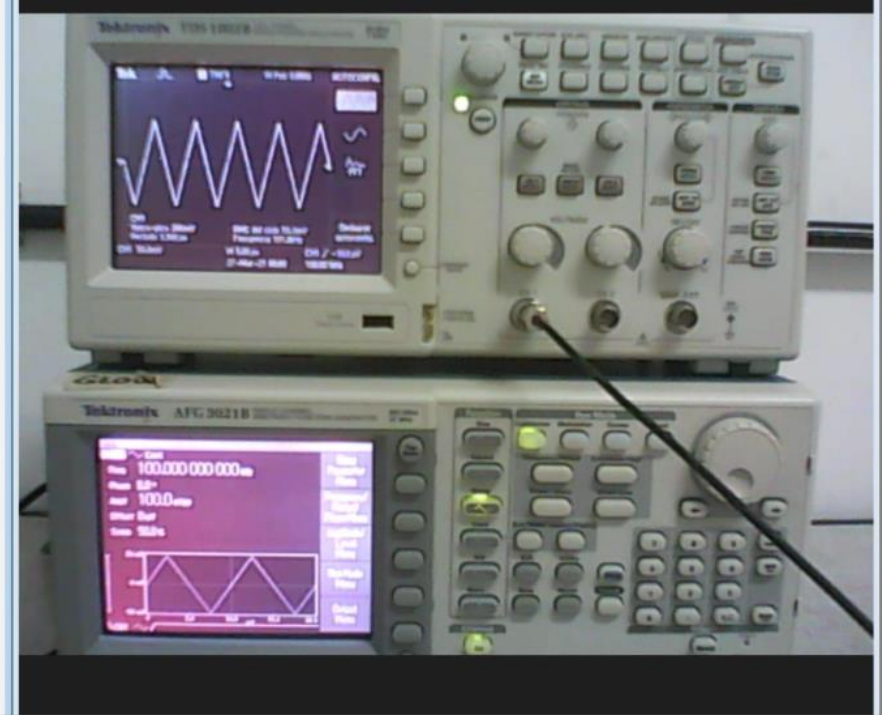
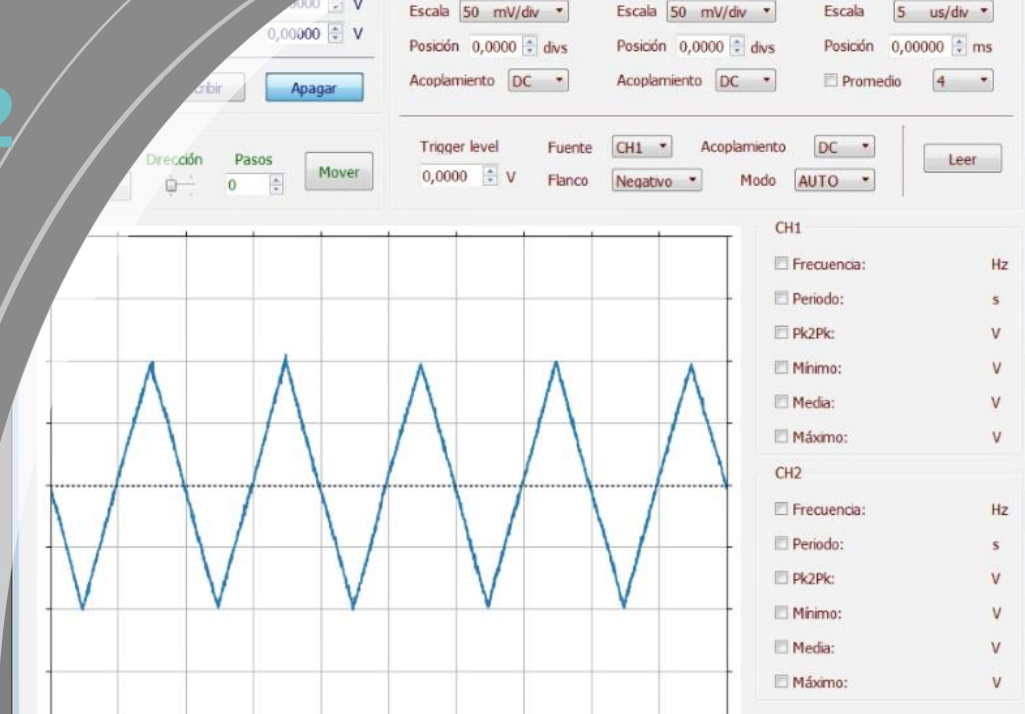


# Laboratorio 2 Verano 2024



Clase 6  
20/02/2024

Ondas estacionarias  
Tubo de Kundt



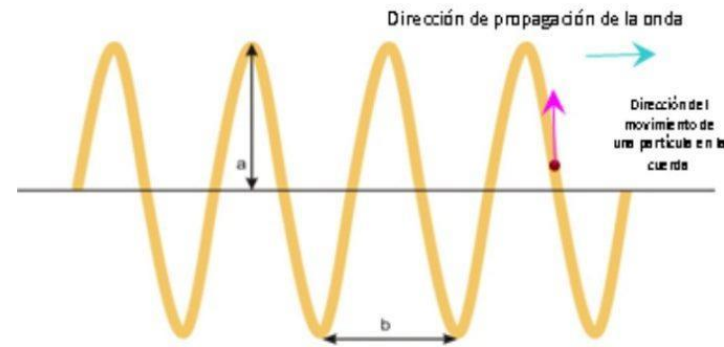
## Ondas mecánicas

- ✓ Precisan de un medio elástico (sólido, líquido o gaseoso) para propagarse.
- ✓ Las partículas del medio oscilan alrededor de un punto fijo.



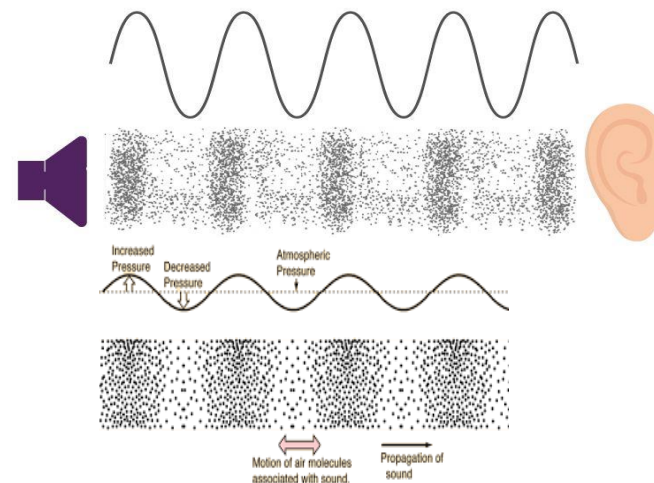
No existe transporte neto de materia a través del medio

{ Ondas elásticas  
Sonido (ondas sonoras)



cuerda

Onas transversales



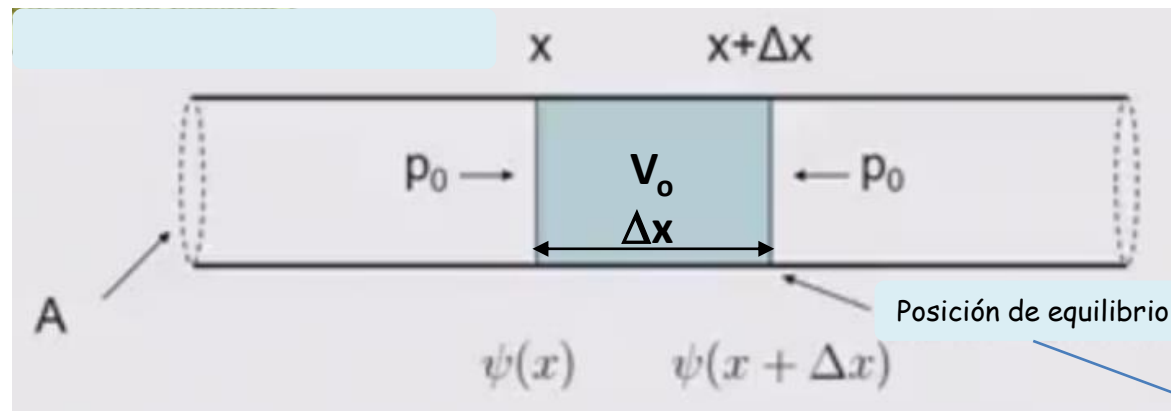
Onas longitudinal

- ✓ Un tipo de ondas mecánicas muy importantes son las ondas longitudinales que se propagan usualmente en aire, es decir, las ondas sonoras.
- ✓ Para las ondas sonoras resulta adecuado estudiarlas en términos de fluctuaciones de presión.
- ✓ Se debe analizar la relación entre desplazamiento, presión e intensidad de las ondas sonoras.

¿Cómo se comporta el aire dentro de un tubo ?



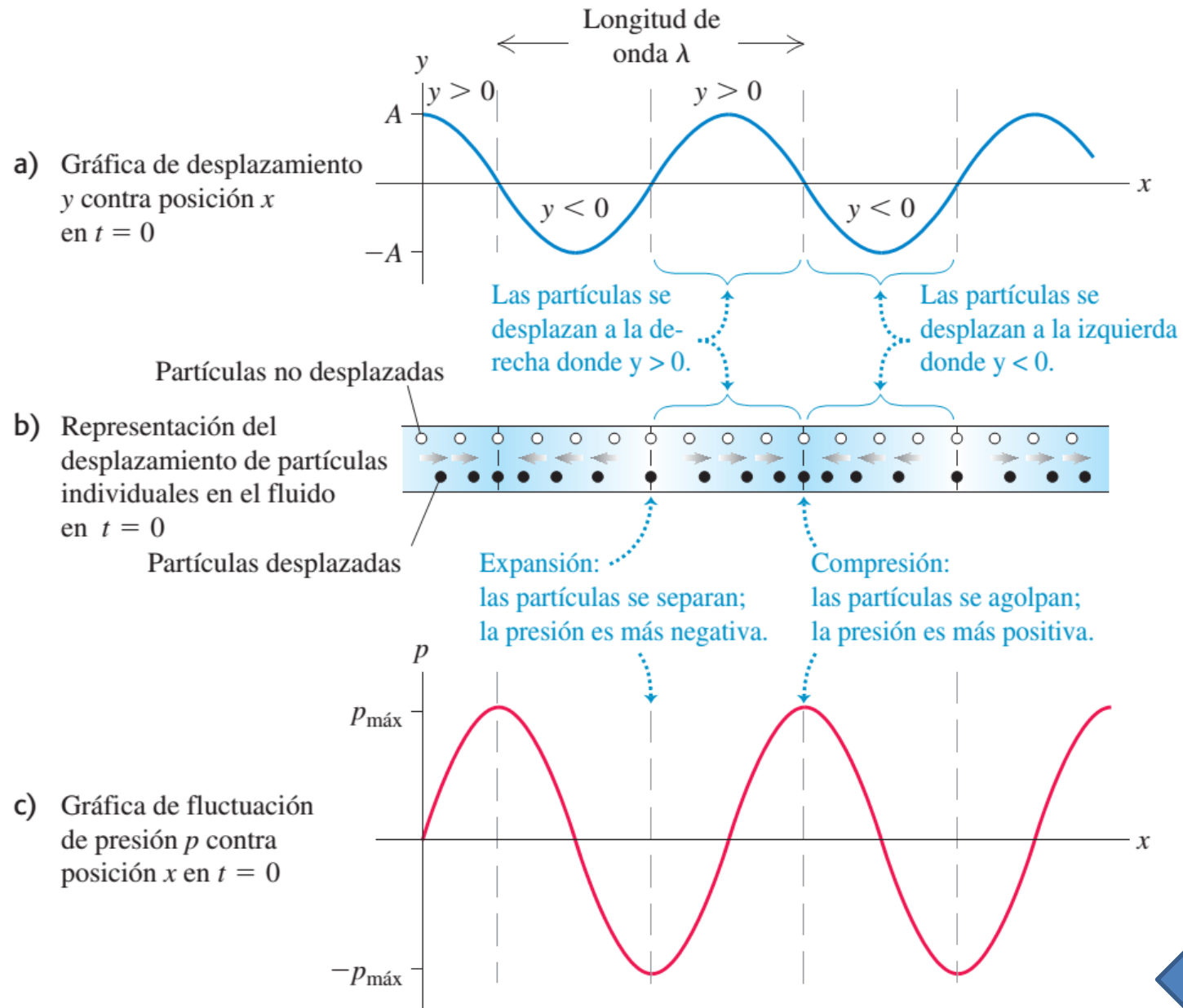
Tubo de sección transversal  $A$

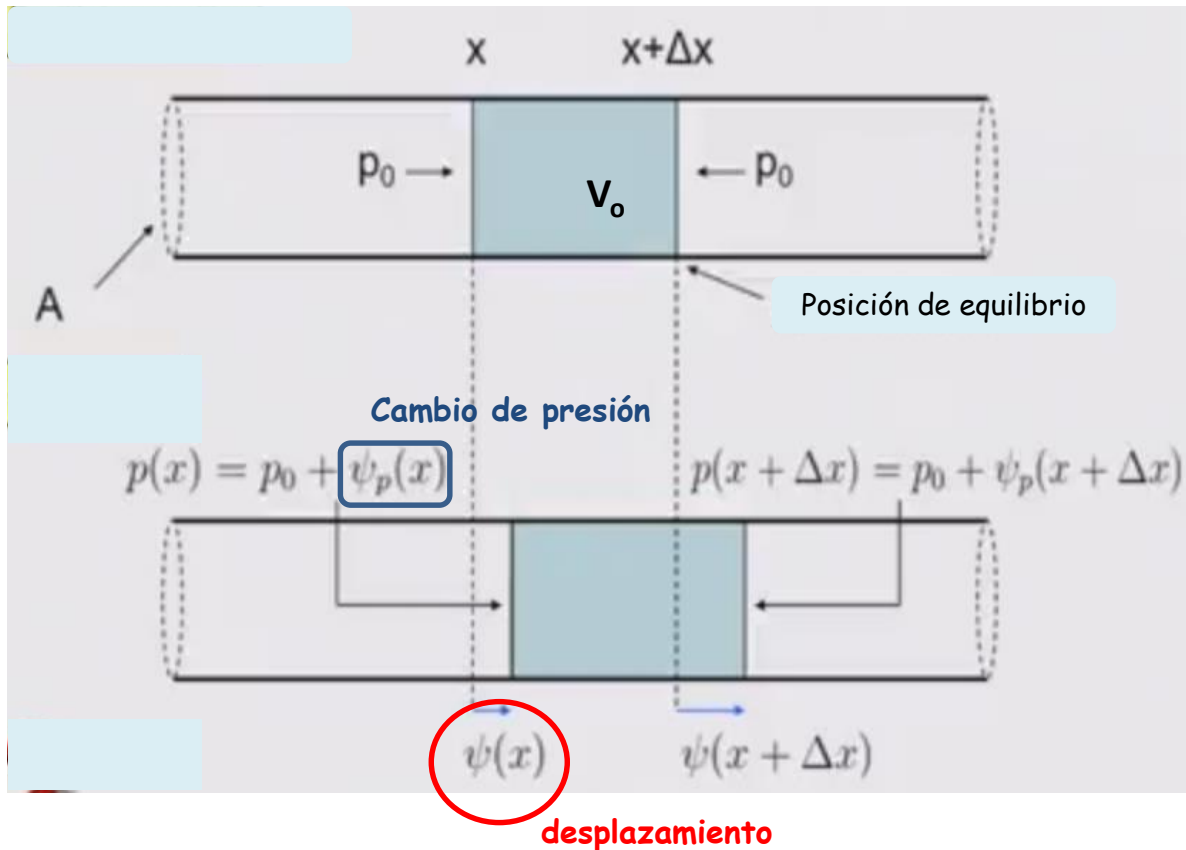


$P_0$  = presión atmosférica  
 $\rho_0$  = densidad del aire

Definimos un volumen unitario  $V_0$  del largo  $\Delta x$







La unidad de volumen  $V_0$  al tiempo  $t$  se desplaza de su posición de equilibrio.

La parte del izquierda se desplaza  $\psi(x)$  y la posición derecha en  $\psi(x + \Delta x)$ .

La presión se ve modificada en un cambio que podemos llamar  $\psi_p(x)$ .

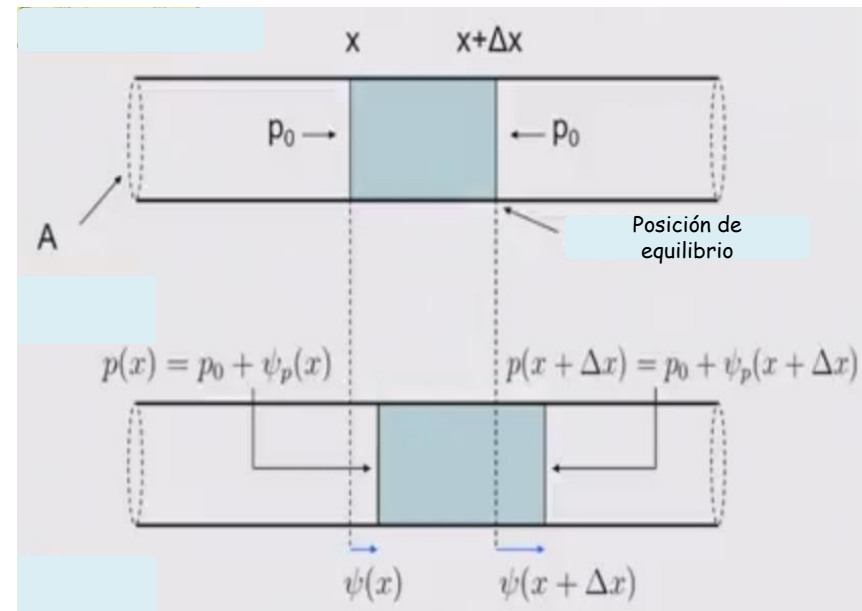
Podemos calcular el movimiento de las moléculas en ese volumen

→ Aplicamos la ley Newton

¿ Cómo relacionamos presión con volumen ?  
 Calculemos el cambio de volumen  $\Delta V$

$$A(\psi(x + \Delta x, t) - \psi(x, t)) \approx A \frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x$$

Para pequeños desplazamientos  $\psi(x)$



La diferencia de presión entre el lado derecho e izquierdo de  $V_0$  es

$$-\psi_P(x + \Delta x, t) + \psi_P(x, t) \approx -\frac{\partial \psi_P}{\partial x} \Delta x$$

Dos posibles escenarios para vincular presión y desplazamiento

**Ley de los gases ideales**  
 y en nuestro desplazamiento de moléculas la temperatura no cambia.

$$PV = nRT \Rightarrow V \propto P^{-1}$$

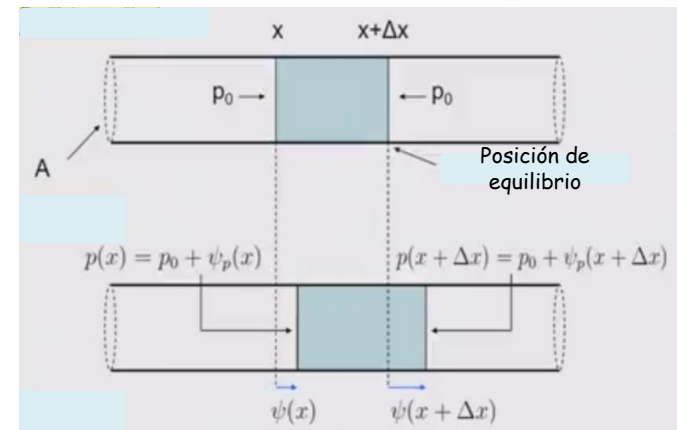
**Laplace : proceso adiabático**

$$PV^\gamma = \text{const}$$

Coeficiente adiabático

Consideramos pequeñas vibraciones

$$\begin{cases} \psi_P \ll P_0 \\ \Delta V \ll V_0 \end{cases}$$



Antes del cambio de presión  
(situación inicial)

$$\rightarrow P_0 V_0^\gamma = C$$

Después del cambio de presión

$$\rightarrow (P_0 + \Delta P)(V_0 + \Delta V)^\gamma = C$$

$\psi_P$  Es la diferencia entre  $P_0$  y la presión total luego del cambio

$$C = (P_0 + \psi_P) V_0^\gamma \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)^\gamma$$

$$C \approx (P_0 + \psi_P) V_0^\gamma \left(1 + \frac{\gamma \Delta V}{V_0}\right)$$

$$C \approx P_0 V_0^\gamma + \gamma \Delta V V_0^{\gamma-1} P_0 + \psi_P V_0^\gamma + \cancel{\gamma \Delta V \psi_P V_0^{\gamma-1}}$$

pequeños

$$\psi_P = \frac{-\gamma P_0}{V_0} \Delta V$$

$$\Delta V \approx A \frac{\partial \psi}{\partial x} \Delta x$$

$$\psi_P = \frac{-\gamma P_0 A \Delta x}{V_0} \frac{\partial \psi}{\partial x} \rightarrow \psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$F_{total} = \Delta P \cdot A = -A \frac{\partial \psi_P}{\partial x} \Delta x$$

La variación de masa se puede expresar como

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot \Delta x$$

Usando la ley de Newton

$$F = ma \quad \longrightarrow \quad \cancel{\rho A \Delta x} \ddot{\psi} = -\cancel{A \Delta x} \frac{\partial \psi_P}{\partial x}$$

$$\begin{aligned} \rho \ddot{\psi} &= \frac{\partial \psi_P}{\partial x} \\ &= \gamma P_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{aligned}$$

$$\psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

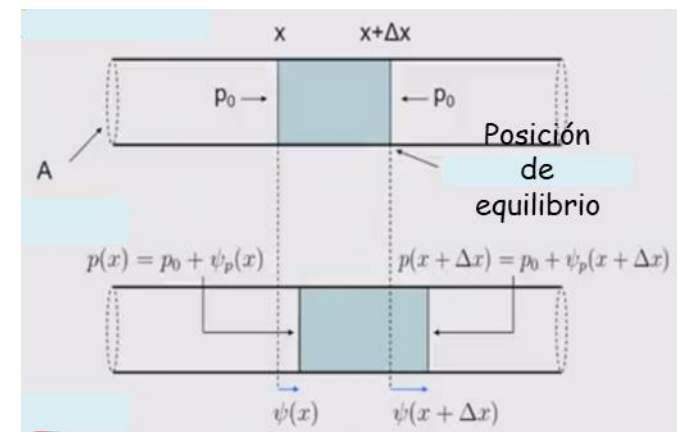
$$\ddot{\psi}(x, t) = \frac{\gamma P_0}{\rho} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}$$

iii Tenemos una ecuación de ondas !!!

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$$

¿ Qué pasa con  $\gamma$  ?

Velocidad de fase





Sistema termodinámico

$$dU + \delta W = \delta Q$$

Energía interna

Trabajo realizado por el sistema

Calor entregado por el sistema

En un proceso adiabático

$$\begin{cases} dU + \delta W = 0 \\ \delta W = PdV \end{cases}$$

$$U = \alpha nRT \\ = \alpha PV$$

$$\alpha = \frac{\text{grados de libertad}}{2}$$

$$dU = \alpha(VdP + PdV) = -\delta W = -PdV$$

$$(\alpha + 1)PdV = -\alpha VdP \quad (1)$$

$$PV^\gamma = \text{constant}$$

$$\ln P + \gamma \ln V = cte \longrightarrow d(\ln P + \gamma \ln V) = 0 \longrightarrow \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

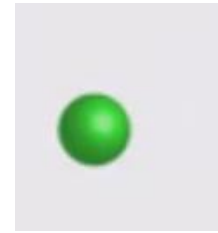
$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad (2)$$

Usando (1) y (2)

$$\frac{dP}{P} = -\left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) \frac{dV}{V} = -\gamma \frac{dV}{V} \longrightarrow \boxed{\gamma \equiv \frac{\alpha + 1}{\alpha}}$$

$$\alpha = \frac{\text{grados de libertad}}{2}$$

$$\gamma \equiv \frac{\alpha + 1}{\alpha}$$



monoatómico

Un gas mono-atómico tiene 3 grados de libertad traslacional,  $\alpha = 3/2$


$$\gamma = 5/3$$

Un gas di-atómico tiene 3 grados de libertad traslacional y 2 rotacionales,  $\alpha = 5/2$

$$\gamma = 7/5 = 1,4$$

$$v_p = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho}}$$

Newton  $\gamma = 1$   $\xrightarrow[\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3]{P_0 = 10^5 \text{ kg/ms}^2}$   $v_p = 289 \text{ m/s}$

Adiabático  $\gamma = 1,4$   $\longrightarrow$   $v_p = 342 \text{ m/s}$  

$$\ddot{\psi}(x,t) = v_p^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

Ecuación de ondas unidimensional  
Similar al caso de cuerdas

Relación de dispersión

$$\omega = v_p k$$



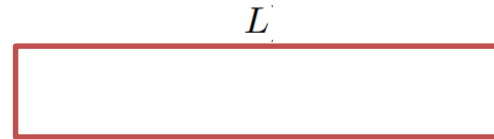
$$f = \frac{v_p}{\lambda}$$

$$\psi(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(k_m x + \alpha_m) \sin(\omega_m t + \beta_m)$$

Determinadas por las  
condiciones de contorno

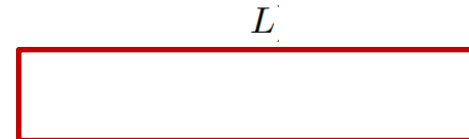
Determinadas por las  
condiciones iniciales

1



Tubo cerrado

2



Tubo abierto/cerrado

$x$

Condiciones de contorno

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(L) = 0$$

$$\sin(\alpha_m) = 0 \Rightarrow \alpha_m = 0$$

$$\sin(k_m L) = 0 \quad k_m = \frac{m\pi}{L}$$

$$\omega_m = \frac{m\pi v_p}{L}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

$$\psi(0) = 0, \quad \frac{\partial \psi(L)}{\partial x} = 0$$

$$\sin(\alpha_m) = 0 \Rightarrow \alpha_m = 0$$

$$\cos(k_m L) = 0 \Rightarrow k_m = \frac{(m - 1/2)\pi}{L}$$

$$\omega_m = \frac{(m - 1/2)\pi v_p}{L}$$

$$\lambda_m = \frac{4L}{2m - 1}$$

$$\psi(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin(k_m x + \alpha_m) \sin(\omega_m t + \beta_m)$$

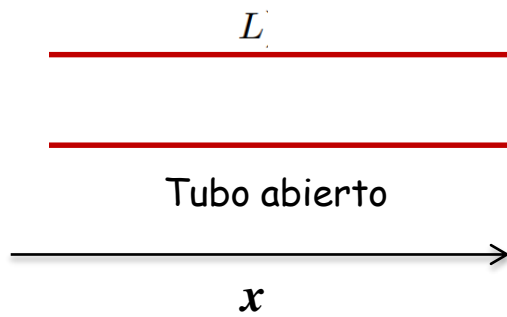
Relación de dispersión

$$\omega = v_p k$$

$$\downarrow$$

$$f = \frac{v_p}{\lambda}$$

3

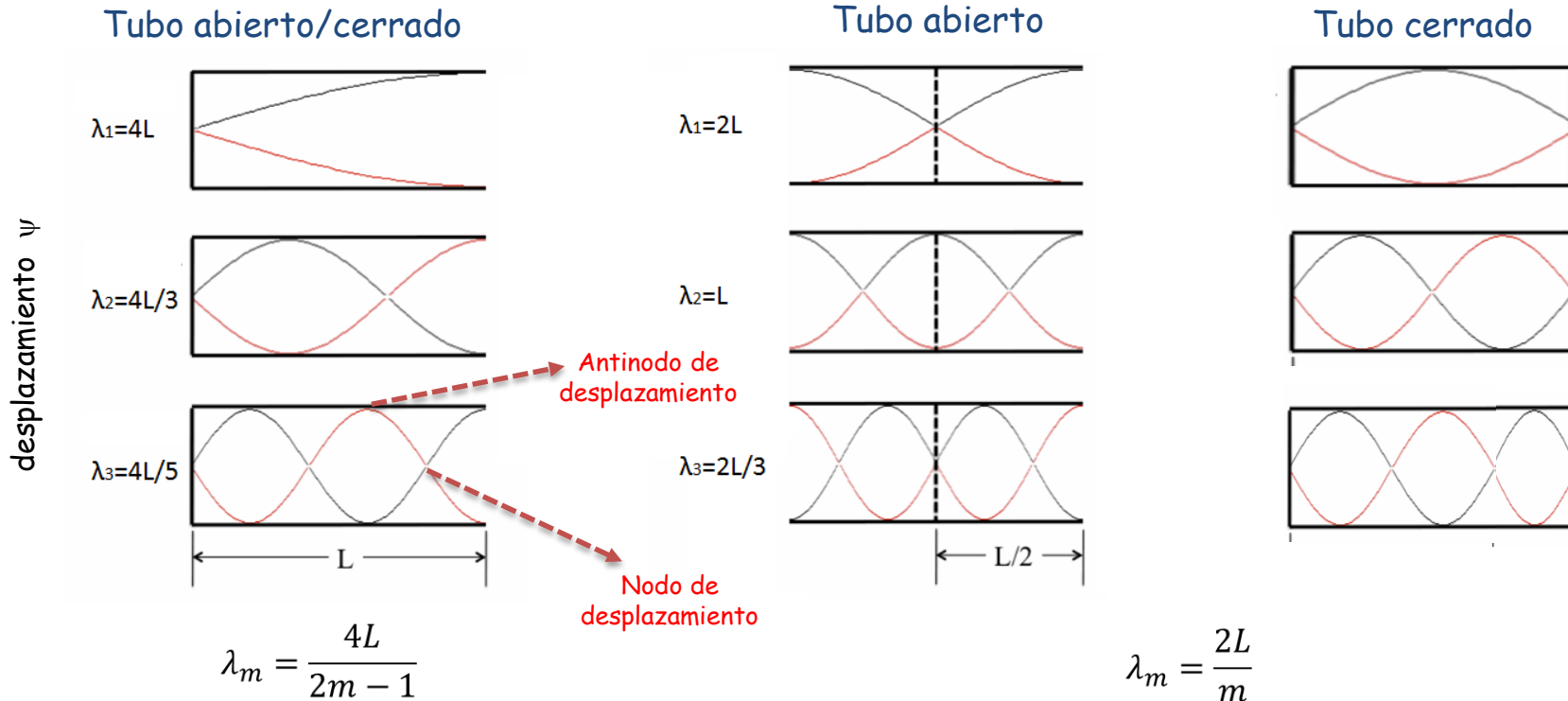


$$\frac{\partial \psi(0)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \psi(L)}{\partial x} = 0$$

$$\cos(\alpha_m) = 0 \Rightarrow \alpha_m = \frac{\pi}{2} \quad \sin(k_m L + \pi/2) = 0 \Rightarrow k_m = \frac{m\pi}{L}$$

$$\Rightarrow \omega_m = \frac{m\pi v}{L}$$

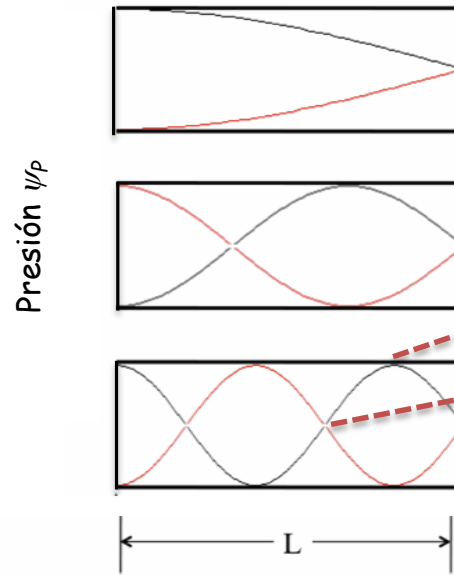
$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$



¿Qué sucede con la presión en cada modo normal ?

$$\psi_P = -\gamma P_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Tubo abierto/cerrado

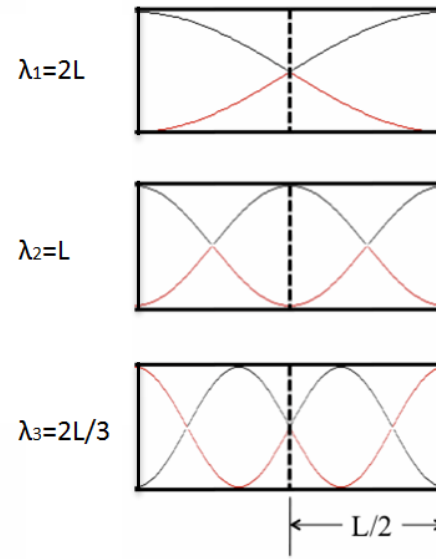


Presión  $\psi_P$

Antinodo de presión  
Nodo de presión

$$\lambda_m = \frac{4L}{2m - 1}$$

Tubo cerrado

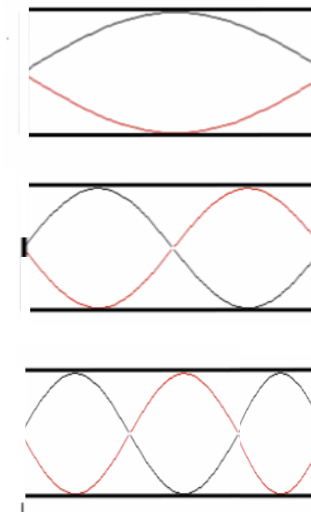


$\lambda_1 = 2L$

$\lambda_2 = L$

$\lambda_3 = 2L/3$

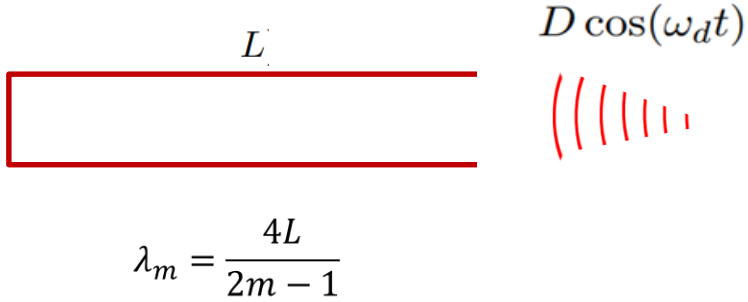
Tubo abierto



$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

Supongamos un tubo cerrado/abierto donde excitamos con una onda de presión senoidal.

4



Condiciones de contorno

$$\psi(0) = 0 \quad , \quad \psi(L) = D \cos(\omega_d t)$$

Relación de dispersión

$$\omega = v_p k \qquad k_d = \frac{\omega_d}{v_p}$$

Si planteamos la solución

$$\psi(x) = A_d \sin(k_d x + \alpha) \cos(\omega_d t)$$

$$\psi(0) = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$\psi(L) = D \cos(\omega_d t) \Rightarrow A_d \sin(k_d L) = D$$

$$A_d = \frac{D}{\sin(k_d L)}$$

$$\psi(x) = \frac{D}{\sin(k_d L)} \sin(k_d x + \alpha) \cos(\omega_d t)$$

Si  $k_d = (m - 1/2)\pi/L$  ➔ **Resonancia**

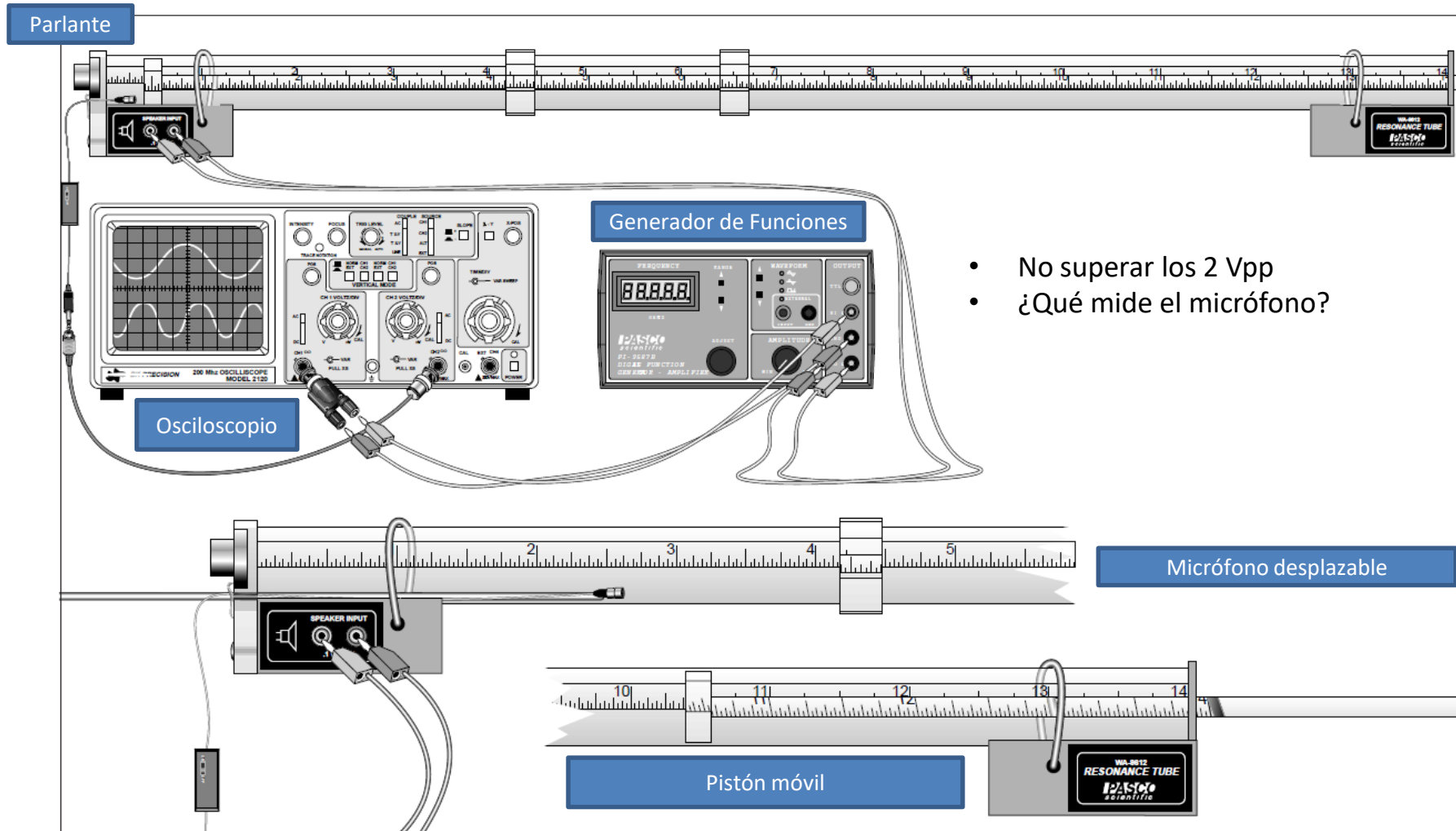
Se maximiza la amplitud

## Objetivos

1. Utilizando un tubo de Kundt obtener los modos normales y registrar sus frecuencias para:
  - a. Tubo abierto.
  - b. Tubo abierto/cerrado.
2. A partir de la relación de dispersión obtener la velocidad de propagación en ambos casos (tubo abierto y abierto/cerrado).
3. Medir la presión en función de la posición dentro del tubo cuando se lo excita en un modo normal (tanto para tubo abierto como abierto/cerrado). Obtener la velocidad de propagación en cada caso.
4. Realizar una experiencia de tiempo de vuelo para los casos de tubo abierto y cerrado.
  - a. Obtener la velocidad de propagación del sonido.
  - b. Mediante análisis de Fourier encontrar la frecuencia fundamental para las condiciones experimentales de estas experiencias.

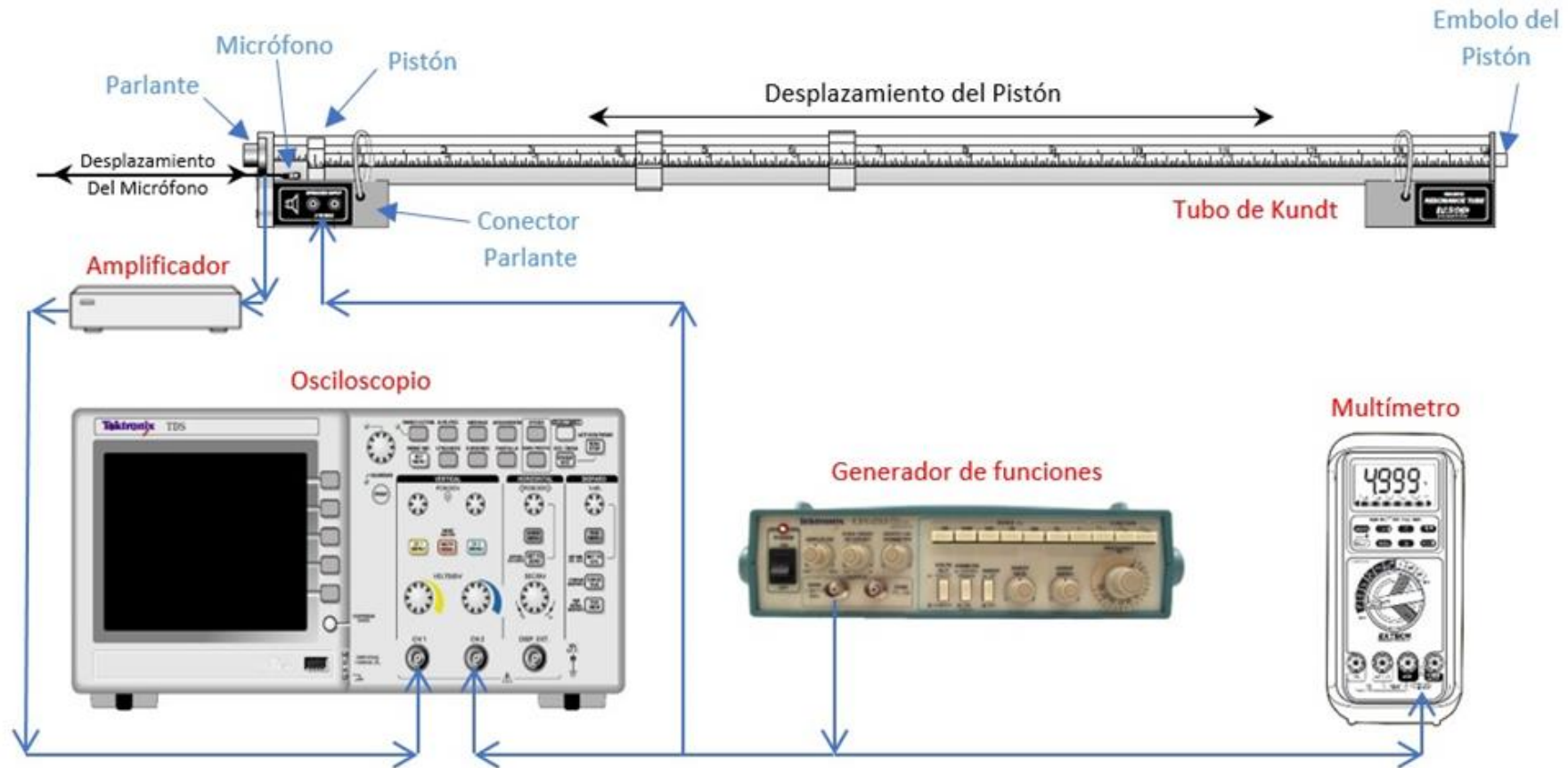


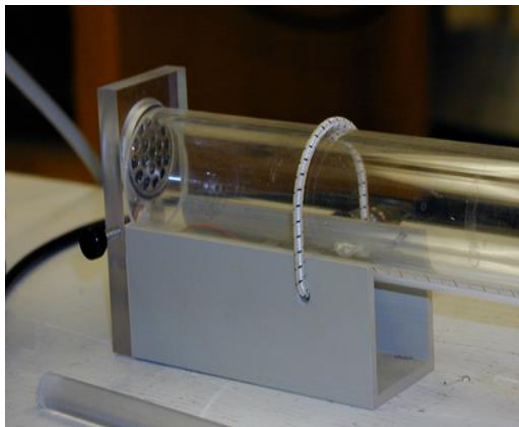
# tubo de Kundt



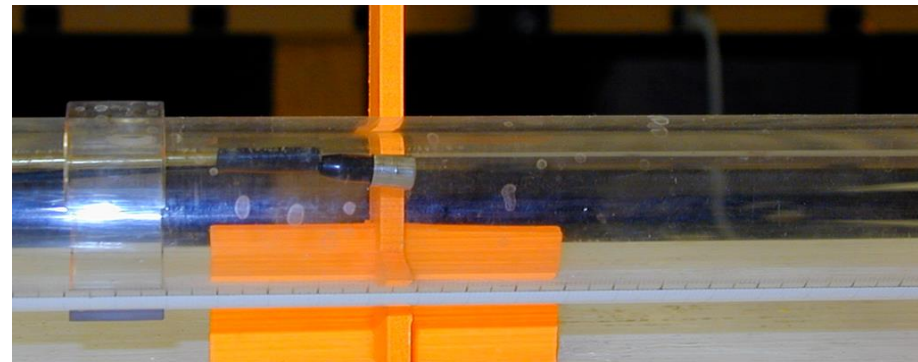


## Montaje experimental y experiencias propuestas

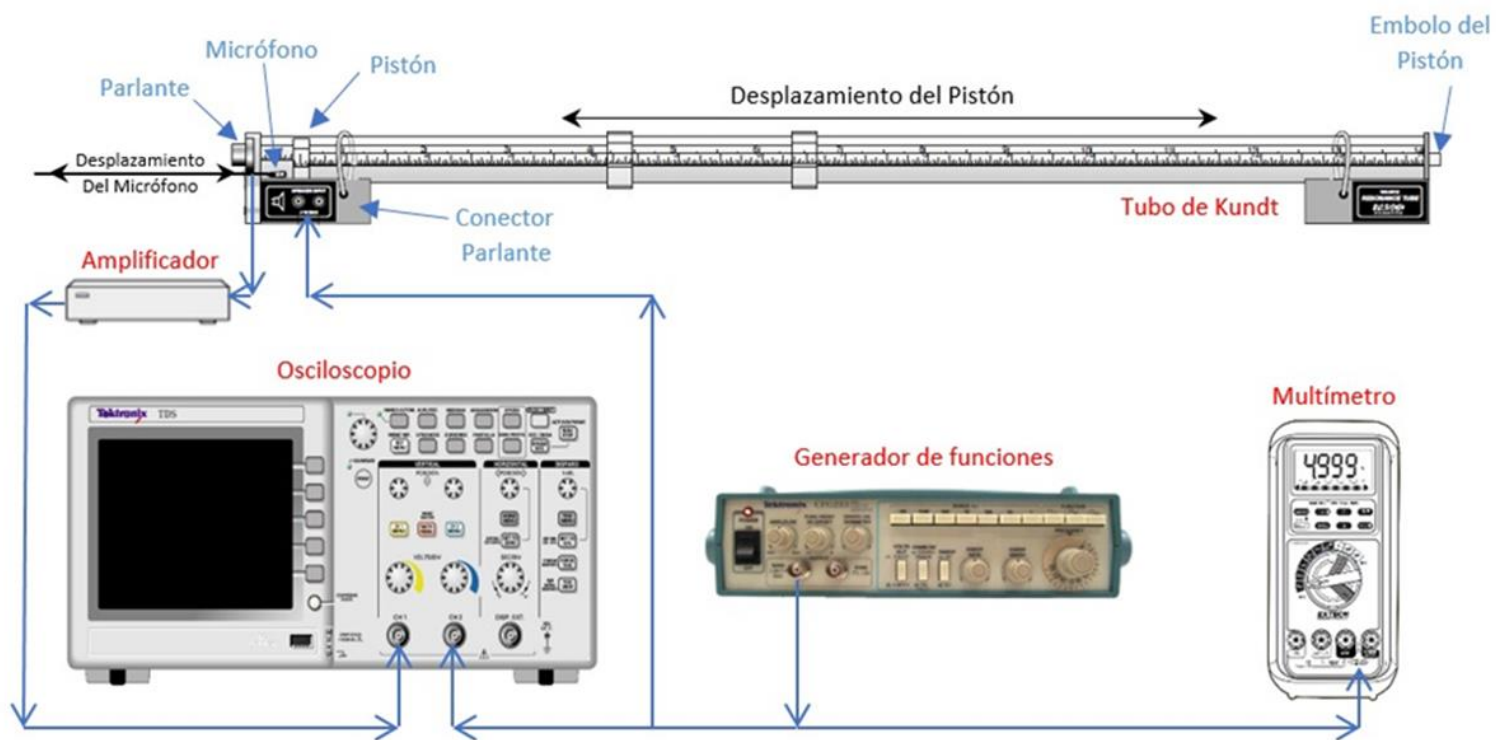


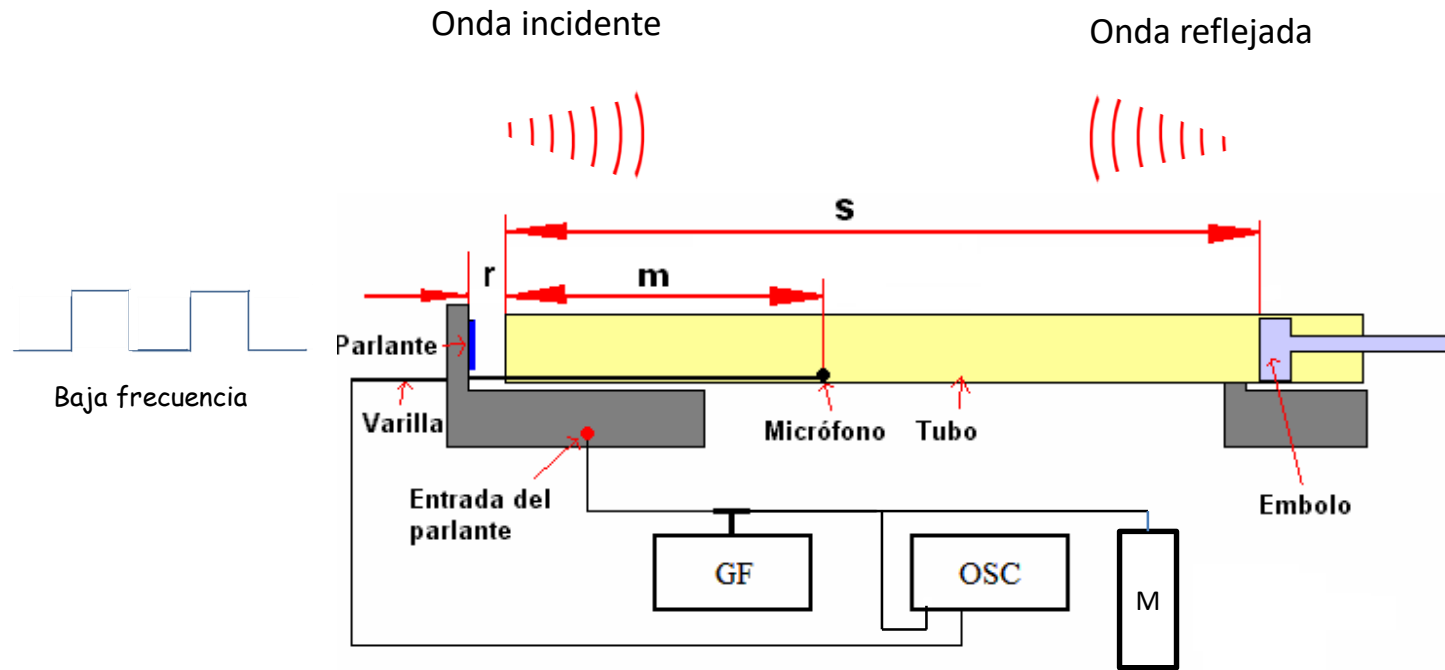


Detalle del parlante

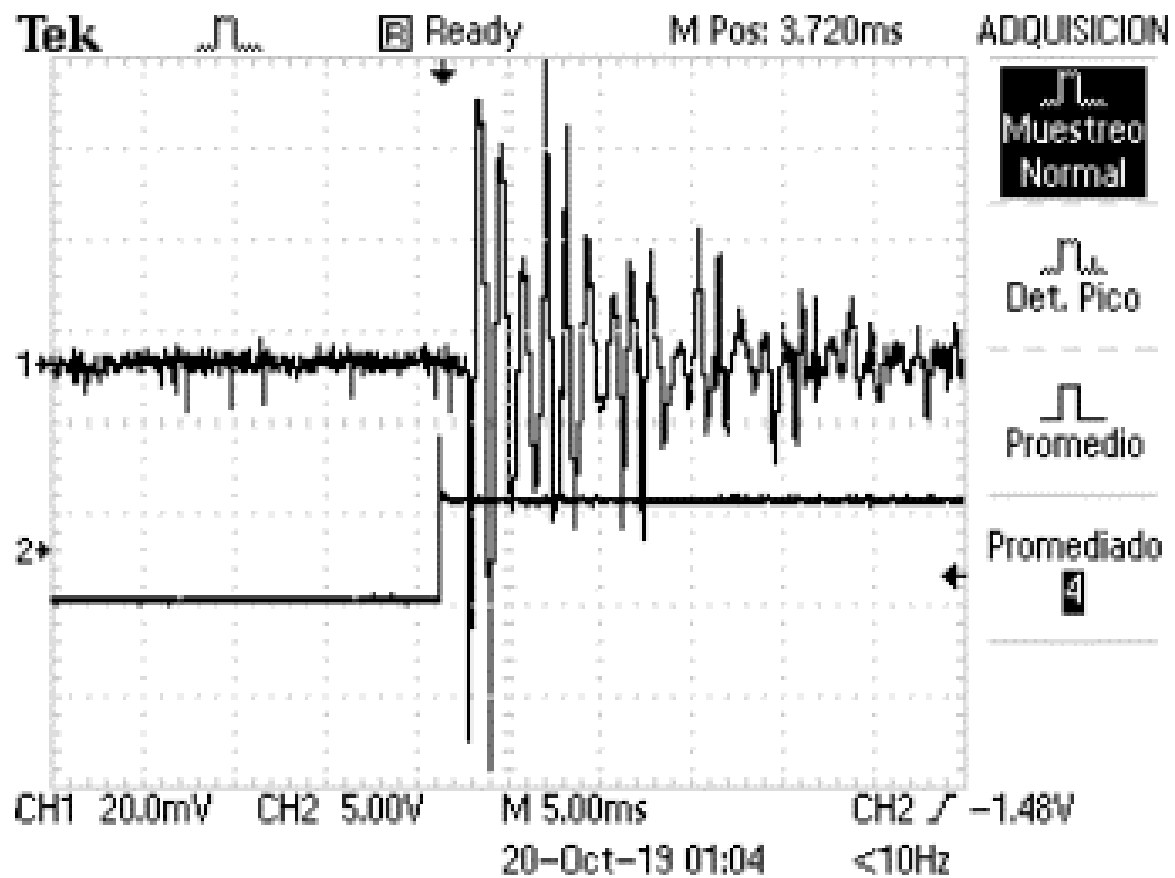


Detalle del micrófono desplazable

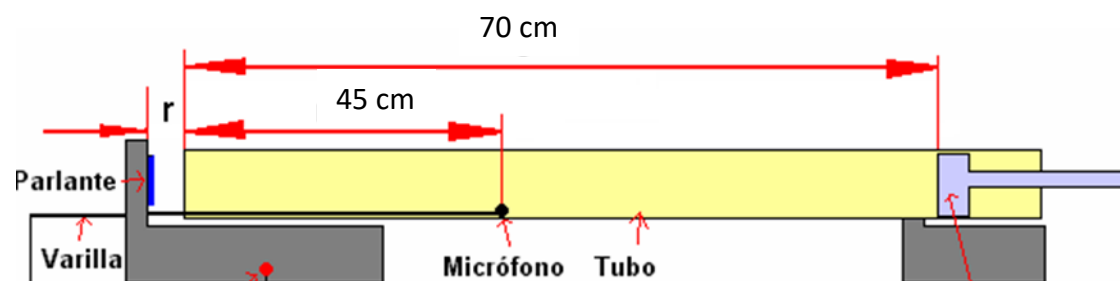


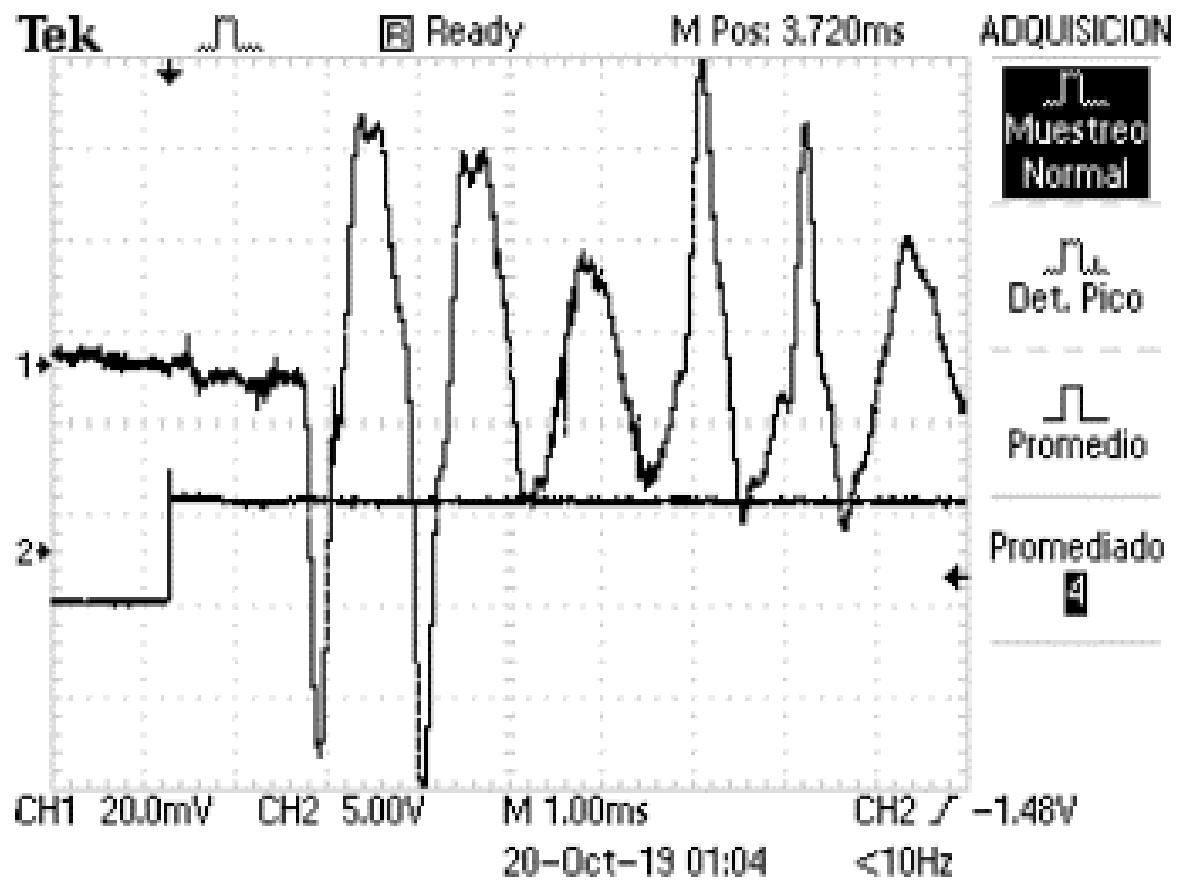


- No sabemos como reacciona el parlante frente al impulso de la onda cuadrada, pero podemos registrar lo que llega al micrófono.
- Esa onda viaja una distancia  $m$  en un tiempo  $\Delta t_1$  hasta donde la detecta el micrófono.
- Luego recorre una distancia  $(s-m)$  hasta que se refleja en el pistón.
- Esa onda reflejada pasa por el micrófono nuevamente luego de recorrer otra distancia  $(s-m)$ .
- El tiempo desde la detección en el micrófono de la onda incidente y su reflejada es  $\Delta t_2$ .
- ¿Qué pasa después con la medición del micrófono?
- ¿Qué condición experimental se debe cumplir para que la señal medida corresponda a la excitación producida por el flanco de la onda cuadrada?



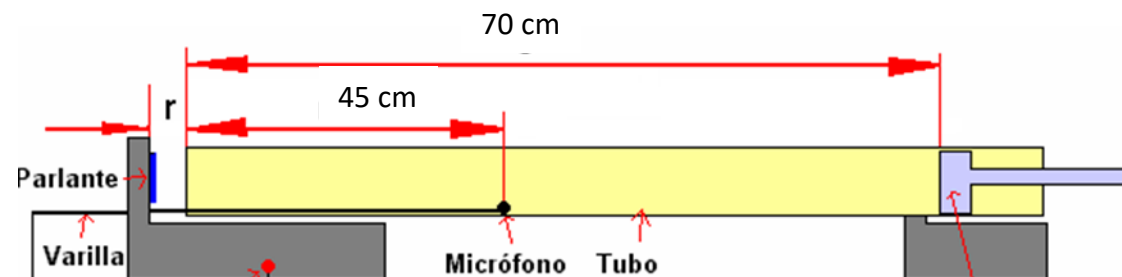
TDS 1012B - 12:49:41 p.m. 19/10/2019

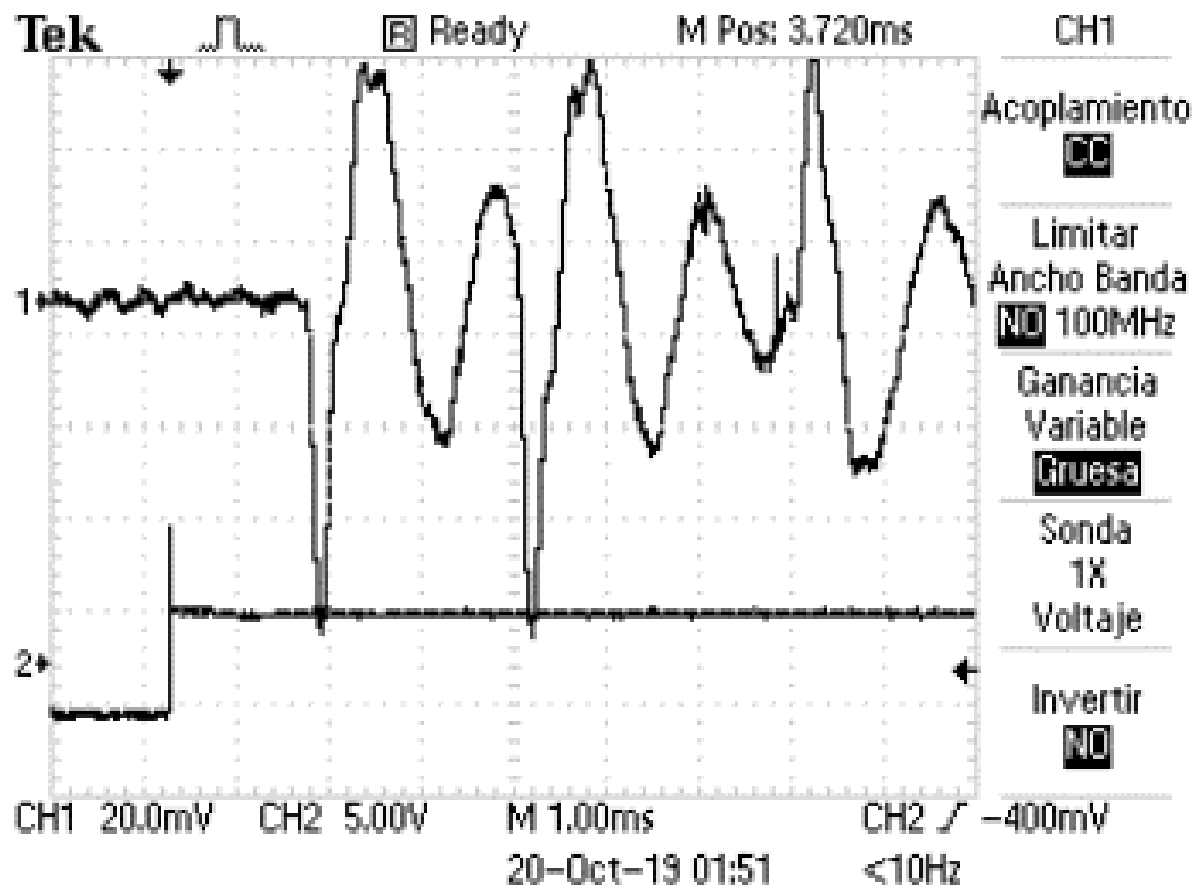




Tubo abierto/cerrado

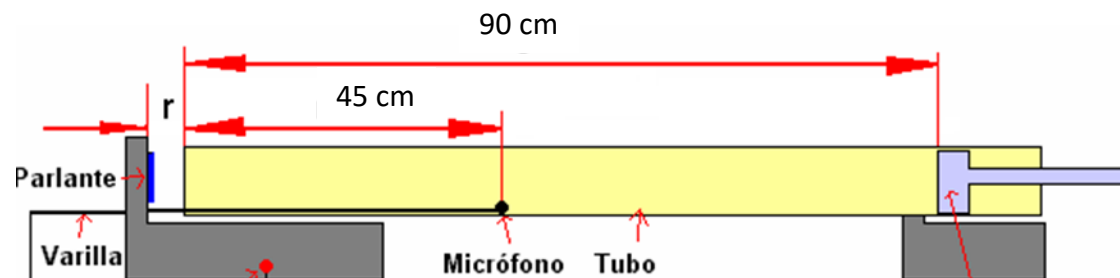
TDS 1012B - 12:48:59 p.m. 19/10/2019



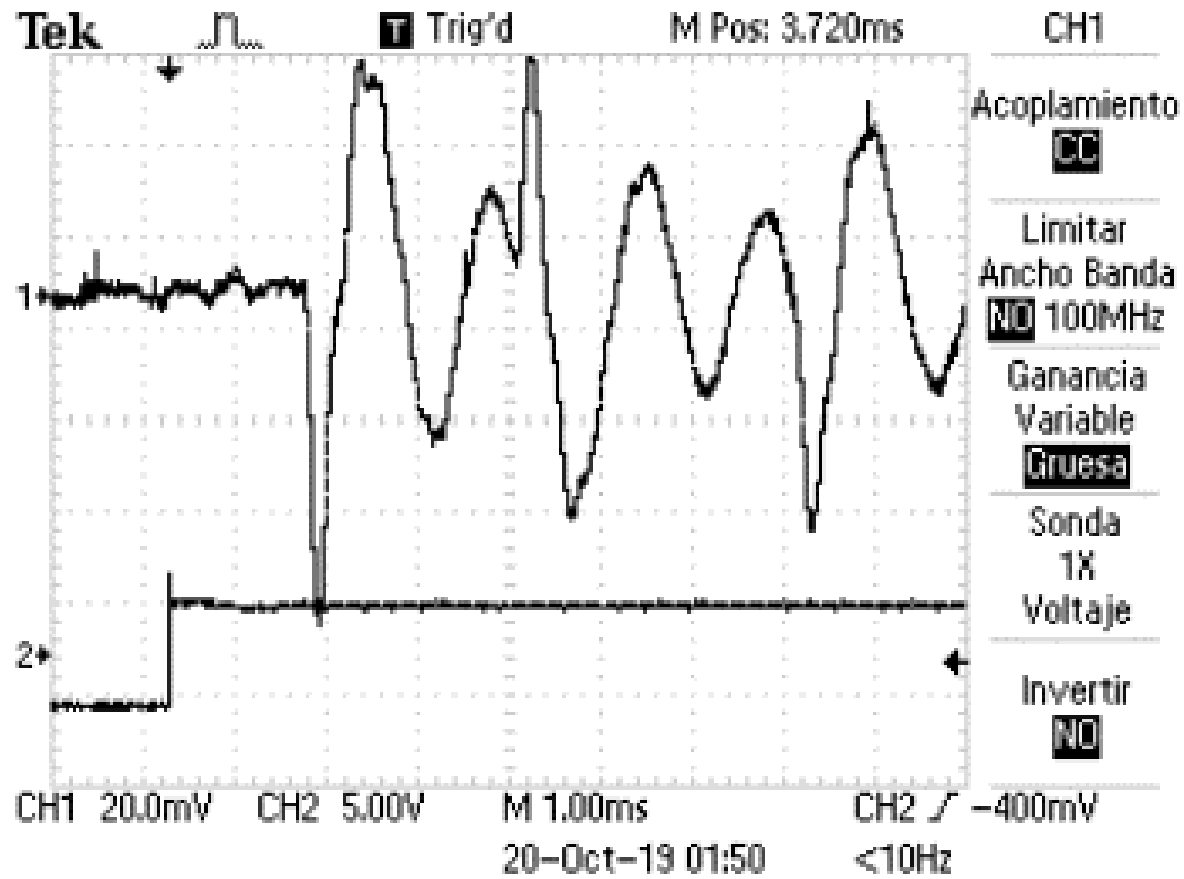


Tubo abierto/cerrado

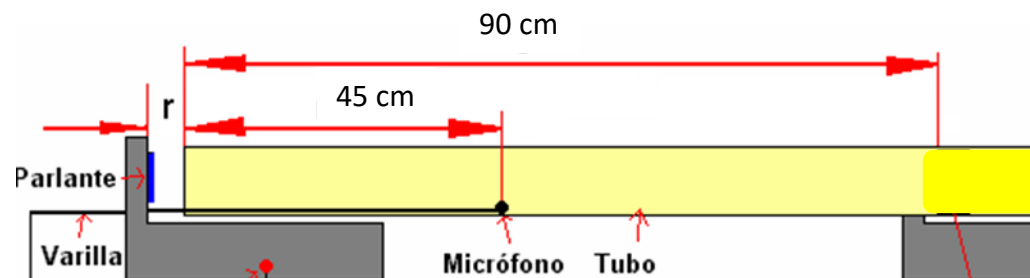
TDS 1012B - 01:36:14 p.m. 19/10/2019

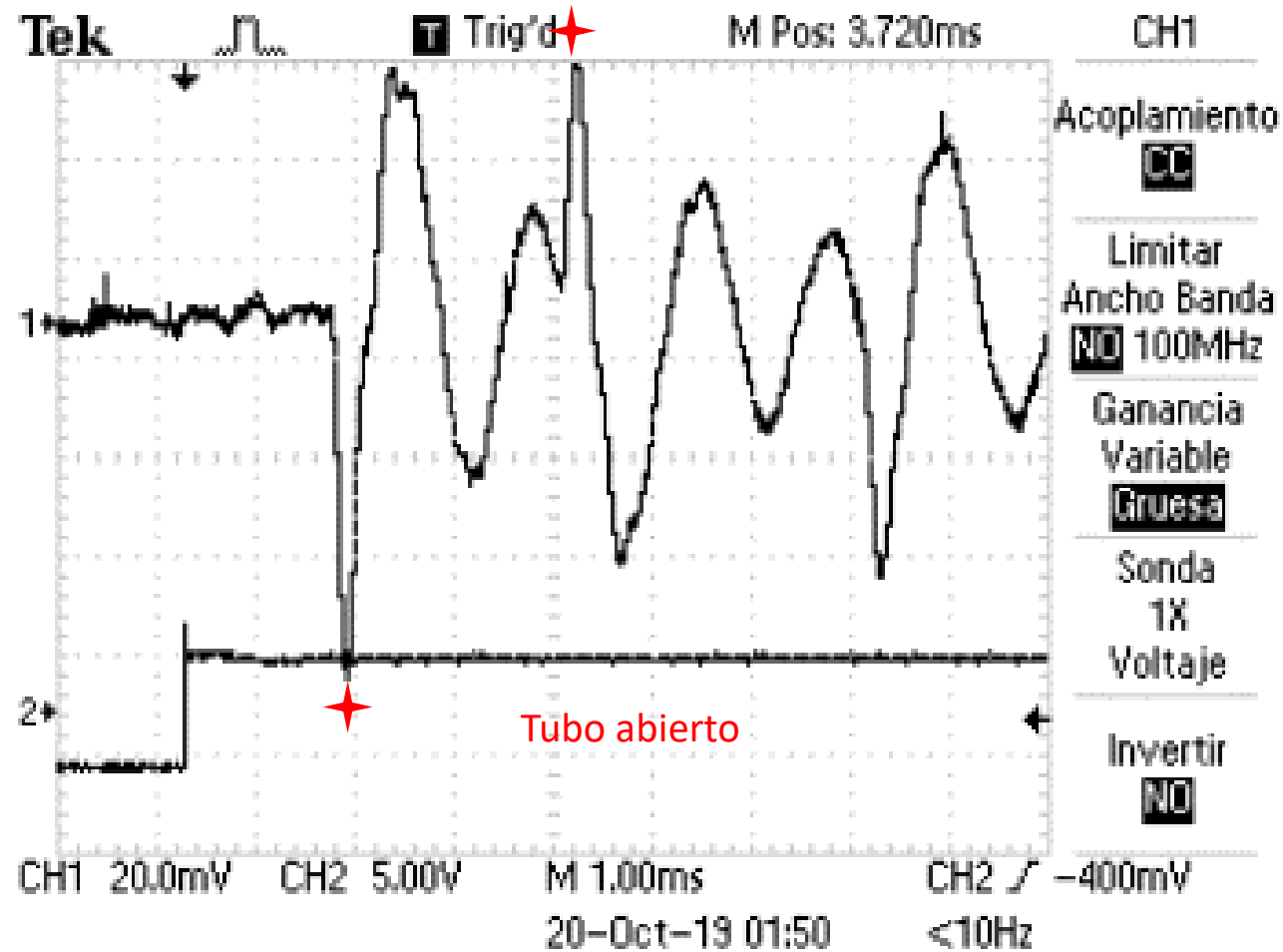


Tubo abierto



TDS 1012B - 01:35:31 p.m. 19/10/2019





TDS 1012B - 01:35:31 p.m. 19/10/2019





**¿ PREGUNTAS ?**