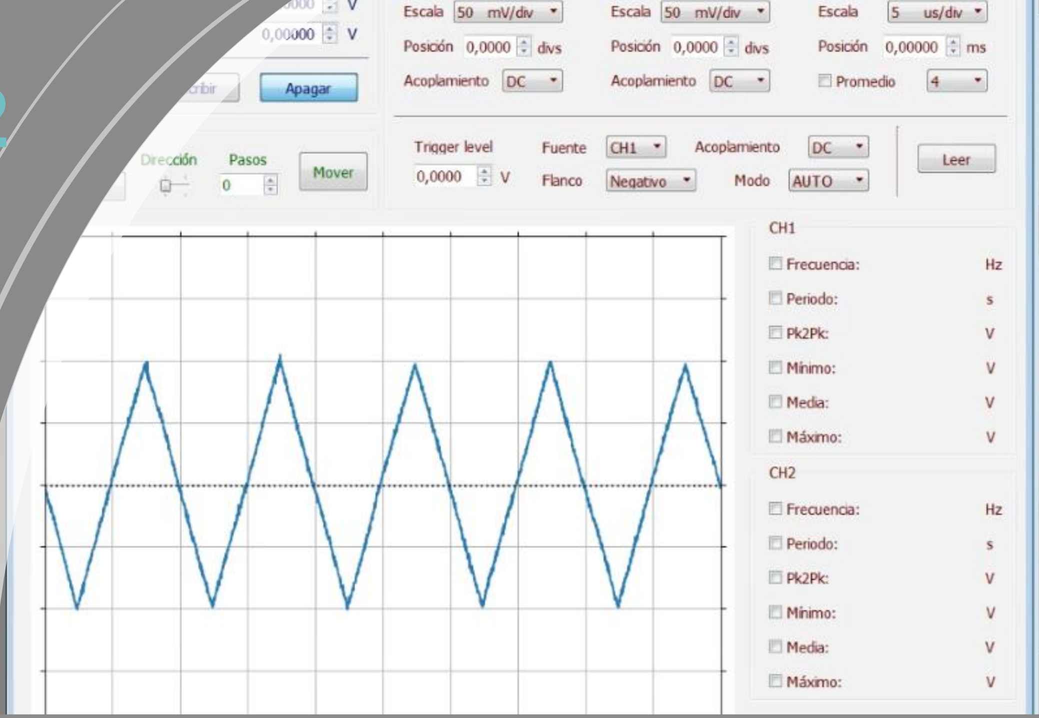
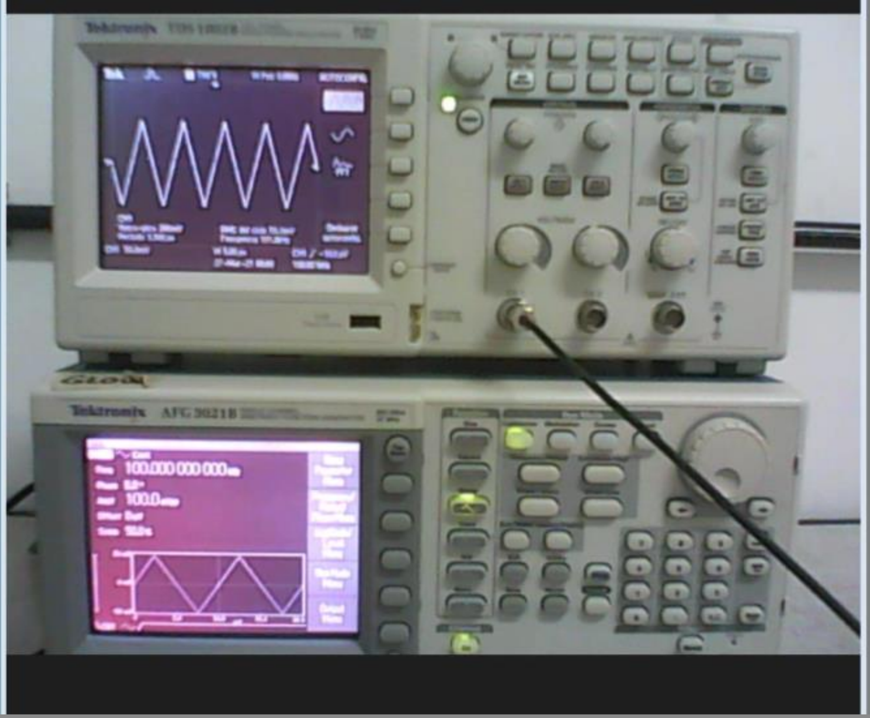
Laboratorio 2
Verano 2023





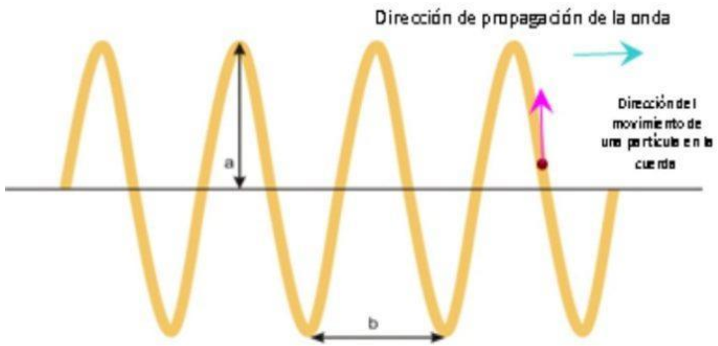
Clase 6
16/02/2023
Ondas estacionarias
Tubo de Kundt

Ondas mecánicas

- ✓ Precisan de un medio elástico (sólido, líquido o gaseoso) para propagarse.
- ✓ Las partículas del medio oscilan alrededor de un punto fijo.

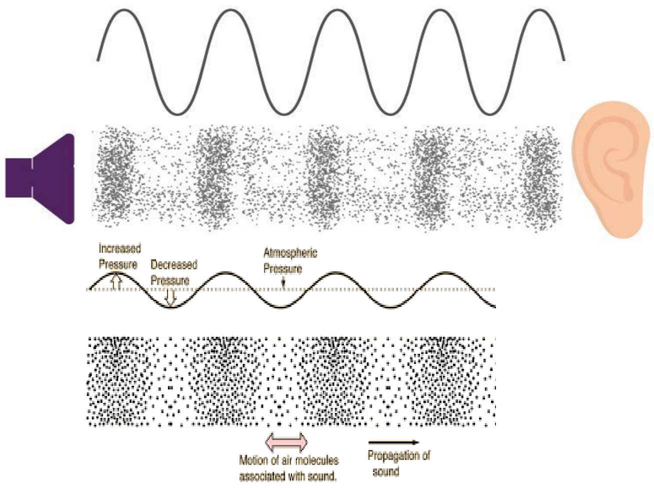
No existe transporte neto de materia a través del medio

Ondas elásticas
Sonido (ondas sonoras)



cuerda

Ondas transversales

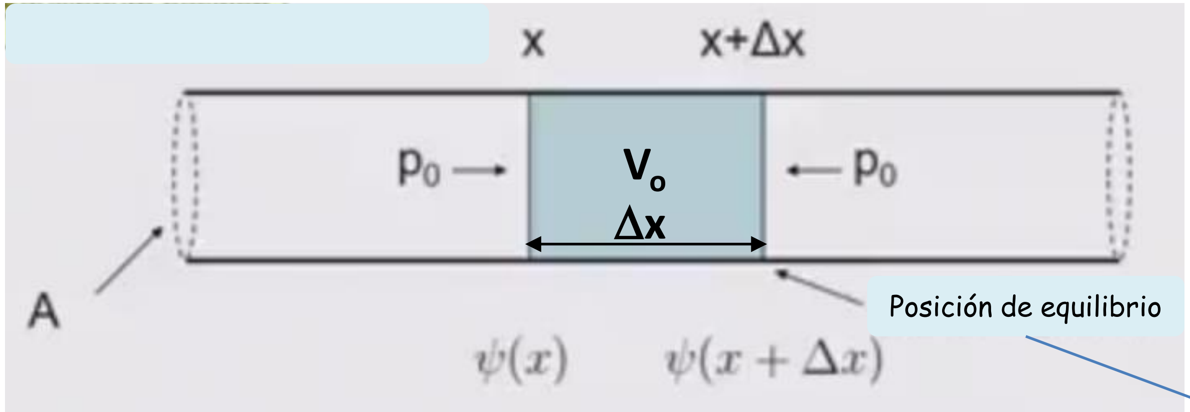


Ondas longitudinal

- ✓ Un tipo de ondas mecánicas muy importantes son las ondas longitudinales que se propagan usualmente en aire, es decir, las ondas sonoras.
- ✓ Para las ondas sonoras resulta adecuado estudiarlas en términos de fluctuaciones de presión.
- ✓ Se debe analizar la relación entre desplazamiento, presión e intensidad de las ondas sonoras.

¿ Cómo se comporta el aire dentro de un tubo ?

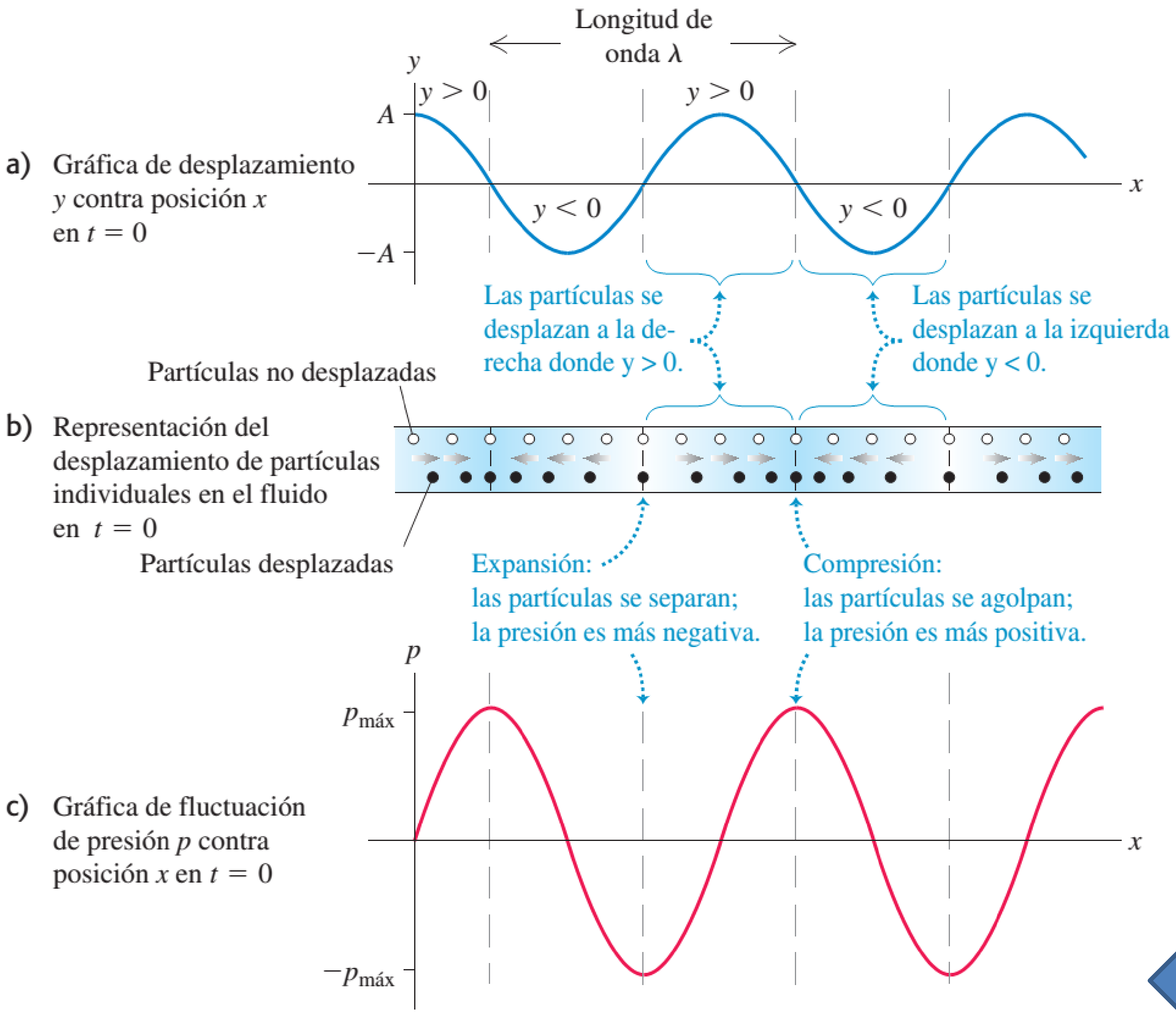
Tubo de sección transversal A



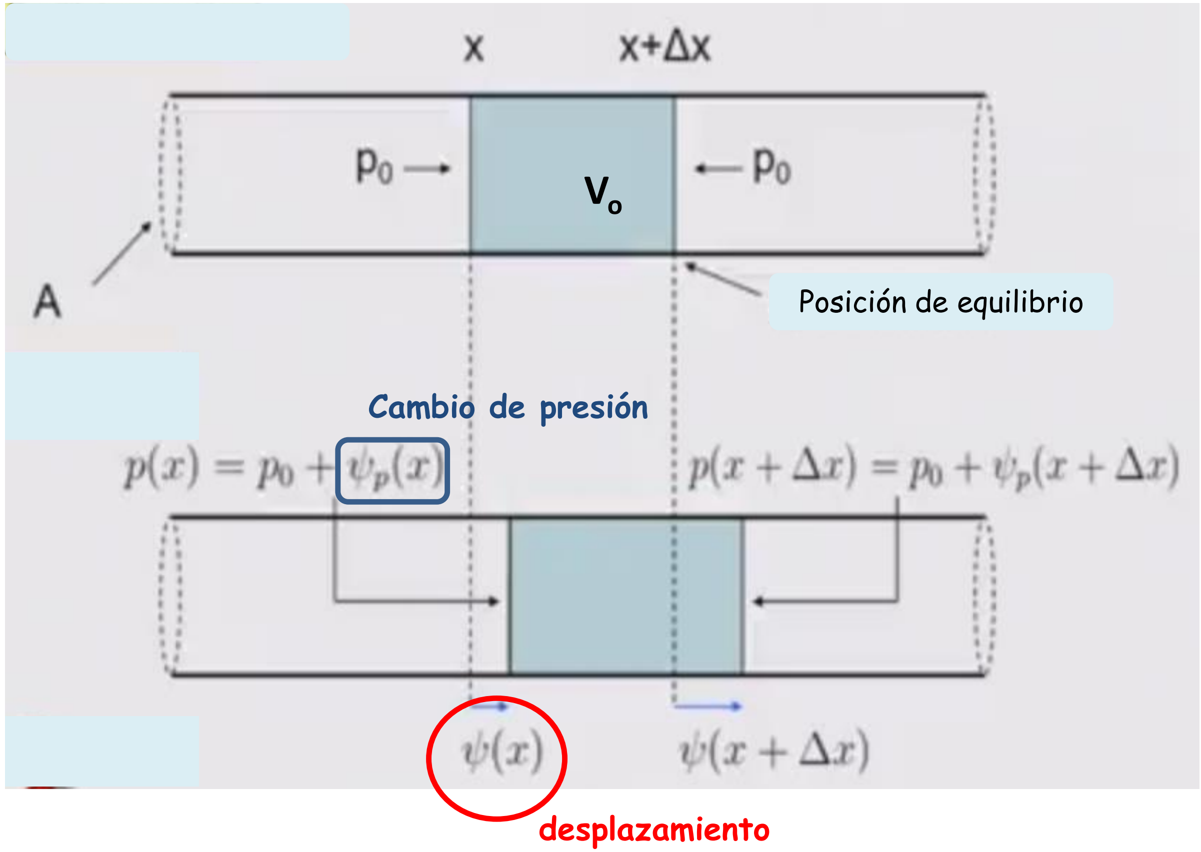
P_0 = presión atmosférica
ρ_o = densidad del aire

Definimos un volumen unitario V_o del largo Δx

Continuar


Longitud de onda λ
y
y > 0
y > 0
A
−A
x
y < 0
y < 0
a) Gráfica de desplazamiento y contra posición x en t = 0
Las partículas se desplazan a la derecha donde y > 0.
Las partículas se desplazan a la izquierda donde y < 0.
Partículas no desplazadas
b) Representación del desplazamiento de partículas individuales en el fluido en t = 0
Partículas desplazadas
Expansión: las partículas se separan; la presión es más negativa.
Compresión: las partículas se agolpan; la presión es más positiva.
p
p_máx
−p_máx
x
c) Gráfica de fluctuación de presión p contra posición x en t = 0

regresar



La unidad de volumen $\mathbf{V_o}$ al tiempo **t** se desplaza de su posición de equilibrio.

La parte del izquierda se desplaza $\psi(x)$ y la posición derecha en $\psi(x + \Delta x)$.

La presión se ve modificada en un cambio que podemos llamar $\psi_p(x)$.

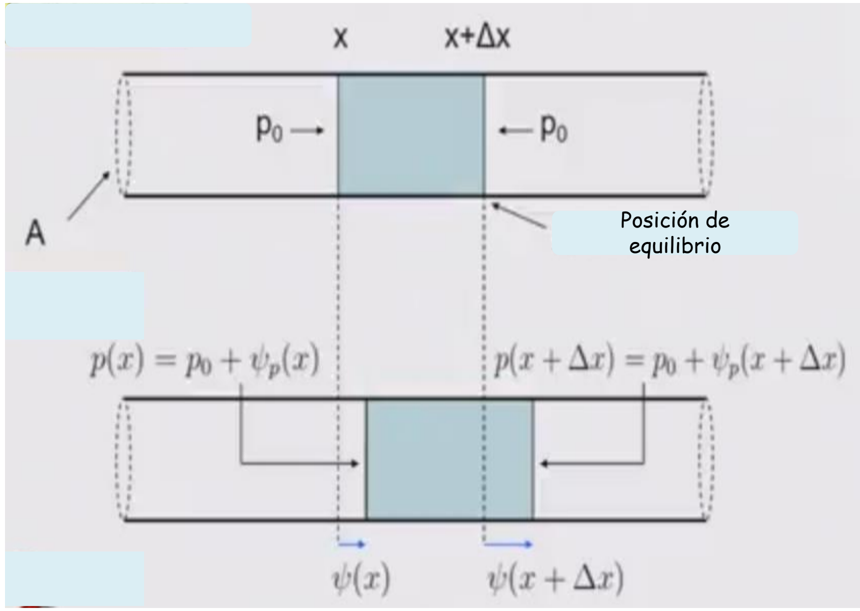
Podemos calcular el movimiento de las moléculas en ese volumen → Aplicamos la ley Newton

¿ Cómo relacionamos presión con volumen ?

Calculemos el cambio de volumen ΔV

$$\overbrace{A(\psi(x+\Delta x,t)-\psi(x,t))}^{\Delta V} \approx A\frac{\partial \psi}{\partial x}\Delta x$$

Para pequeños desplazamientos $\psi(x)$



La diferencia de presión entre el lado derecho e izquierdo de V_o es

$$-\psi_P(x+\Delta x,t)+\psi_P(x,t) \approx -\frac{\partial \psi_P}{\partial x}\Delta x$$

Dos posibles escenarios para vincular presión y desplazamiento

Ley de los gases ideales y en nuestro desplazamiento de moléculas la temperatura no cambia.

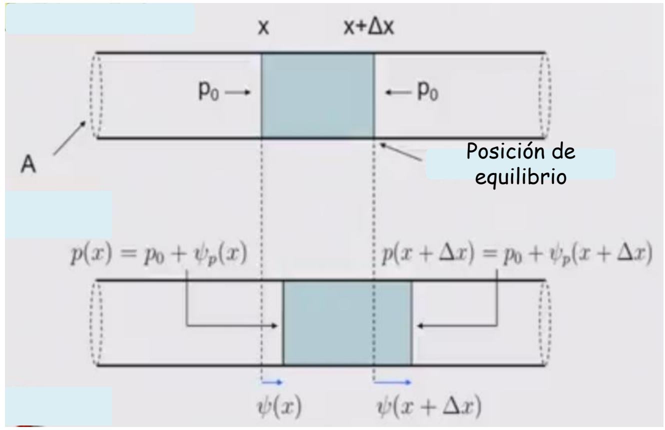
$$PV = nRT \quad \Rightarrow \quad V \propto P^{-1}$$

Laplace : proceso adiabático

Coeficiente adiabático

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$

Consideramos pequeñas vibraciones $\begin{cases} \psi_P << P_0 \\ \Delta V << V_0 \end{cases}$



Antes del cambio de presión (situación inicial) $\Rightarrow$ $P_0 V_0^\gamma = C$

Después del cambio de presión $\Rightarrow$ $(P_0 + \Delta P)(V_0 + \Delta V)^\gamma = C$

ψ_P Es la diferencia entre P_0 y la presión total luego del cambio

$$C = (P_0 + \psi_P) V_0^\gamma \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\gamma$$

$$C \approx (P_0 + \psi_P) V_0^\gamma \left(1 + \frac{\gamma \Delta V}{V_0}\right)$$

$$\underbrace{C \approx P_0 V_0^\gamma}_{C} + \boxed{\gamma \Delta V V_0^{\gamma-1} P_0 + \psi_P V_0^\gamma} + \gamma \Delta V \cancel{\psi_P} V_0^{\gamma-1}$$

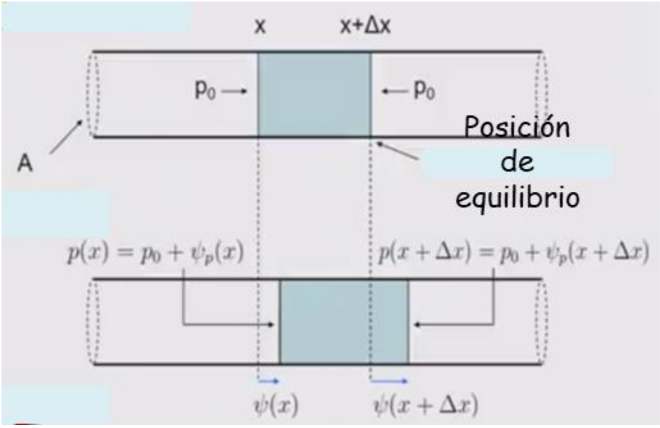
pequeños

$$\psi_P = \frac{-\gamma P_0}{V_0} \Delta V$$

$$\Delta V \approx A \frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x$$

$$\psi_P = \frac{-\gamma P_0 \cancel{A \Delta x}}{\cancel{V_0}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \Rightarrow \psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$F_{total} = \Delta P \cdot A = -A\frac{\partial \psi_P}{\partial x}\Delta x$$



La variación de masa se puede expresar como

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta x$$

Usando la ley de Newton

$$F = ma \longrightarrow \rho \cancel{A} \Delta x \ddot{\psi} = -\cancel{A} \Delta x \frac{\partial \psi_P}{\partial x}$$

$$\rho \ddot{\psi} = \frac{\partial \psi_P}{\partial x}$$

$$= \gamma P_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}}$$

$$\ddot{\psi}(x,t) = \boxed{\frac{\gamma P_0}{\rho}} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

¡¡¡ Tenemos una ecuación de ondas !!!

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$$

¿ Qué pasa con γ ?

Velocidad de fase

Sistema termodinámico $dU + \delta W = \delta Q$

Calor entregado por el sistema

Trabajo realizado por el sistema

Energía interna

En un proceso adiabático
$$\begin{cases} dU + \delta W = 0 \\ \delta W = PdV \end{cases}$$

$$U = \alpha nRT$$
$$= \alpha PV$$

$$\alpha = \frac{grados\ de\ libertad}{2}$$

$$dU = \alpha(VdP + PdV) = -\delta W = -PdV$$

$$(\alpha + 1)PdV = -\alpha VdP \qquad (1)$$

$$PV^{\gamma} = \text{constant}$$

$$lnP + \gamma lnV = cte \longrightarrow d(lnP + \gamma lnV) = 0 \longrightarrow \frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$$

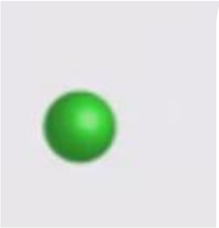
$$\frac{dP}{P} = -\gamma\frac{dV}{V} \qquad (2)$$

Usando (1) y (2)

$$\frac{dP}{P} = -\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)\frac{dV}{V} = -\gamma\frac{dV}{V} \longrightarrow \boxed{\gamma \equiv \frac{\alpha+1}{\alpha}}$$

$\alpha = \frac{grados\ de\ libertad}{2}$

$$\boxed{\gamma \equiv \frac{\alpha + 1}{\alpha}}$$



monoatómico

Un gas mono-atómico tiene 3 grados de libertad traslacional, $\alpha = 3/2$ } $\gamma = 5/3$

Un gas di-atómico tiene 3 grados de libertad traslacional y 2 rotacionales, $\alpha = 5/2$ } $\gamma = 7/5 = 1{,}4$

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$$

Newton $\gamma = 1$ $\xrightarrow[\rho = 1{,}2\ kg/m^3]{P_o = 10^5\ kg/ms^2}$ **v_p = 289 m/s**

Adiabático $\gamma = 1{,}4$ $\longrightarrow$ **v_p = 342 m/s**

$$\ddot{\psi}(x,t) = {v_p}^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

Ecuación de ondas unidimensional

Similar al caso de cuerdas

Relación de dispersión

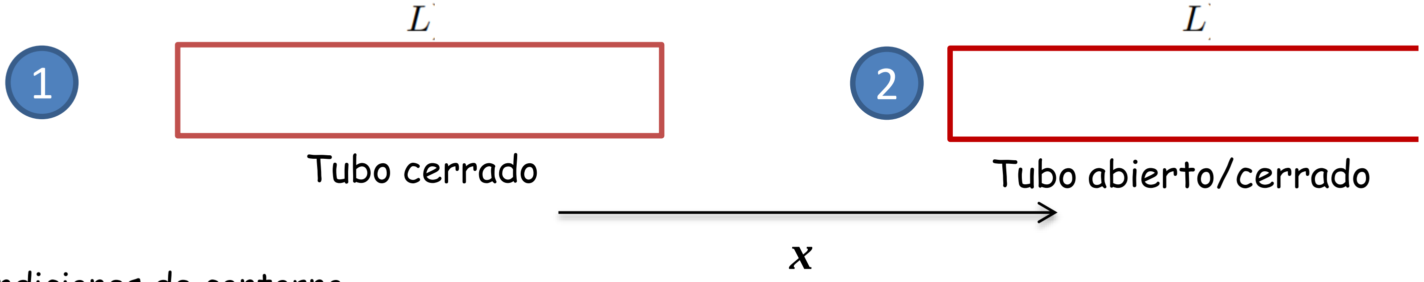
$$\omega = v_p k$$

$$f = \frac{v_p}{\lambda}$$

$$\psi(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(k_m x + \alpha_m) \sin(\omega_m t + \beta_m)$$

Determinadas por las condiciones de contorno

Determinadas por las condiciones iniciales



Condiciones de contorno

$$\psi(0) = 0 \quad , \quad \psi(L) = 0$$

$$\sin(\alpha_m) = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_m = 0$$

$$\sin(k_m L) = 0 \qquad k_m = \frac{m\pi}{L}$$

$$\omega_m = \frac{m\pi v_p}{L} \qquad \boxed{\lambda_m = \frac{2L}{m}}$$

$$\psi(0) = 0 \quad , \quad \frac{\partial \psi(L)}{\partial x} = 0$$

$$\sin(\alpha_m) = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha_m = 0$$

$$\cos(k_m L) = 0 \quad \Rightarrow \quad k_m = \frac{(m - 1/2)\pi}{L}$$

$$\omega_m = \frac{(m - 1/2)\pi v_p}{L} \qquad \boxed{\lambda_m = \frac{4L}{2m - 1}}$$

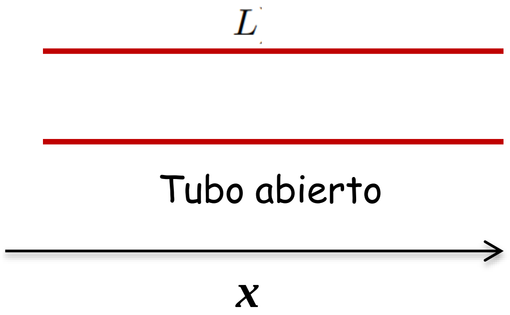
$$\psi(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(k_m x + \alpha_m)\sin(\omega_m t + \beta_m)$$

Relación de dispersión

$$\omega = v_p k$$

$$f = \frac{v_p}{\lambda}$$

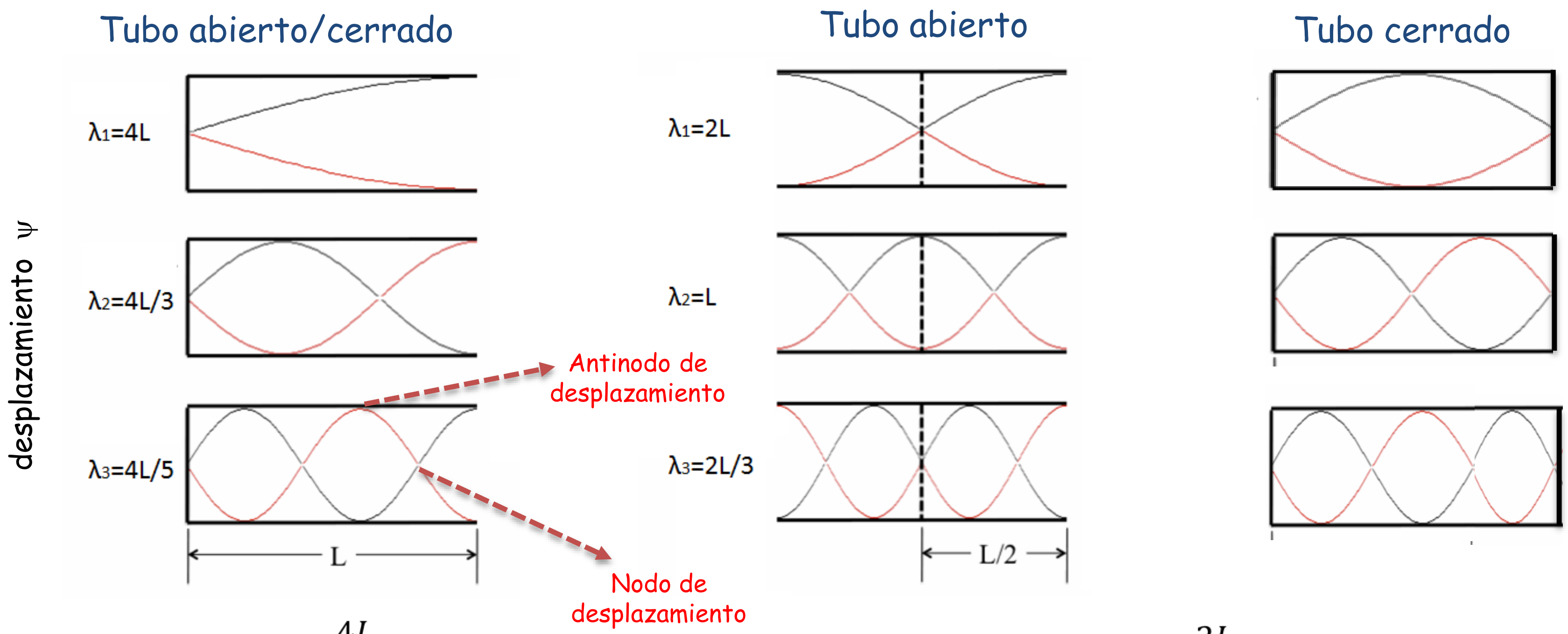
3



$$\frac{\partial\psi(0)}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial\psi(L)}{\partial x} = 0$$

$$\cos(\alpha_m) = 0 \;\Rightarrow\; \alpha_m = \frac{\pi}{2} \qquad \sin(k_m L + \pi/2) = 0 \;\Rightarrow\; k_m = \frac{m\pi}{L}$$

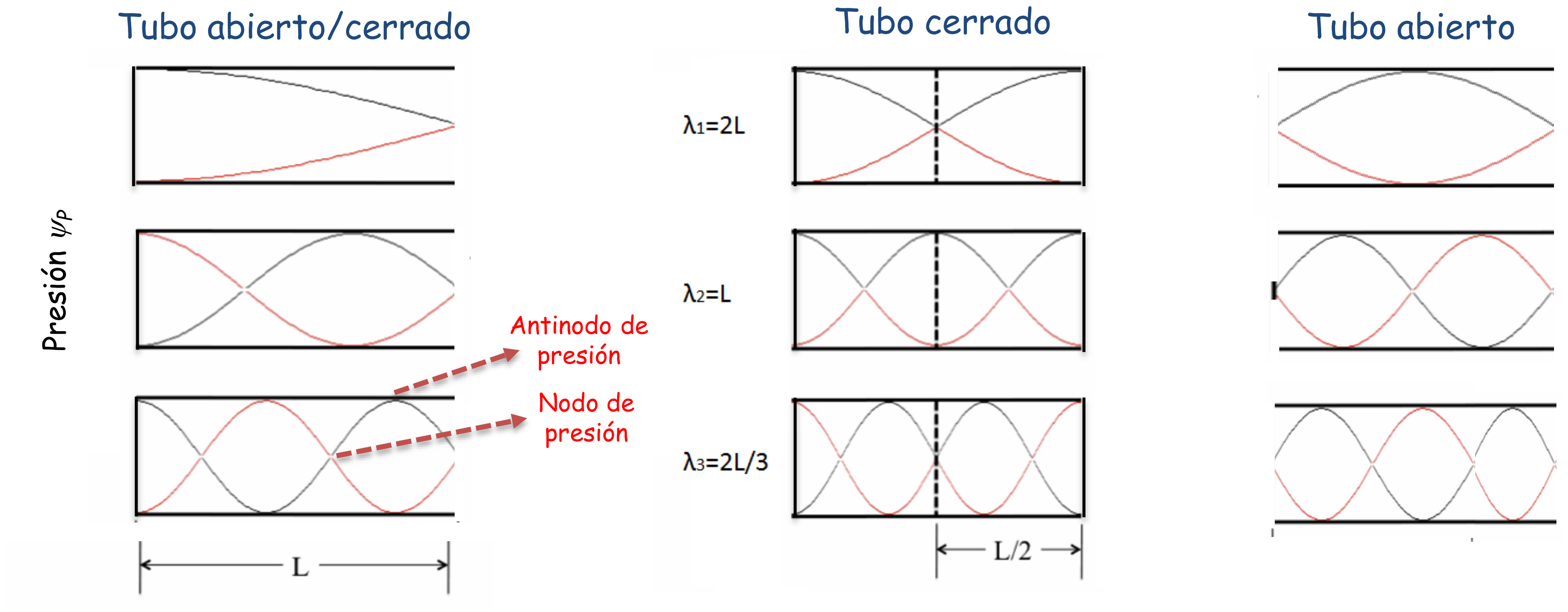
$$\Rightarrow\; \omega_m = \frac{m\pi v}{L} \qquad \boxed{\lambda_m = \frac{2L}{m}}$$



$$\lambda_m = \frac{4L}{2m-1} \qquad\qquad \lambda_m = \frac{2L}{m}$$

¿Qué sucede con la presión en cada modo normal ?

$$\psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$



$$\lambda_m = \frac{4L}{2m-1}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

Supongamos un tubo cerrado/abierto donde excitamos con una onda de presión senoidal.

4

$$\lambda_m = \frac{4L}{2m-1}$$

<u>Condiciones de contorno</u>

$$\psi(0) = 0 \quad , \quad \psi(L) = D\cos(\omega_d t)$$

Relación de dispersión

$$\omega = v_p k \qquad\qquad k_d = \frac{\omega_d}{v_p}$$

Si planteamos la solución

$$\psi(x) = A_d \sin(k_d x + \alpha)\cos(\omega_d t)$$

$$\psi(0) = 0 \;\Rightarrow\; \alpha = 0$$

$$\psi(L) = D\cos(\omega_d t) \qquad \Rightarrow\; A_d \sin(k_d L) = D$$

$$A_d = \frac{D}{\sin(k_d L)}$$

$$\psi(x) = \frac{D}{\sin(k_d L)}\sin(k_d x + \alpha)\cos(\omega_d t)$$

Si $k_d = (m - 1/2)\pi/L$ ⇨ Resonancia

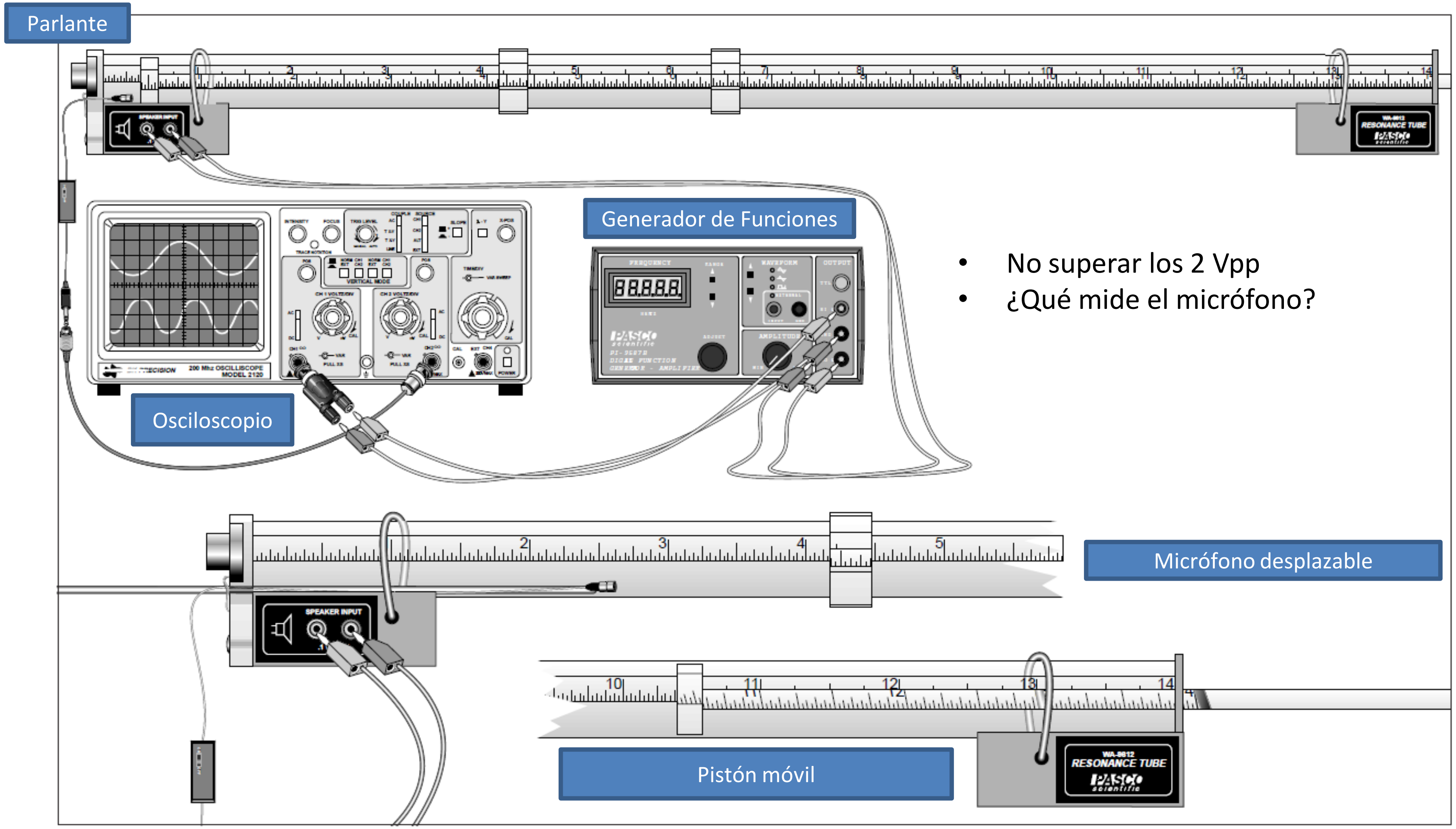
Se maximiza la amplitud

<u>Objetivos</u>

1. Utilizando un tubo de Kundt obtener los modos normales y registrar sus frecuencias para:
   a. Tubo abierto.
   b. Tubo abierto/cerrado.
2. A partir de la relación de dispersión obtener la velocidad de propagación en ambos casos (tubo abierto y abierto/cerrado).
3. Medir la presión en función de la posición dentro del tubo cuando se lo excita en un modo normal (tanto para tubo abierto como abierto/cerrado). Obtener la velocidad de propagación en cada caso.
4. Realizar una experiencia de tiempo de vuelo para los casos de tubo abierto y cerrado.
   a. Obtener la velocidad de propagación del sonido.
   b. Mediante análisis de Fourier encontrar la frecuencia fundamental para las condiciones experimentales de estas experiencias.

Continuar

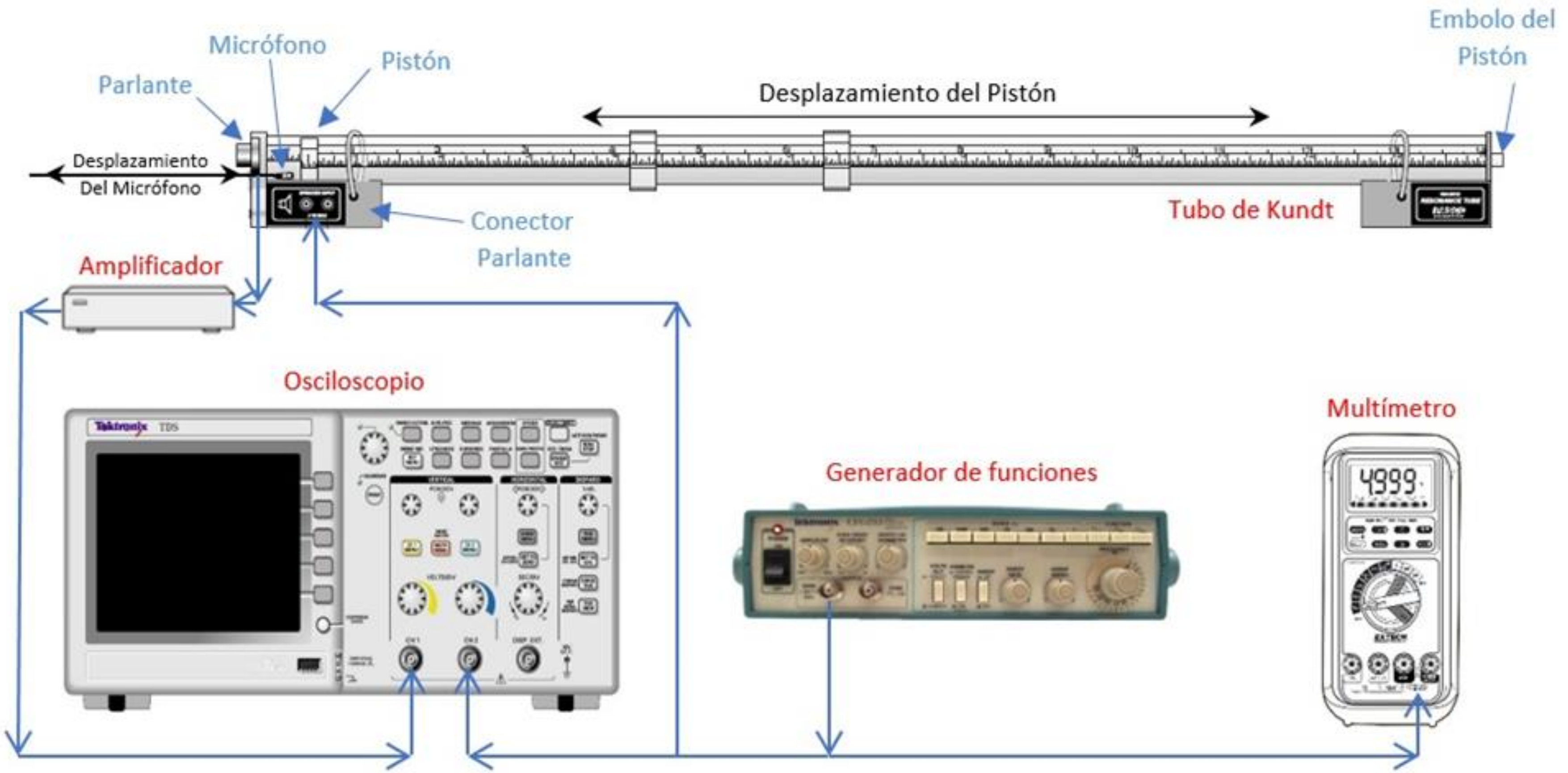
Tubo de Kundt

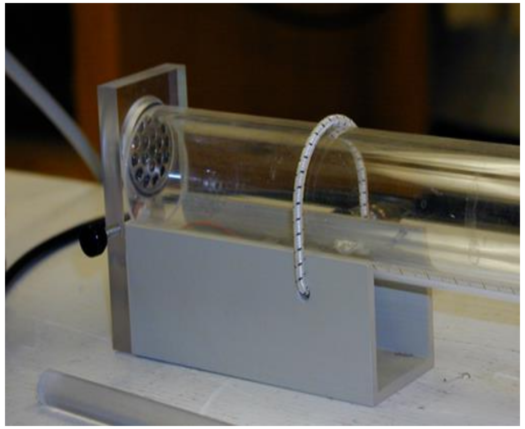


- No superar los 2 Vpp
- ¿Qué mide el micrófono?

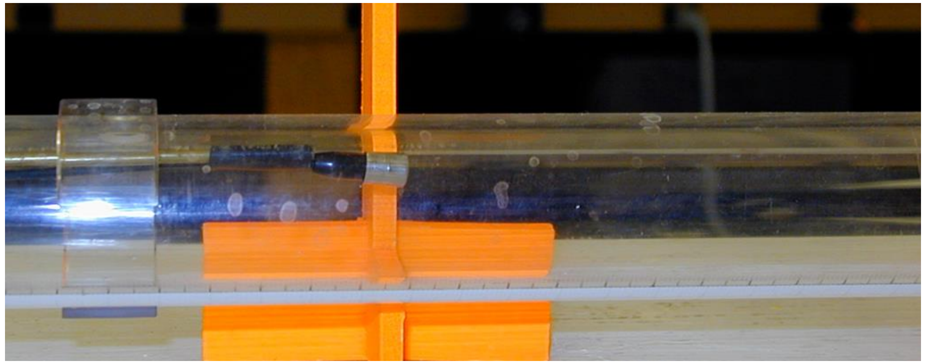
Volver

Montaje experimental y experiencias propuestas

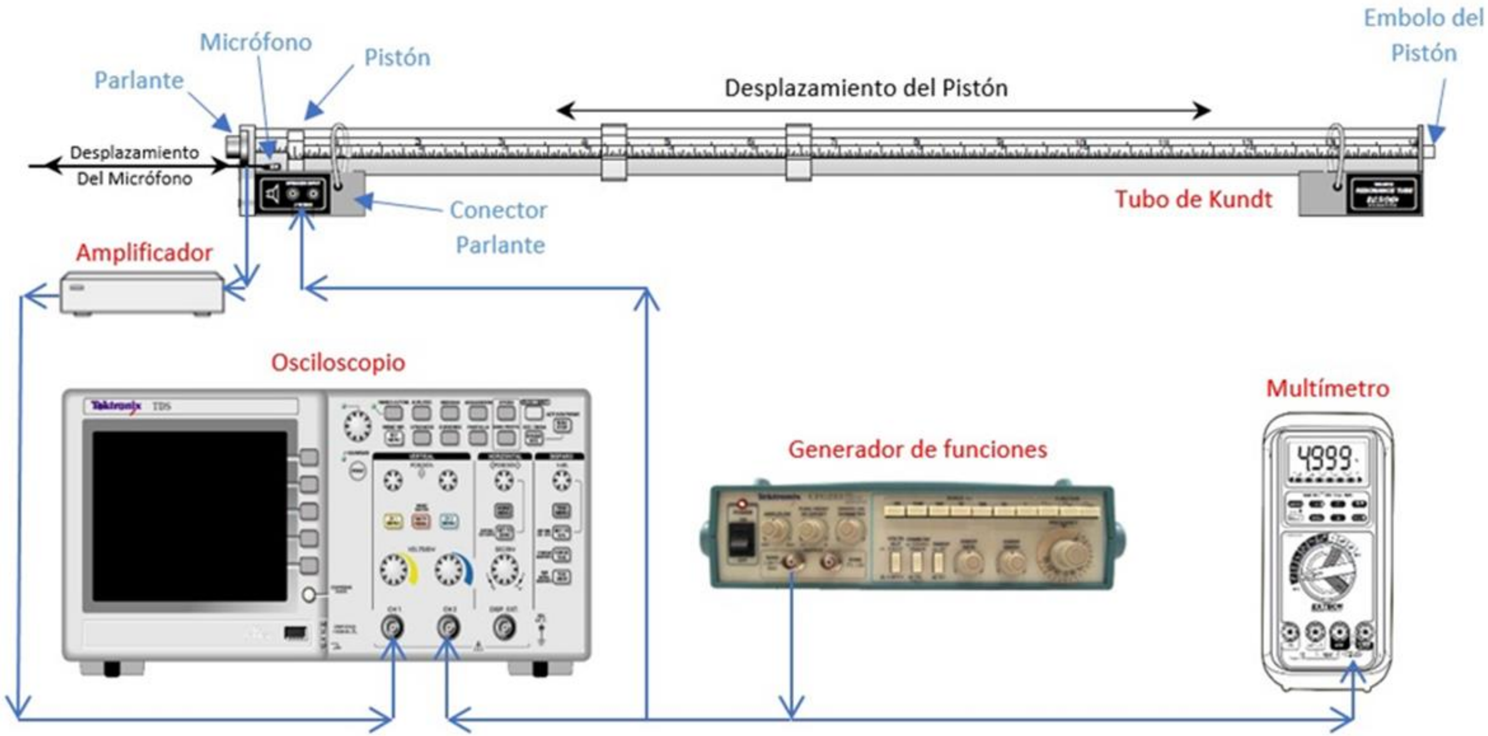


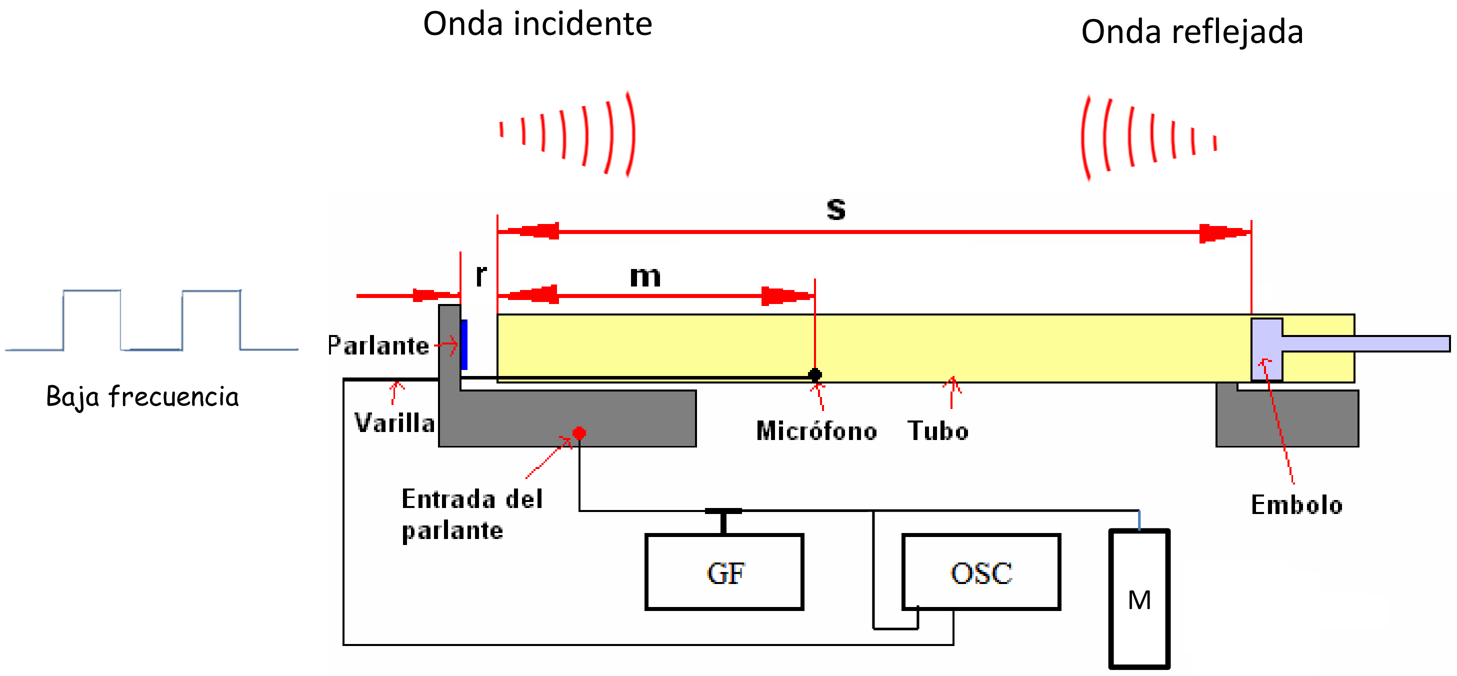


Detalle del parlante

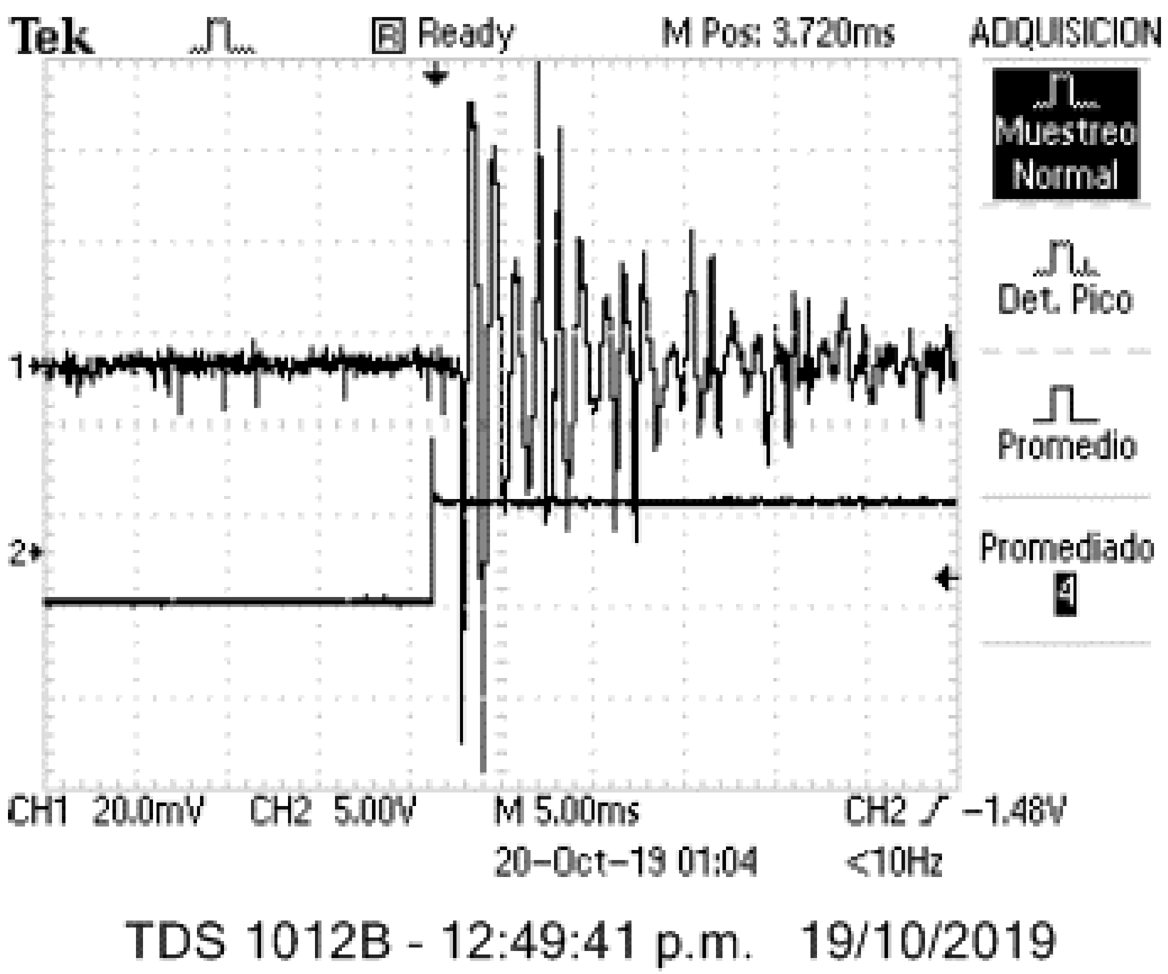


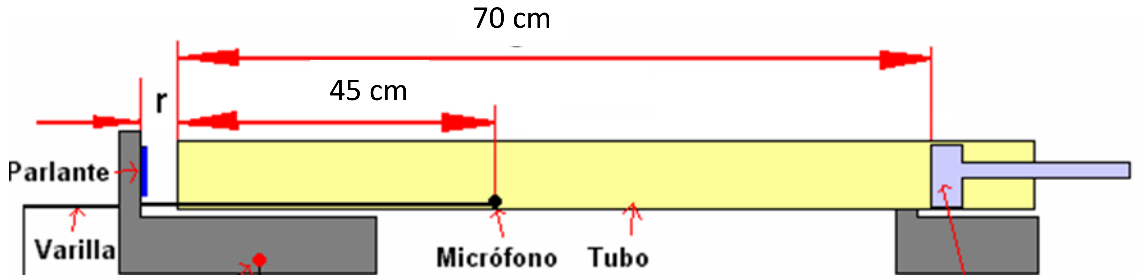
Detalle del micrófono desplazable



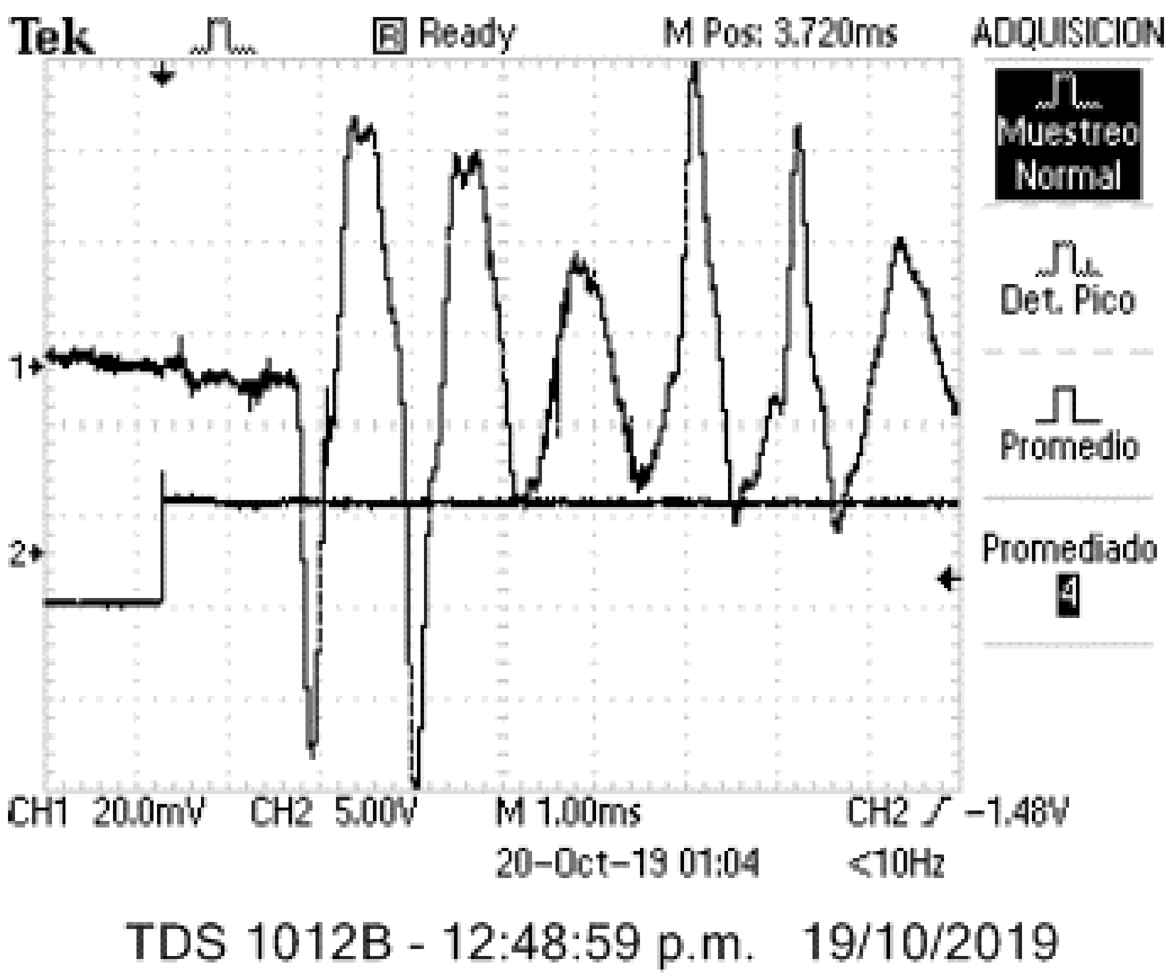


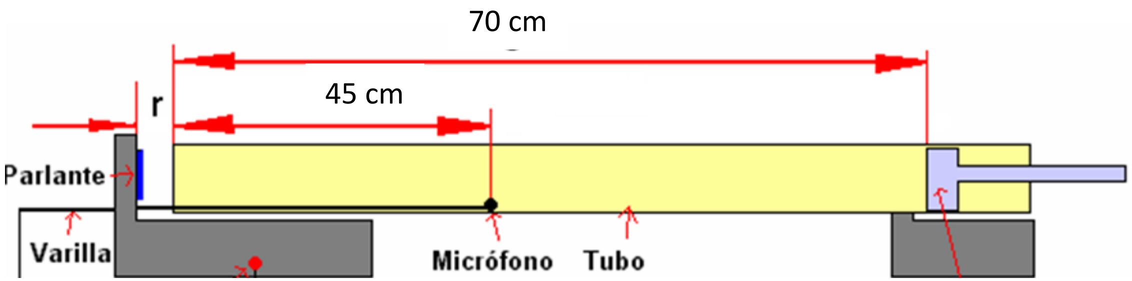
- No sabemos como reacciona el parlante frente al impulso de la onda cuadrada, pero podemos registrar lo que llega al micrófono.
- Esa onda viaja una distancia m en un tiempo Δt_1 hasta donde la detecta el micrófono.
- Luego recorre una distancia (s-m) hasta que se refleja en el pistón.
- Esa onda reflejada pasa por el micrófono nuevamente luego de recorrer otra distancia (s-m).
- El tiempo desde la detección en el micrófono de la onda incidente y su reflejada es Δt_2.
- ¿Qué pasa después con la medición del micrófono?
- ¿Qué condición experimental se debe cumplir para que la señal medida corresponda a la excitación producida por el flanco de la onda cuadrada?


Tek
Ready
M Pos: 3.720ms
ADQUISICION
Muestreo Normal
Det. Pico
Promedio
Promediado
4
CH1 20.0mV CH2 5.00V
M 5.00ms
CH2 -1.48V
20-Oct-19 01:04
<10Hz
TDS 1012B - 12:49:41 p.m. 19/10/2019

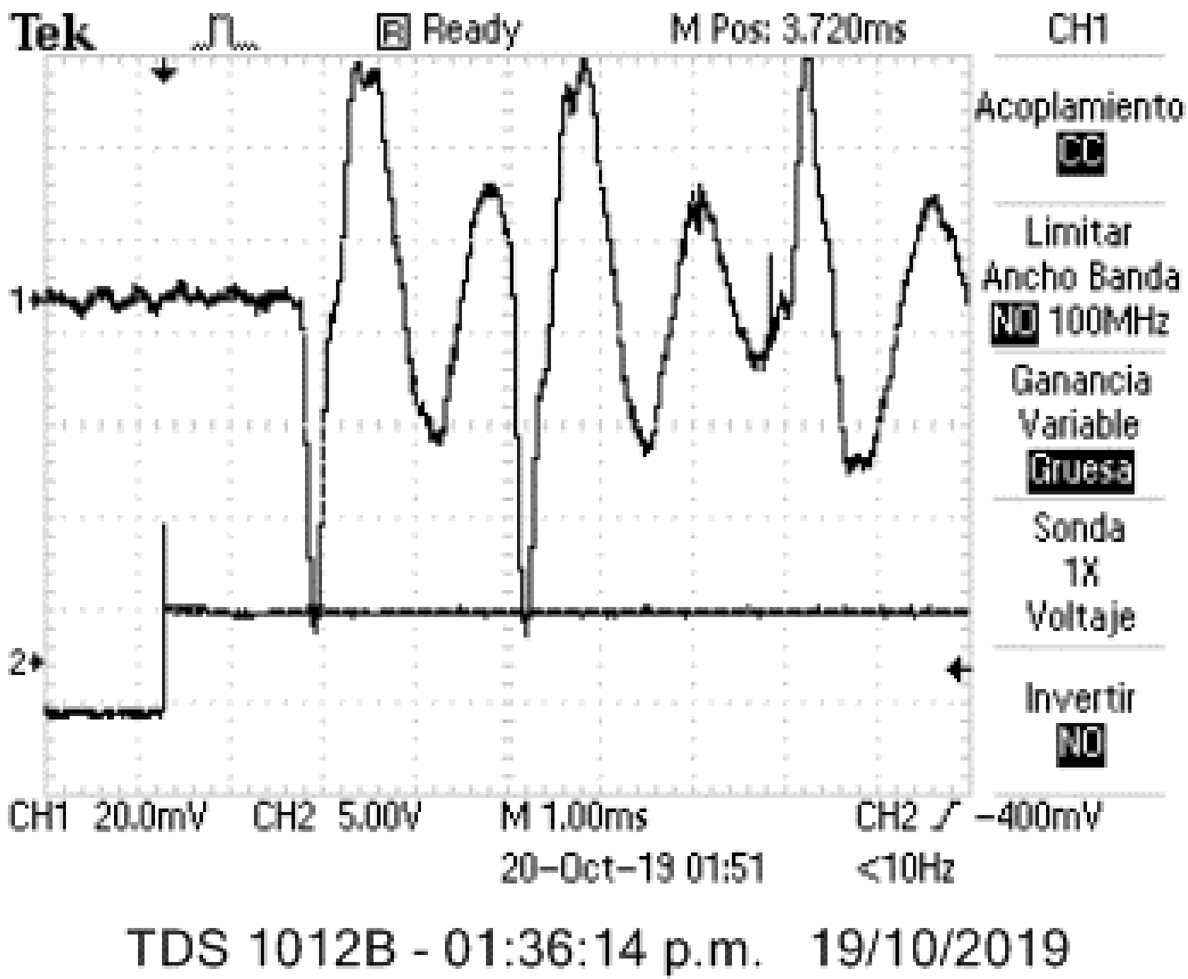

70 cm
45 cm
r
Parlante
Varilla
Micrófono
Tubo

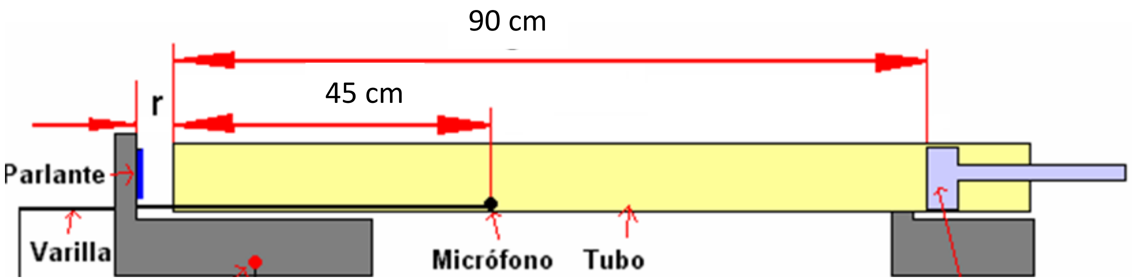
Tubo abierto/cerrado



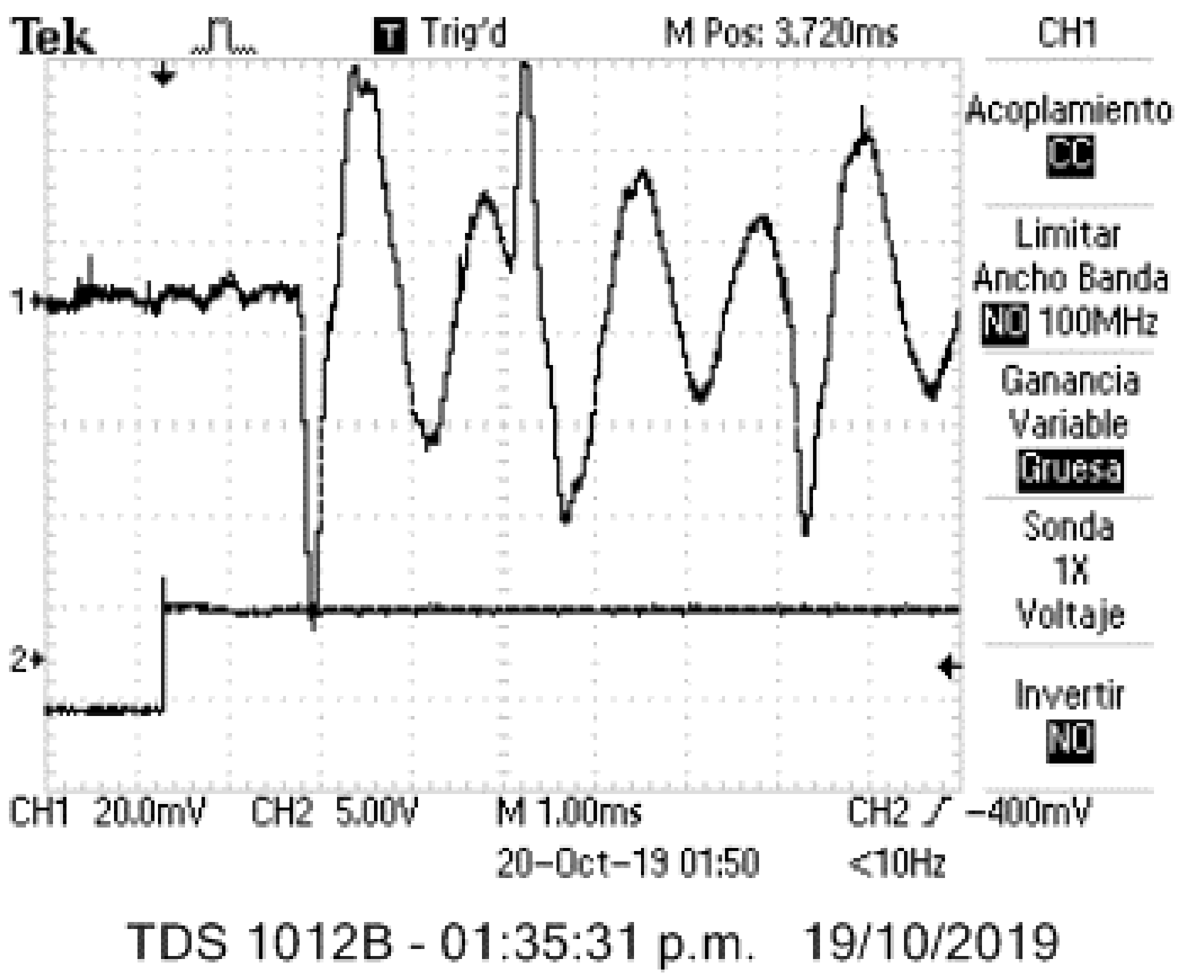


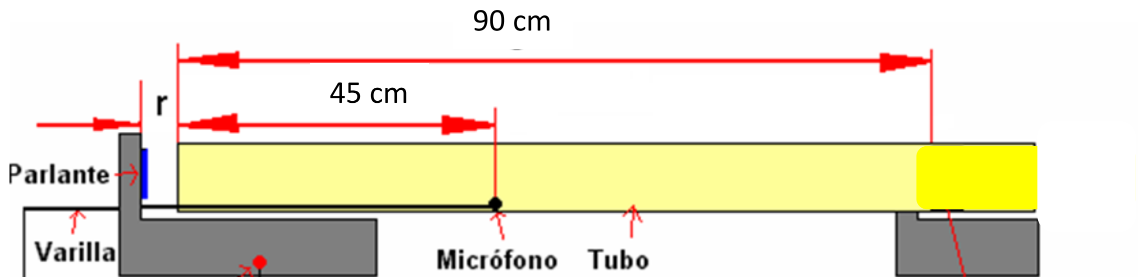
Tubo abierto/cerrado

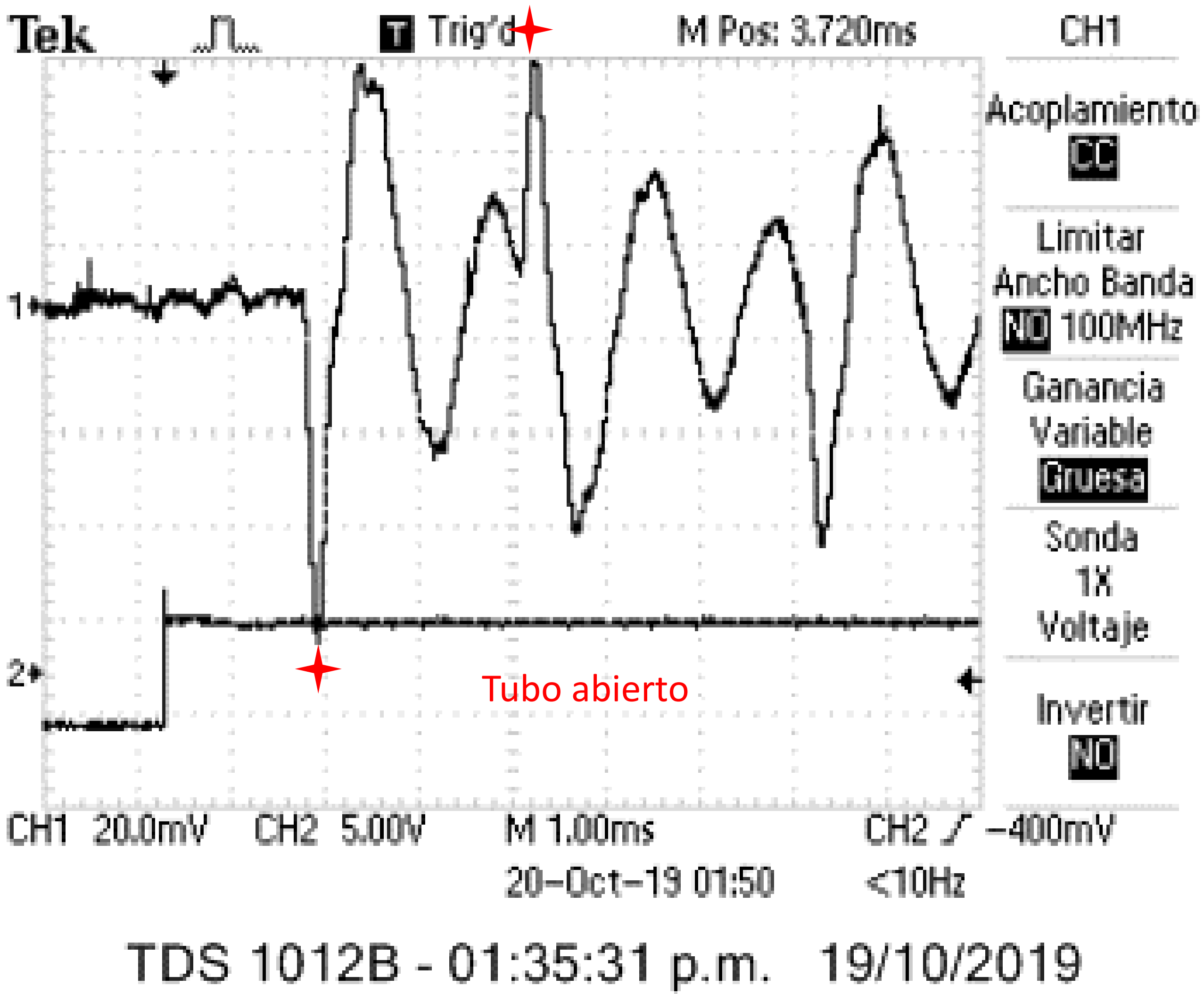




Tubo abierto







Tek
Trig'd
M Pos: 3.720ms
CH1
Acoplamiento
CC
Limitar
Ancho Banda
NO 100MHz
Ganancia
Variable
Gruesa
Sonda
1X
Voltaje
Invertir
NO
Tubo abierto
CH1 20.0mV
CH2 5.00V
M 1.00ms
CH2 ⁄ −400mV
20−Oct−19 01:50
<10Hz
TDS 1012B - 01:35:31 p.m. 19/10/2019

¿ PREGUNTAS ?