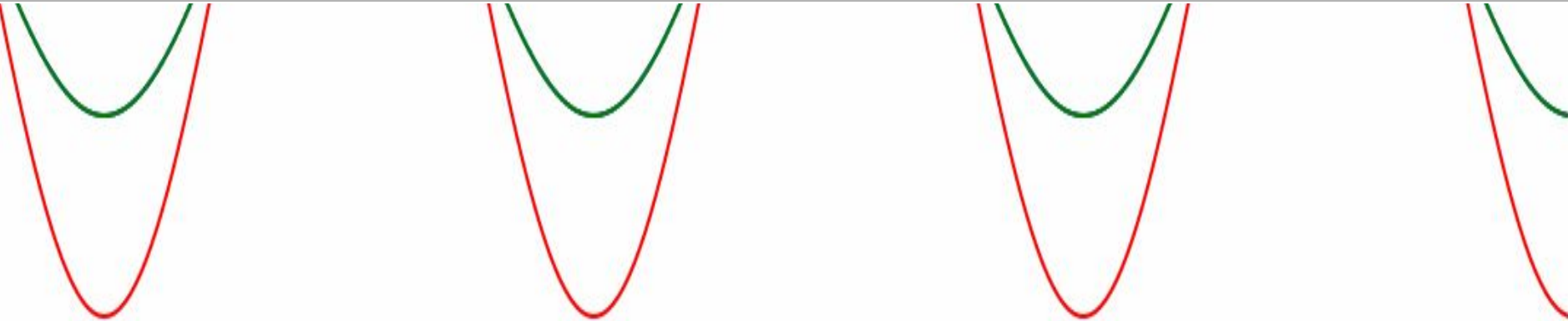


# ONDAS ESTACIONARIAS



# Introducción: Ecuación de Ondas 1D

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial^2 t} = \nu^2 \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial^2 x}$$

Velocidad de Propagación

Describe la propagación de ondas en una dimensión

Relación de Dispersión

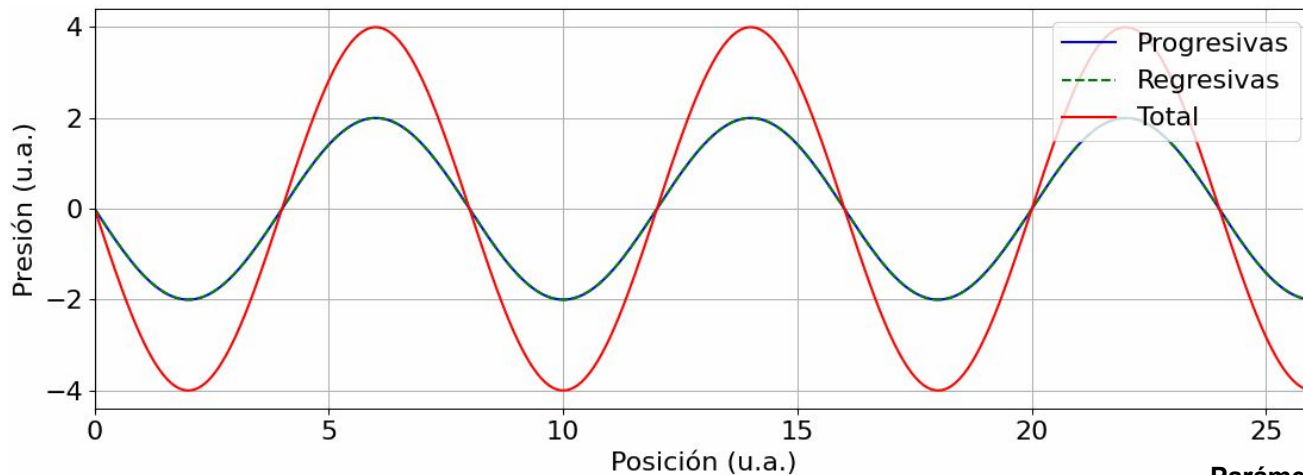
$$\omega = \nu k$$

Soluciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} g(x - \nu t) \longrightarrow \psi(x, t) = A \cos(k(x - \nu t) + \phi) \longrightarrow \text{Onda que se propaga hacia la derecha} \\ f(x + \nu t) \longrightarrow \psi(x, t) = A \cos(k(x + \nu t) + \phi) \longrightarrow \text{Onda que se propaga hacia la izquierda} \end{array} \right.$$

# Introducción: Ondas Estacionarias

Dos ondas de igual amplitud y frecuencia, que se propagan en distintas direcciones, interfieren entre sí, formando una Onda Estacionaria



$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1(x, t) = A \cos(k(x - vt) + \phi_1) \\ \psi_2(x, t) = A \cos(k(x + vt) + \phi_2) \end{array} \right.$$

Magia Matemática



$$\psi(x, t) = 2A \cos(kx + \varphi) \cos(\omega t + \delta)$$

Parámetros que dependen de las condiciones de contorno



# Introducción: Condiciones de Contorno

**Extremo** {

**Fijo / Cerrado**  $\longrightarrow \psi(x_e, t) = 0$

**Libre / Abierto**  $\longrightarrow \left. \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right|_{x_e} = 0$

$\psi(0, t)$     $\psi(L, t)$



$$k_m = \frac{m\pi}{L} \quad \Bigg| \quad \lambda_m = \frac{2L}{m}$$

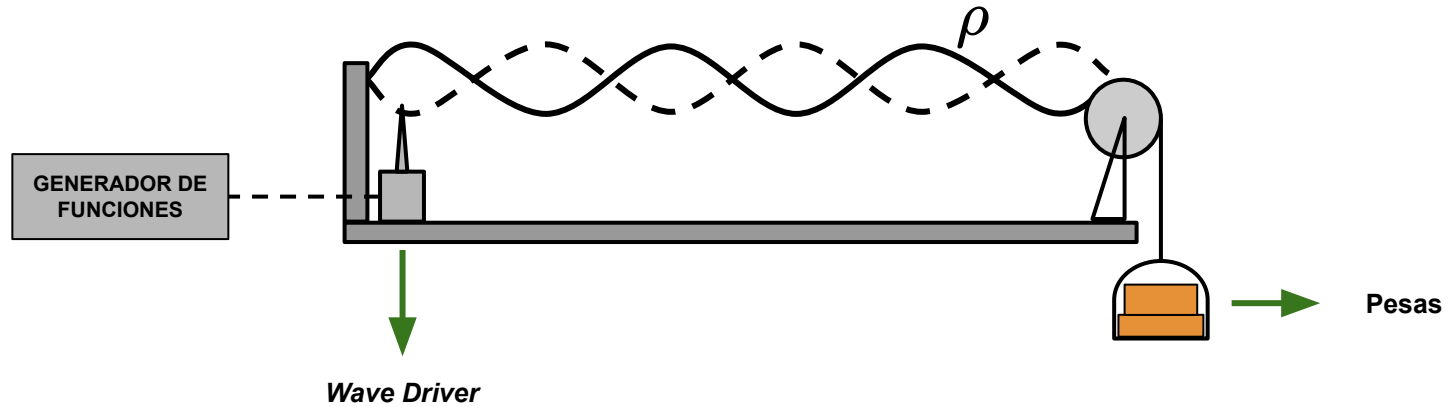


$$k_m = \frac{(2m-1)\pi}{2L} \quad \Bigg| \quad \lambda_m = \frac{4L}{2m-1}$$



$$k_m = \frac{m\pi}{L} \quad \Bigg| \quad \lambda_m = \frac{2L}{m}$$

# Cuerdas: Sistema Experimental



- El *Wave Driver* induce la oscilación de la cuerda
- Variando las pesas, se obtienen distintas tensiones
- Se encuentran disponibles cuerdas de distintos  $\rho$

## IMPORTANTE

Amplitud máxima de entrada al *Wave Driver*: 6 V

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

→ Tensión  
→ Densidad Lineal

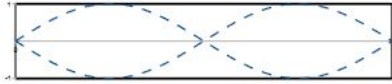
# Cuerdas: Modos Normales

Extremos: Fijo - Fijo  $\longrightarrow k_m = \frac{m\pi}{L}$

$$m = 1$$



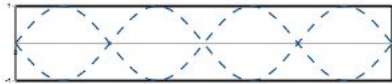
$$m = 2$$



$$m = 3$$

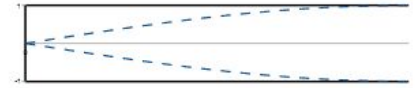


$$m = 4$$

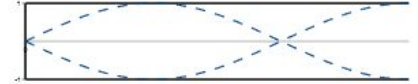


Extremos: Fijo - Libre  $\longrightarrow k_m = \frac{(2m-1)\pi}{2L}$

$$m = 1$$



$$m = 2$$



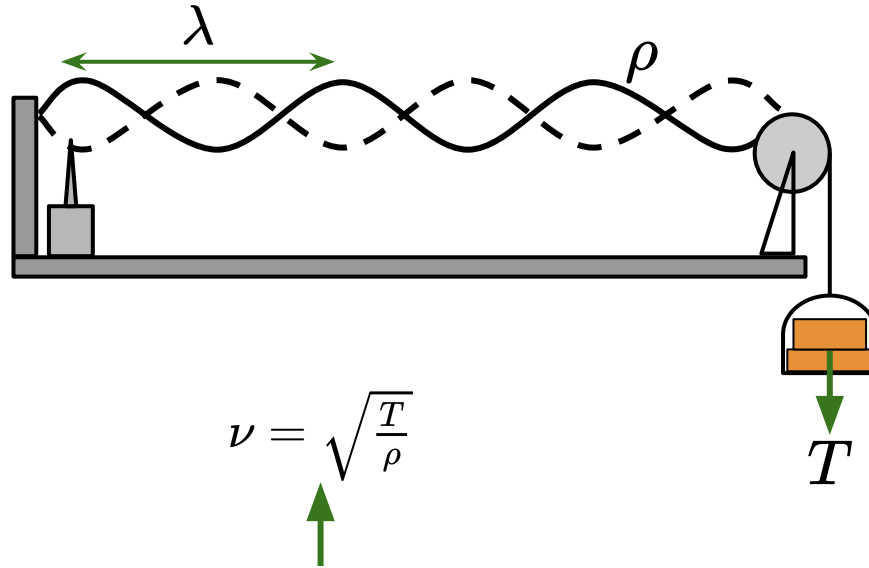
$$m = 3$$



$$m = 4$$



# Cuerdas: Experimento 1



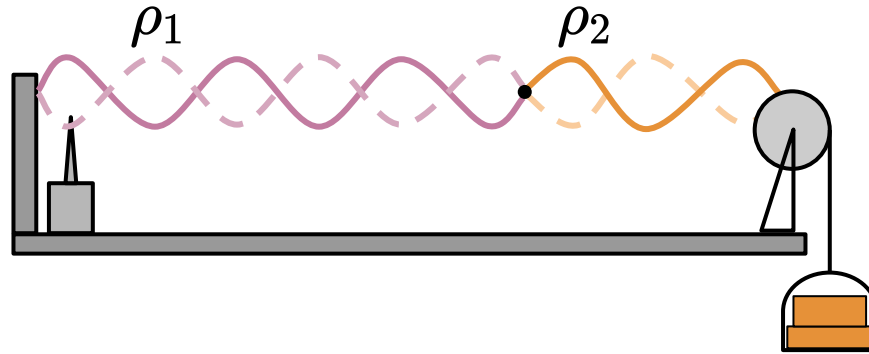
Comparar la velocidad de propagación “teórica” con la “experimental” para:

- Mínimo 3 cuerdas de diferente densidad lineal.
- Para al menos 1 de ellas variar la tensión aplicada ( $T$ ).

$\nu = f\lambda$

Preguntas: ¿Cuál es la longitud efectiva de la cuerda? ¿Qué condición de contorno representa el *wave driver*?

# Cuerdas: Experimento 2



Ambas cuerdas están bajo la misma  $f$  y  $T$ , pero pueden estar en distintos modos.

$$\longrightarrow f = \frac{\nu_1 m_1}{2L_1} = \frac{\nu_2 m_2}{2L_2}$$



Si se observa un nodo en la unión

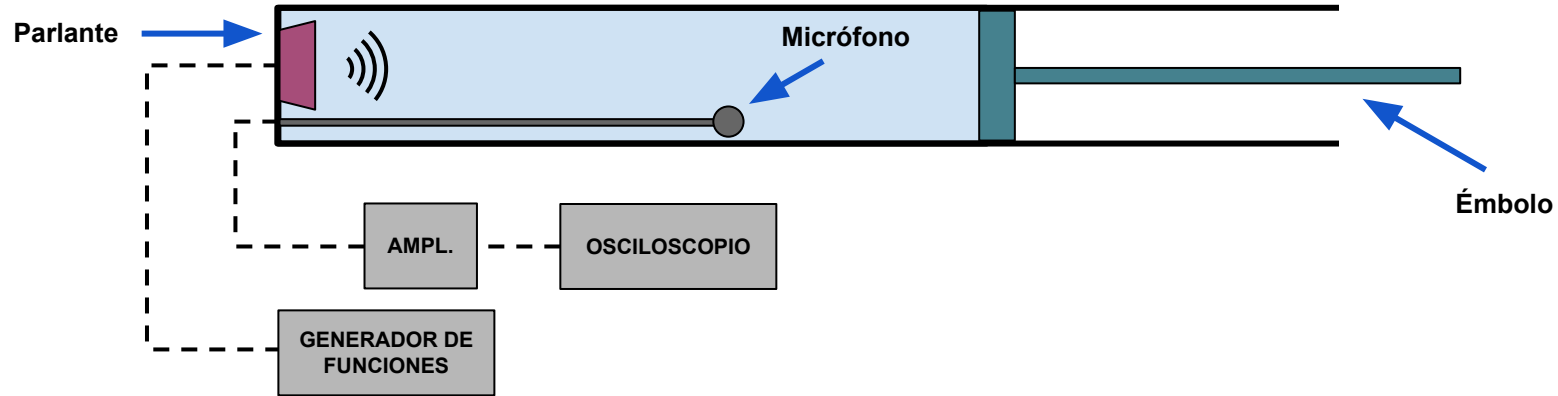
$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}}$$

Unir dos cuerdas de diferente densidad lineal ( $\rho$ ):

- Buscar una frecuencia tal que en la unión haya un nodo.
- Verificar que el comportamiento es el esperado.



# Tubo de Kundt: Sistema Experimental



- El émbolo puede ser removido (extremo abierto) y desplazado (variando la longitud del tubo)
- El micrófono puede ser desplazado, cambiando la posición de medición
- El parlante puede ser separado, creando un extremo abierto

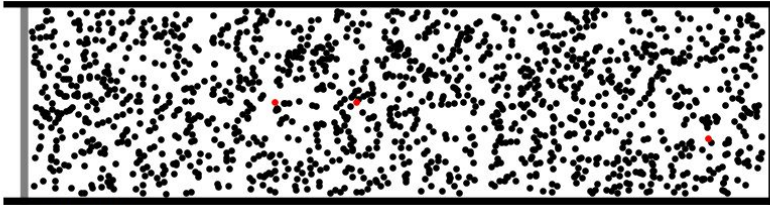
**IMPORTANTE**  
Amplitud máxima de  
entrada al parlante: 2 V

# Tubo de Kundt: ¿Qué medimos?

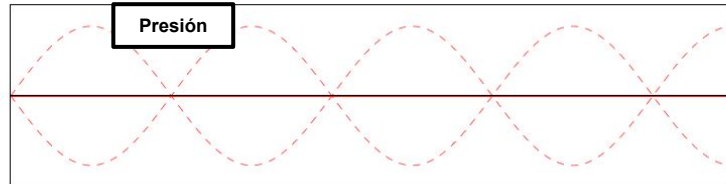
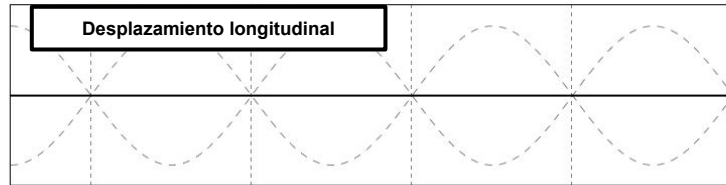
El micrófono es un transductor que convierte presión en voltaje



¿Cómo se relaciona con lo que vimos hasta ahora?



©2012, Dan Russell



Desplazamiento de las partículas respecto la posición de equilibrio

$$P(x, t) = -K \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x}$$

↓ Presión                      ↓ Módulo de Compresibilidad

↑

# Tubo de Kundt: Modos Normales

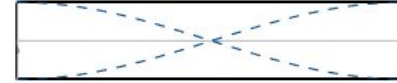
Extremos cerrados:

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

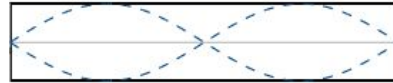
Desplazamiento

Presión

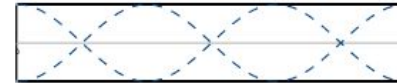
$m = 1$  →



$m = 2$  →



$m = 3$  →



$m = 4$  →



# Tubo de Kundt: Modos Normales

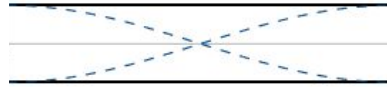
Extremos abiertos:

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

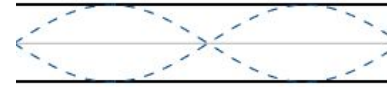
Desplazamiento

Presión

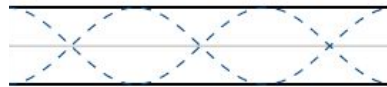
$m = 1$  →



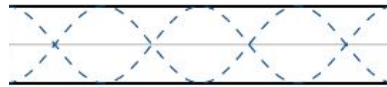
$m = 2$  →



$m = 3$  →



$m = 4$  →



# Tubo de Kundt: Modos Normales

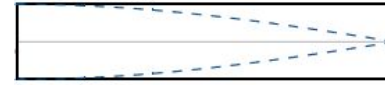
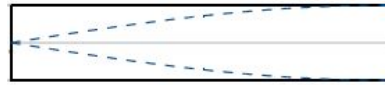
Extremos mixtos:

$$\lambda_m = \frac{4L}{2m-1}$$

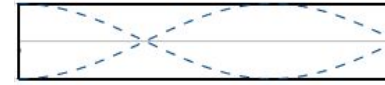
Desplazamiento

Presión

$m = 1$  →



$m = 2$  →



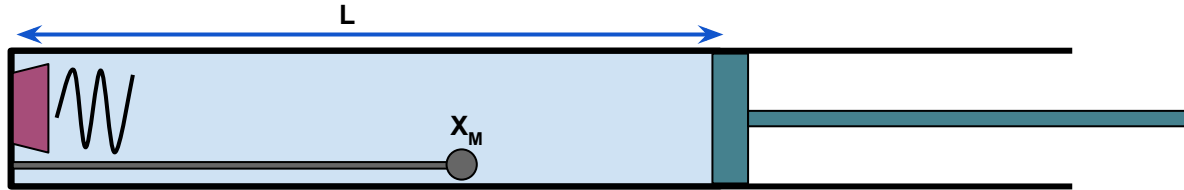
$m = 3$  →



$m = 4$  →



# Tubo de Kundt: Experimento 1

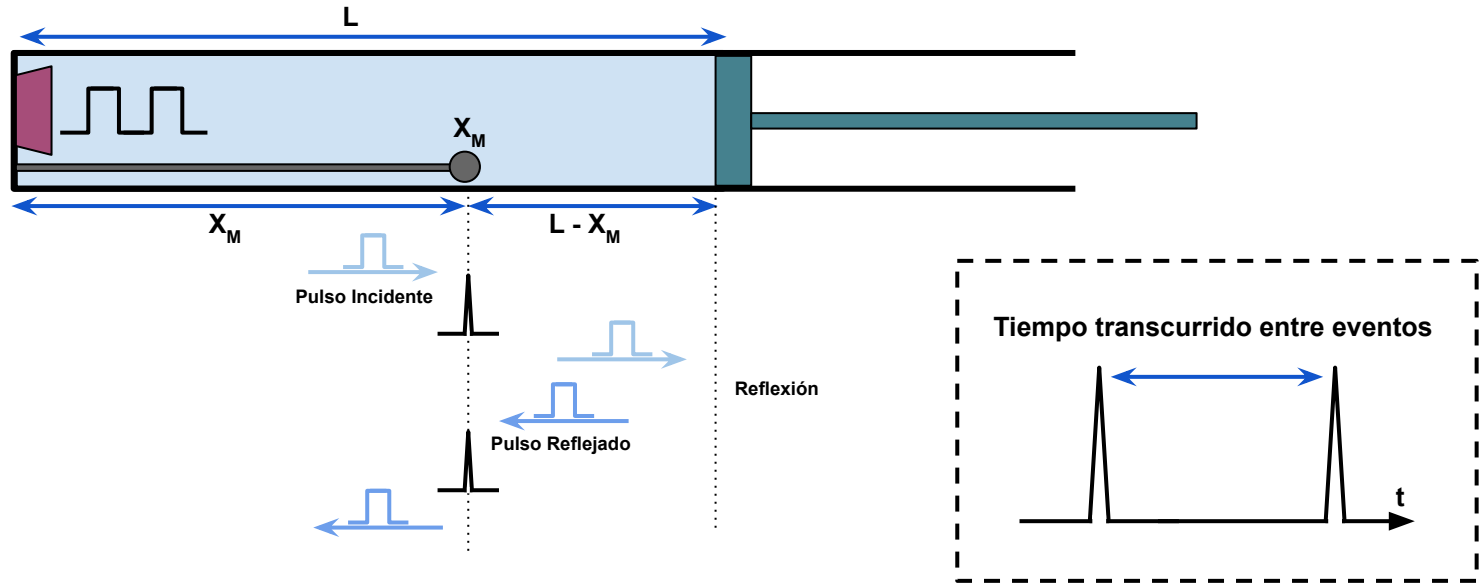


Encontrar las frecuencias resonantes del tubo de Kundt. Para ello:

- Estimar teóricamente la frecuencia de resonancia.  $\longrightarrow \nu = f\lambda$
- Hacer ajuste fino para encontrar la frecuencia real de resonancia.
- Variar la posición del micrófono y obtener la longitud de onda de la onda estacionaria.
- Comparar el valor experimental con el teórico de la velocidad de propagación.
- Elegir una frecuencia de resonancia y medir el perfil completo de presión.
- Hacerlo para los extremos cerrado/abierto y cerrado/cerrado. Utilizar misma longitud L.

Preguntas: ¿El perfil de presión es el esperado? ¿Por qué? ¿Cómo determinamos el largo L?  
¿Cuándo  $L_{eff} \rightarrow L$ ?

# Tubo de Kundt: Experimento 2



Generando una única perturbación:

- Estudiar la respuesta al impulso para distintas condiciones de contorno, ¿cuál es el cambio de fase en cada caso?
- Medir la velocidad de propagación del sonido (tiempo de vuelo entre reflexiones)