Laboratorio 2

Turno C

Interferencia. Experiencia de Young.

(28/09/2021)

Esta presentación está basada en la realizada por el Dr. Luis Bilbao en el 2do cuatrimestre del 2020

La perturbación de la presión en un gas producida por una onda sonora (o ultrasonido) puede escribirse como la suma de ondas de la forma

fase inicial

$$p = p_o \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_o)$$

amplitud de la perturbación

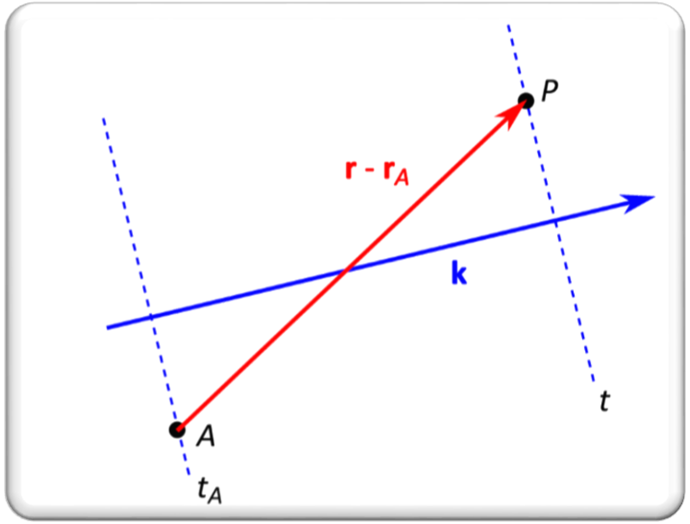
vector número de onda

frecuencia angular

Por ejemplo, la presión atmosférica en condiciones normales es 101325 Pa, mientras que el umbral de detección del oído humano es de 20 μPa y el umbral de dolor es de 20 Pa.

No se debe confundir p_o con la presión del gas sin perturbar.

Se define como <u>fase</u> el término dentro del coseno $\varphi(\vec{r}, t) = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi_o$



Frente de onda de una onda plana

Si en la posición $\boldsymbol{r}_A$ en el instante t_A la perturbación tiene la fase

$$\varphi(\vec{r_A}, t_A) = \vec{k} \cdot \vec{r_A} - \omega t_A + \varphi_o$$

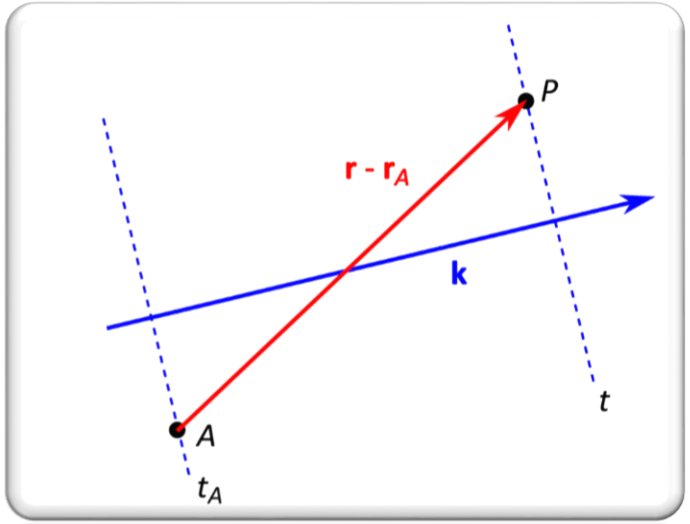
Entonces en otro punto de posición $\boldsymbol{r}$ se tendrá la misma fase

$$\varphi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r_A}, t_A)$$ en el instante t, tal que

$$t = t_A + \frac{\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r_A})}{\omega}$$

$$t = t_A + \frac{\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r_A})}{\omega}$$

$$t = t_A + \frac{\hat{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r_A})}{c} \qquad \vec{k} = k\hat{k}$$



$c_s = \dfrac{\omega}{k}$ Relación de dispersión

Si $\hat{k} \parallel (\vec{r}-\vec{r_A})$ $\Longrightarrow$ $t = t_A + \dfrac{|\vec{r}-\vec{r_A}|}{c_s}$

El retraso es el tiempo que tarda la onda en recorrer la distancia entre $\vec{r_A}$ y $\vec{r}$

Suma de ondas

Supongamos tener dos emisores A y B que emiten ondas de acuerdo con

$$\left.\begin{aligned}\varphi_A\,(\overrightarrow{r_A}, t) &= -\omega_A t + \varphi_{Ao} \\ \varphi_B\,(\overrightarrow{r_B}, t) &= -\omega_B t + \varphi_{Bo}\end{aligned}\right\}$$

Recordemos

$$\varphi(\vec{r}, t) = \boxed{\vec{k}\cdot\vec{r}} - \omega t + \varphi_o$$

La posición de los detectores no aparece explícitamente en la fase porque la posición es fija

Las fases llegan en el instante t a un detector ubicado en la posición $\vec{r}$

$$\varphi_A\,(\vec{r}, t) = \varphi_A\left(\overrightarrow{r_A}\,, t - \frac{|\vec{r} - \overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right)$$

$$= -\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r} - \overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}$$

$$\varphi_B\,(\vec{r}, t) = \varphi_B\left(\overrightarrow{r_B}\,, t - \frac{|\vec{r} - \overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right)$$

$$= -\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r} - \overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}$$

Las perturbaciones en la presión se pueden escribir

$$p_A = A\cos(\varphi_A(\vec{r},t)) = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right)$$

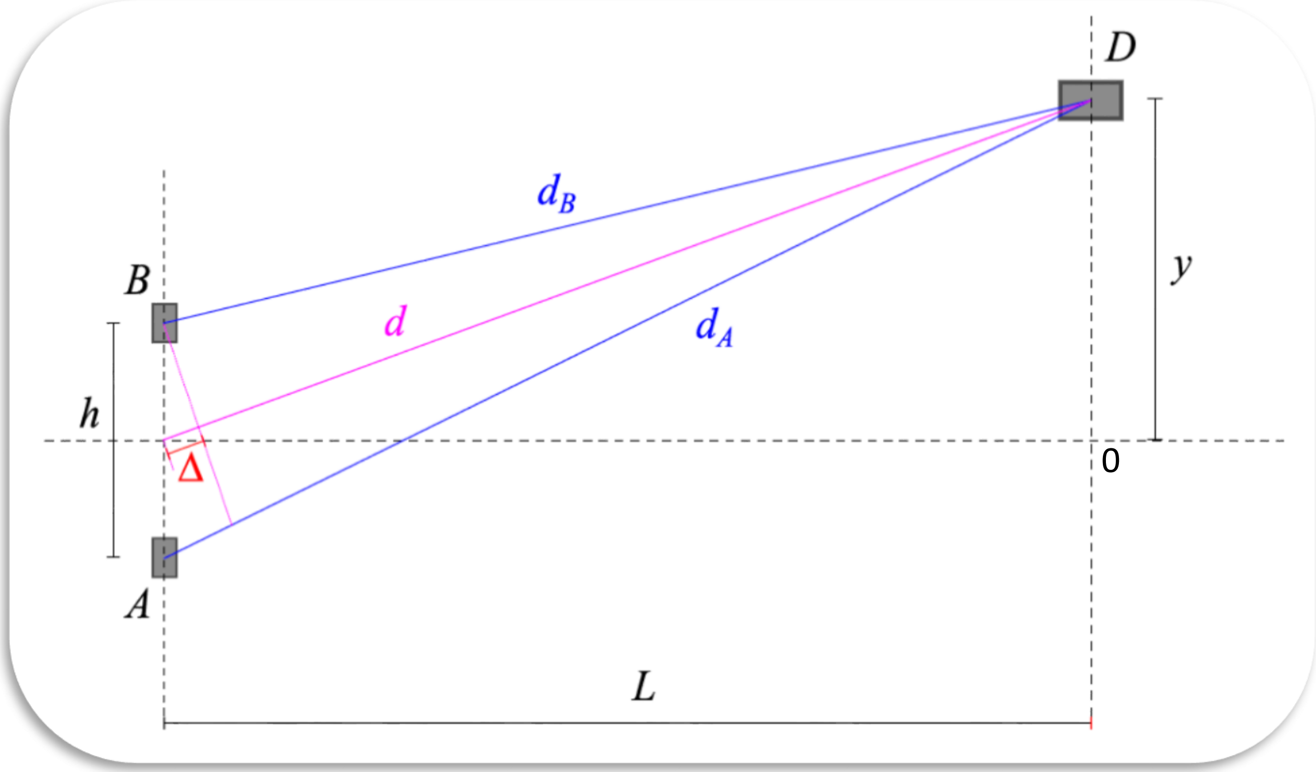
$$p_B = B\cos(\varphi_B(\vec{r},t)) = B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)$$

La presión es una magnitud escalar $\Longrightarrow$ La perturbación total en el detector es la suma de las dos presiones

$$p = p_A + p_B$$

$$\boxed{p = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right) + B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)}$$

Experiencia de Young



Se tienen dos emisores A y B separados por una distancia *h* y un detector D que puede desplazarse en línea recta (eje y) sobre un plano situado a una distancia L perpendicular a la recta donde están los emisores.

d_A y d_B son las distancias de las respectivos emisores al detector

$$d_A = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_A| = \sqrt{L^2 + \left(y + \frac{h}{2}\right)^2}$$

$$d_B = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_B| = \sqrt{L^2 + \left(y - \frac{h}{2}\right)^2}$$

$$p = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right) + B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)$$

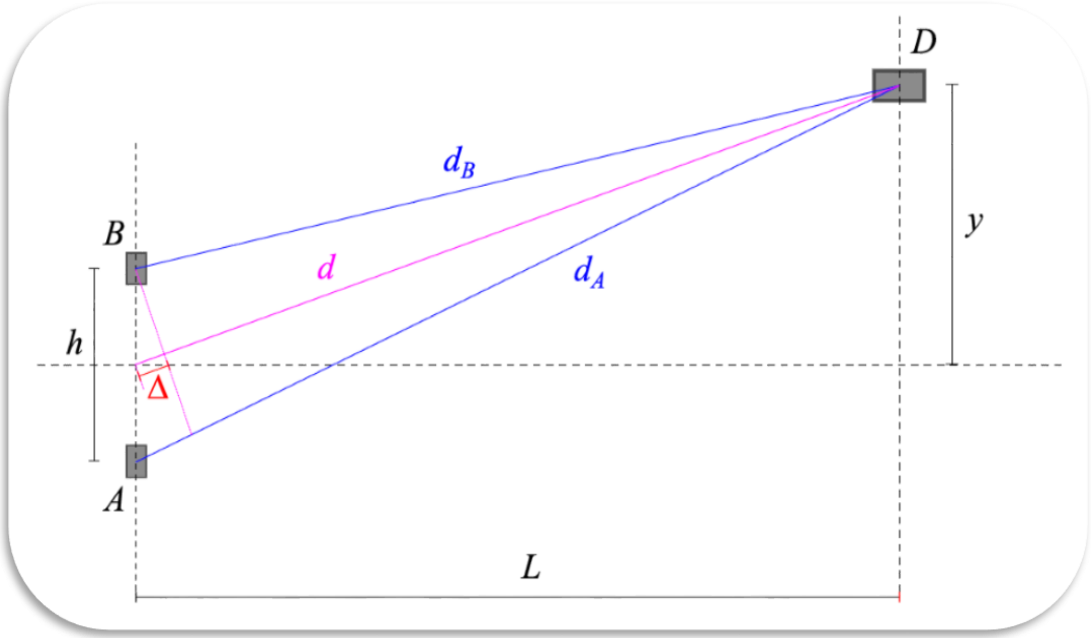
$$p = A\,cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s} + \varphi_{Ao}) \; + B\,cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s} + \varphi_{Bo})$$

$$p = A\cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s} + \varphi_{Ao}) + B\cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s} + \varphi_{Bo})$$

Consideremos que ambos emisores son iguales. Emiten con la misma amplitud y frecuencia.

Se puede imponer que $\varphi_{Ao} = \varphi_{Bo} = 0$ Se puede elegir t = 0 cuando esto se cumpla.

$$p = A\left\{\cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s}) + \cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s})\right\}$$



$$\left.\begin{aligned} d_A &= d + \Delta \\ d_B &= d - \Delta \end{aligned}\right]$$

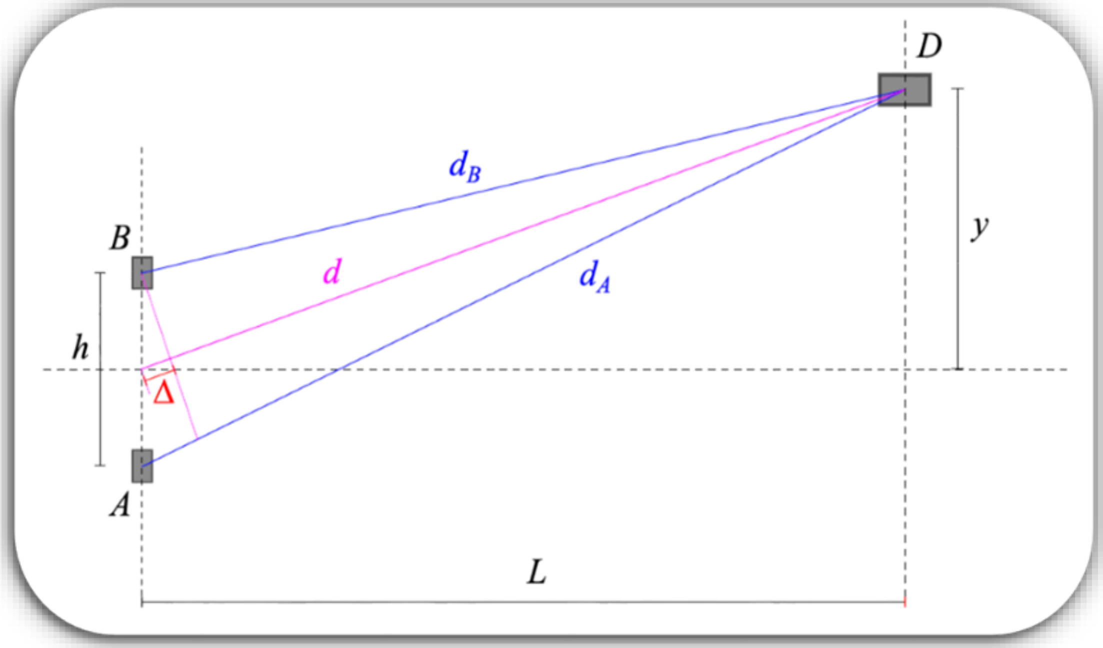
$$p = A\left\{\cos(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s} + \omega \frac{\Delta}{c_s}) + \cos(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s} - \omega \frac{\Delta}{c_s})\right\}$$

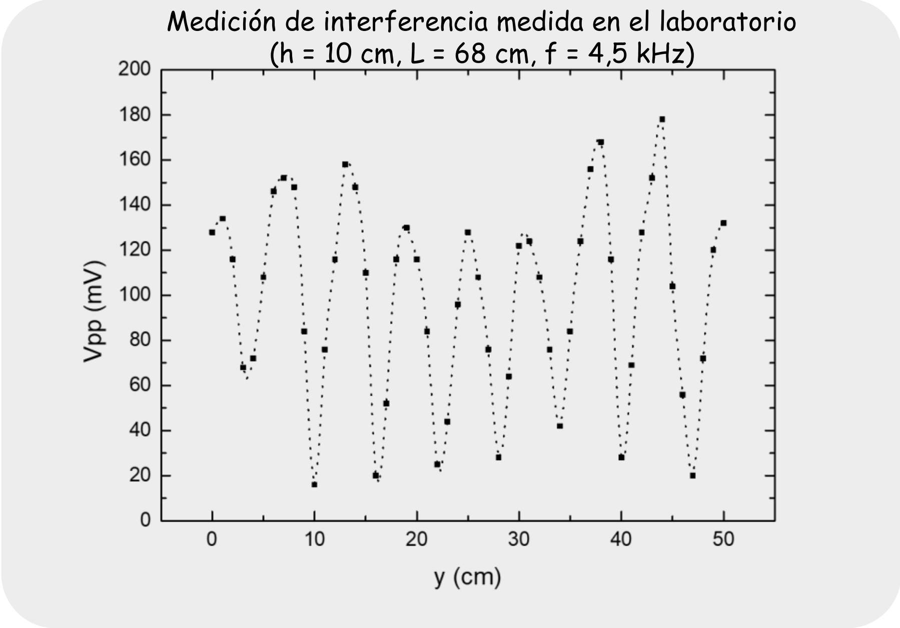
$$p = A(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)) \qquad \left\{\begin{aligned} \alpha &= -\omega t + \omega \frac{d}{c_s} \\ \beta &= \omega \frac{\Delta}{c_s} \end{aligned}\right.$$

$$p = 2A \cos\alpha \cos\beta$$

Usando trigonometría

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$





$$\alpha = -\omega t + \omega \frac{d}{c_s}$$

$$p = 2A\ \cos \alpha \cos \beta$$

$$\beta = \omega \frac{\Delta}{c_s}$$

$$p = \boxed{\left[2A\cos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right)\right]}\ \boxed{\cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)}$$

amplitud de la onda

oscilación temporal

$$p = p_o \cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)$$

$$p_o = 2A\cos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right)$$

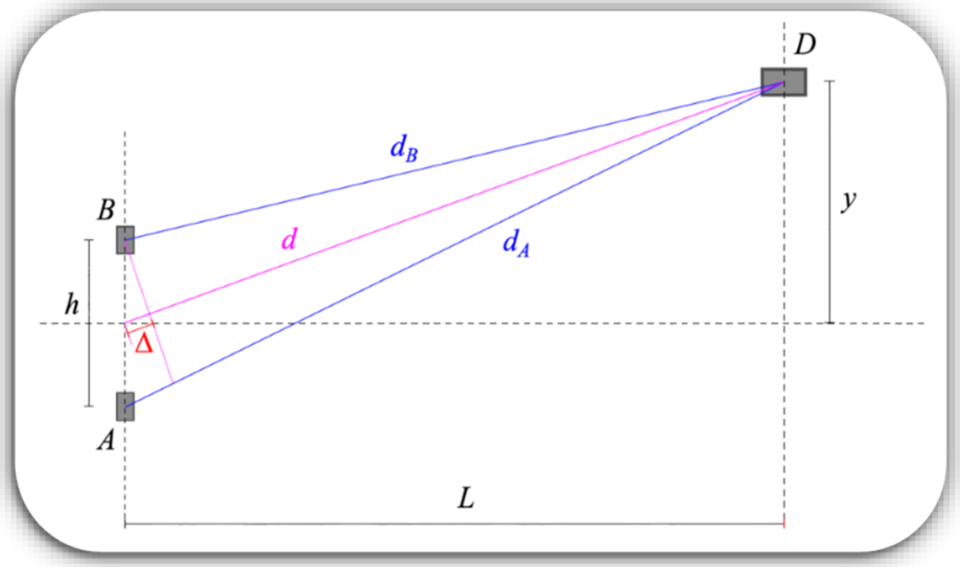
Cambios en la distancia d producen cambio de fase en la señal

Cambios en la distancia Δ producen cambios en la amplitud de la señal

Franjas de interferencia

De la relación de dispersión $c_s = \dfrac{\omega}{k}$ $\longrightarrow$ $\lambda = 2\pi \dfrac{c_s}{\omega}$

$$p = p_o \cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)$$



$$p_o = 2A\cos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right) \longrightarrow p_o = 2A\cos\left(2\pi \frac{\Delta}{\lambda}\right)$$

$$p_o \rightarrow [-2A\,, 2A]$$

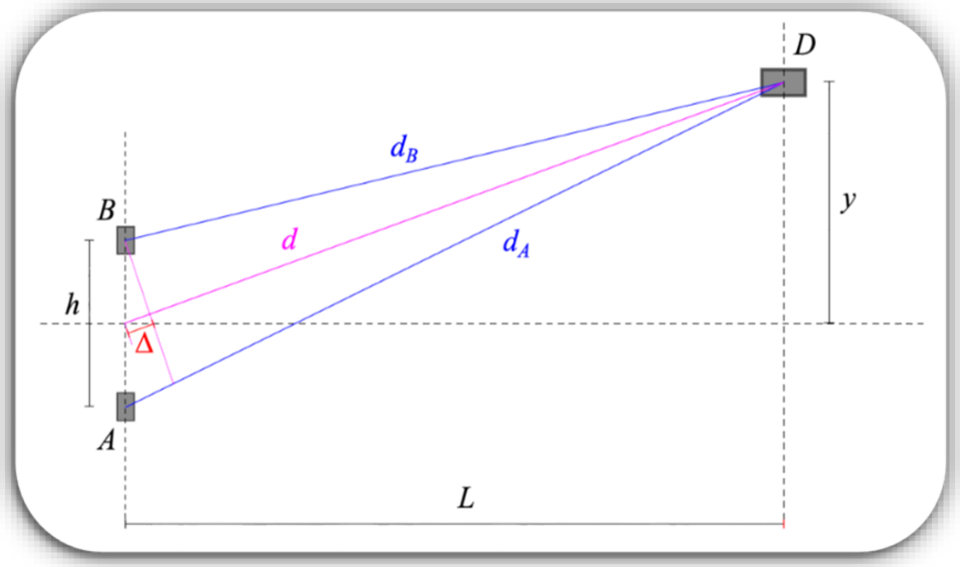
La amplitud tendrá máximos y mínimos cuando Δ tengan valores

$$\Delta_m = \frac{\lambda}{2} m$$

entero

La idea es medir Δ_m en los máximos de interferencia variando la posición del detector y , para valores fijos de L y h.

Si se hace una regresión lineal de Δ_m en función m se puede encontrar la longitud de onda.



Se mide la posición y_m de cada máximo de la señal.

$$\Delta_m = \frac{d_A - d_B}{2} \qquad \text{pues} \quad \begin{cases} d_A = d + \Delta \\ d_B = d - \Delta \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{L^2 + \left(y_m + \frac{h}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y_m - \frac{h}{2}\right)^2}\right)$$

En general $L \gg h$ $\xrightarrow{\text{Desarrollando en series}}$ $\Delta_m = \frac{h}{2}\frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} + O(h^3)$

Si $y_m << L$ $\longrightarrow$ $\Delta_m = \frac{h y_m}{2L}$ y recordando $\Delta_m = \frac{\lambda}{2} m$

Se puede calcular λ

$$y_m = \frac{\lambda L}{h} m$$

Máximos de interferencia equiespaciados

Se define interfranja $i = y_{m+1} - y_m$ $\longrightarrow$ $\boxed{i = \frac{\lambda L}{h}}$

Hay tres opciones para calcular Δ_m en función m para encontrar la longitud de onda.

$$\Delta_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{L^2 + \left(y_m + \frac{h}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y_m - \frac{h}{2}\right)^2}\right)$$ Opción a

$$\Delta_m = \frac{h}{2}\frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}}$$ Opción b

$$\Delta_m = \frac{h y_m}{2L}$$ Opción c

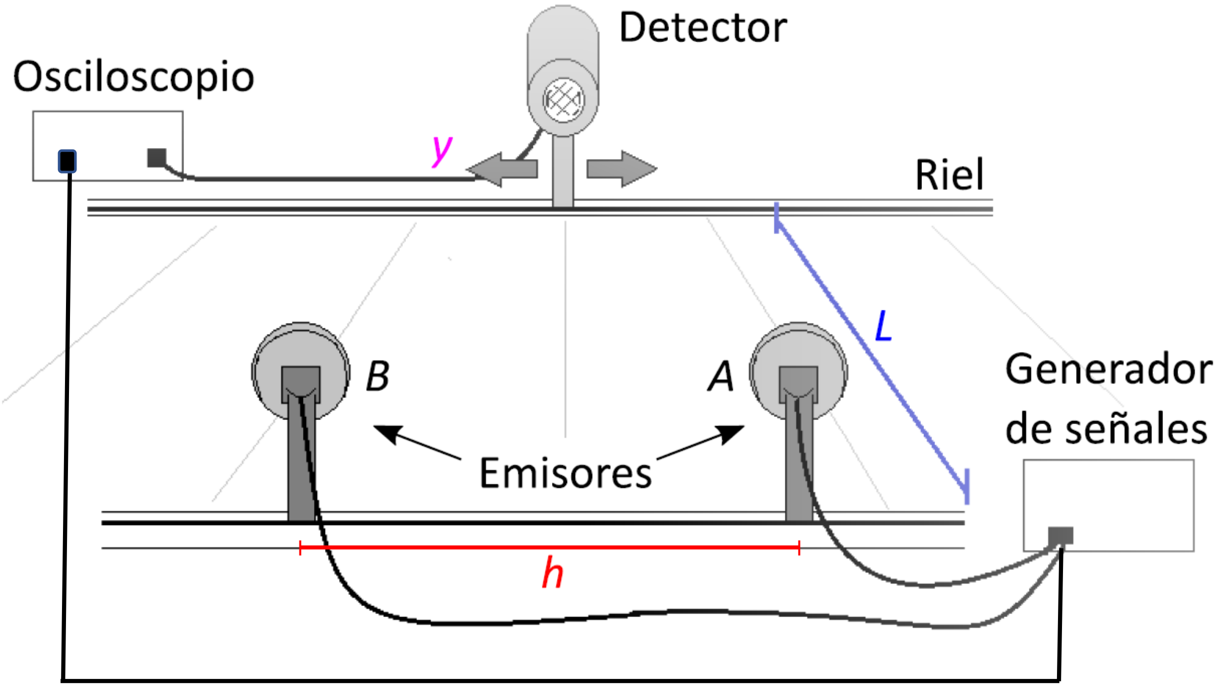
Se puede verificar experimentalmente en que rangos de la figura de interferencias son válidas.

Experiencia

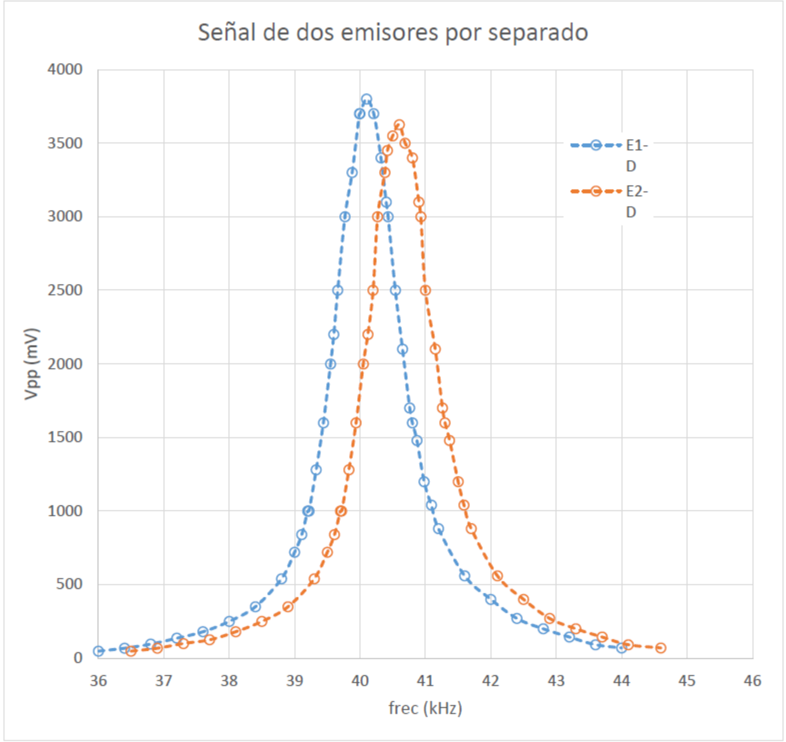
Se desea evaluar la longitud de onda de la onda emitida por dos emisores iguales A y B.

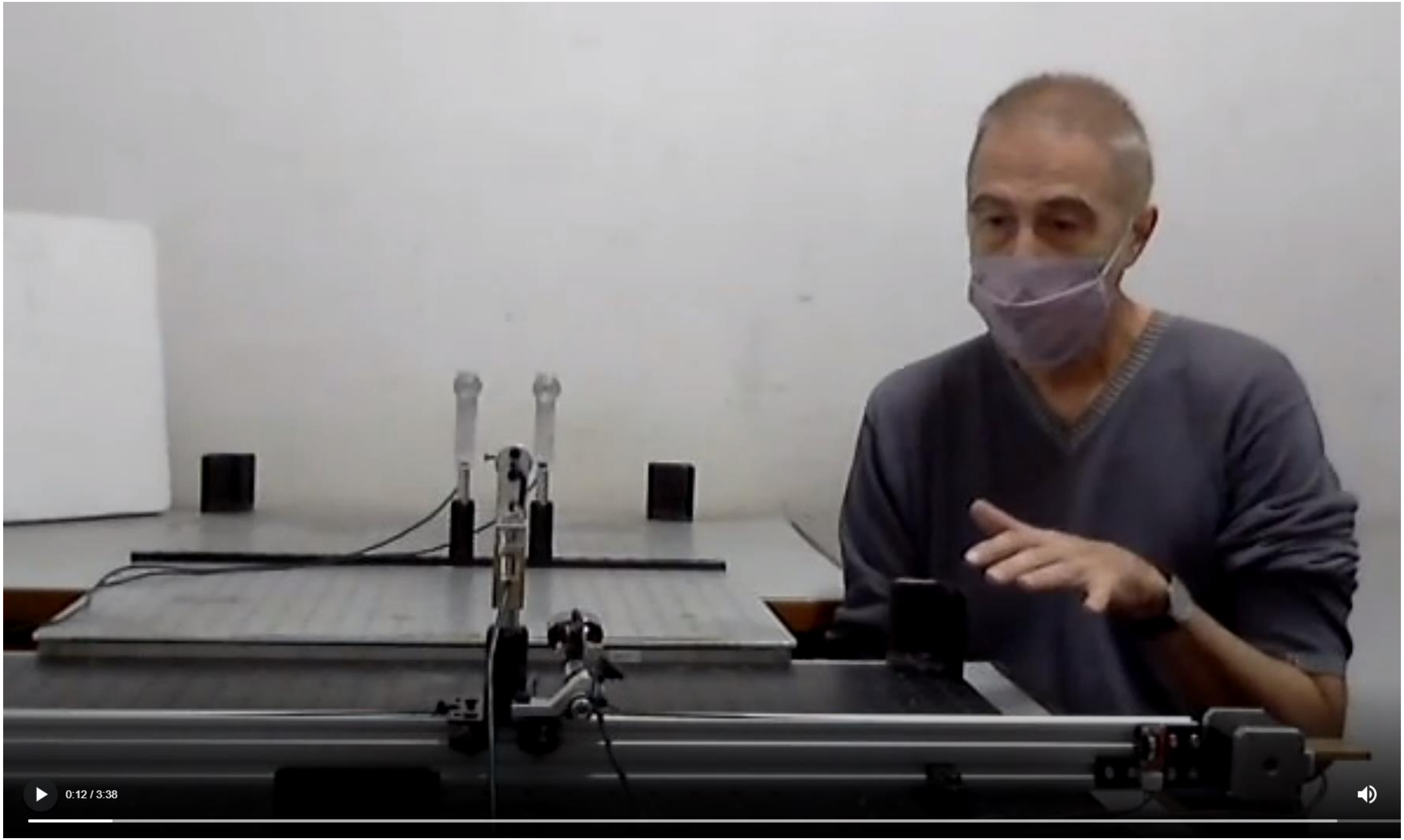
La señales se registran con un detector.

Los emisores A y B son dos transductores piezoeléctricos con la misma (o casi igual) frecuencia característica. Lo mismo el detector.

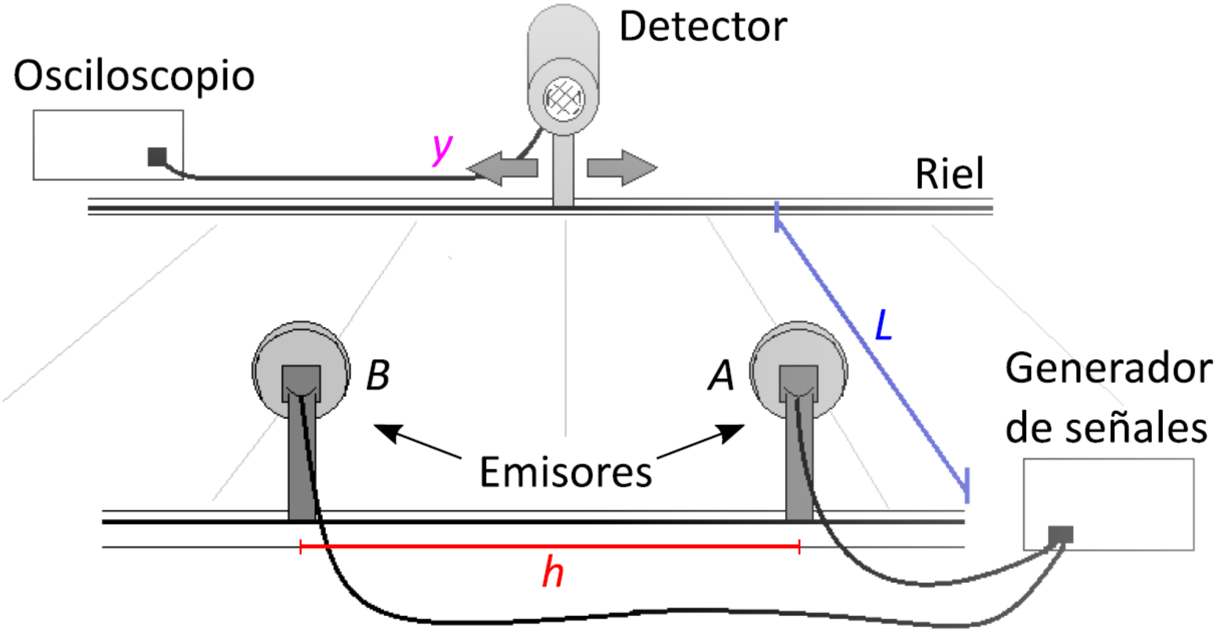


- ¿Lo puede demostrar? ¿Cómo lo haría?
- ¿A que frecuencia conviene realizar la experiencia?
- ¿Con que tensión Vpp trabajo?




0:12 / 3:38

<u>Experiencia</u>



- En la experiencia remota las distancias L y h no se pueden variar.
- Fijar la frecuencia de trabajo y una amplitud en el generador
- Conectar el emisor A y realizar un barrido del detector a lo largo del riel midiendo la amplitud (o la Vpp) de la señal que recibe el detector en función de la distancia y.
- Medir también la fase respecto de la señal del emisor y su variación con y.
- Conectar el emisor B y desconectar el A. Realizar las mismas mediciones anteriores.
- Conectar ambos emisores A y B. Registrar la amplitud de la señal recibida en el detector en función de la posición y.

- Se espera encontrar un diagrama de interferencia. Al máximo central lo corresponderemos con m = 0. Los siguientes máximos tendrán números enteros positivos hacia un lado del máximo (1,2,3,…) y negativo (-1, -2, -3, …) hacia el lado opuesto.
- Encontrar la longitud de onda.
- ¿ Puede reproducir el gráfico de interferencia a partir de las señales individuales (amplitud y fase) registradas entre los pares $[E_A - D]$ y $[E_B - D]$ en función de la distancia y ?

¿ PREGUNTAS ?