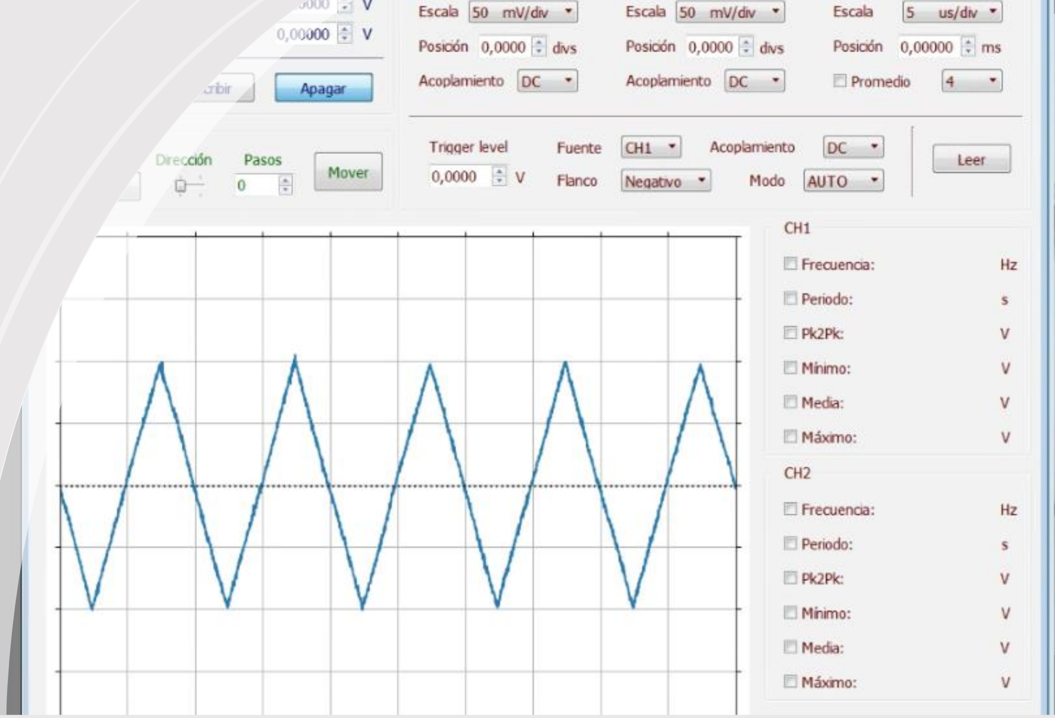
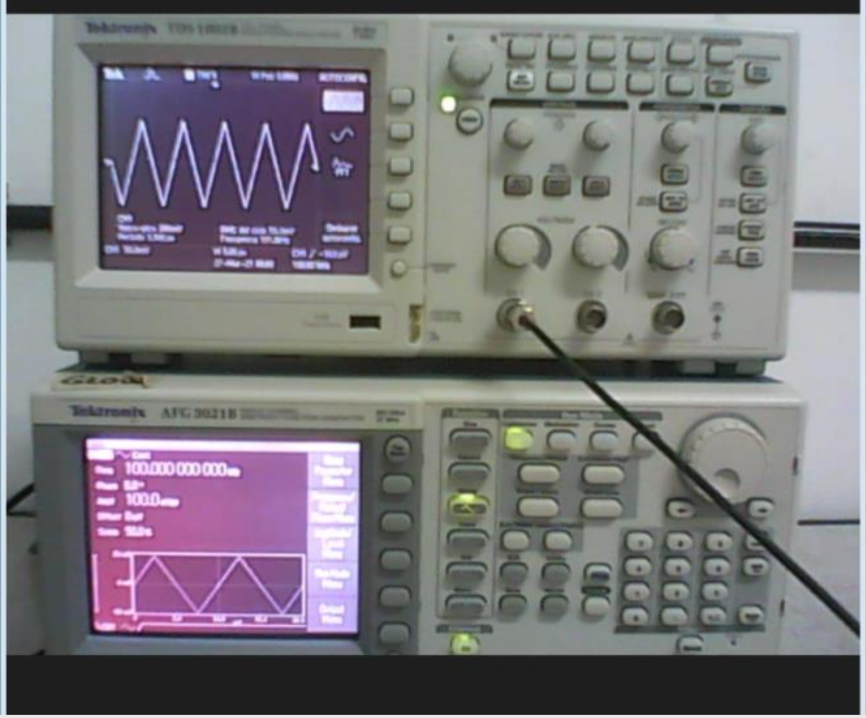
Laboratorio 2
1er cuatr. 2024





Clase 4
18/04/2024
Propagación de ondas libres (III)
Interferencia

La perturbación de la presión en un gas producida por una onda sonora (o ultrasonido) puede escribirse como la suma de ondas de la forma

$$p = p_o \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_o)$$

fase inicial

amplitud de la perturbación

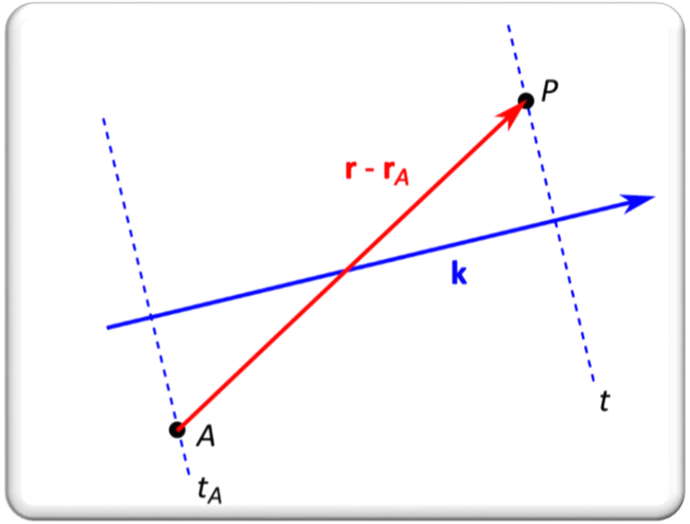
vector número de onda

frecuencia angular

No se debe confundir p_o con la presión del gas sin perturbar.

Por ejemplo, la presión atmosférica en condiciones normales es 101325 Pa, mientras que el umbral de detección del oído humano es de 20 μPa y el umbral de dolor es de 20 Pa.

Se define como <u>fase</u> el término dentro del coseno $\varphi(\vec{r}, t) = \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_o$



Frente de onda de una onda plana

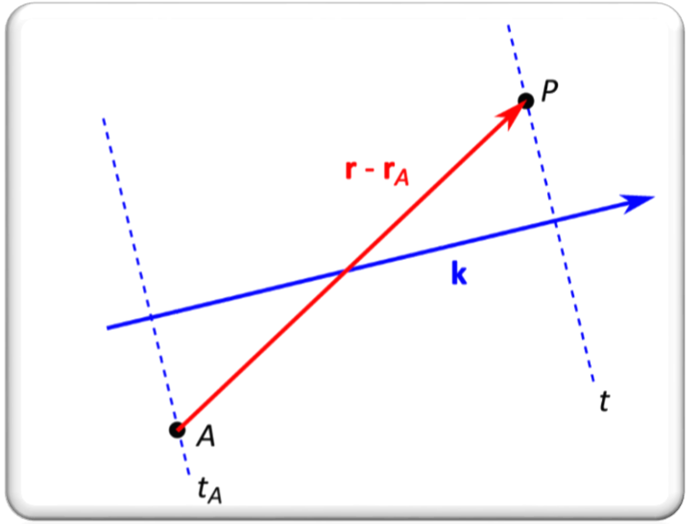
Si en la posición $\boldsymbol{r}_A$ en el instante t_A la perturbación tiene la fase

$$\varphi(\vec{r_A}, t_A) = \vec{k}\cdot\vec{r_A} - \omega t_A + \varphi_o$$

Entonces en otro punto de posición $\boldsymbol{r}$ se tendrá la misma fase en el instante t, tal que

$$\varphi(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r_A}, t_A)$$

$$\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_o = \vec{k}\cdot\vec{r_A} - \omega t_A + \varphi_o \longrightarrow t = t_A + \frac{\vec{k}\cdot(\vec{r} - \vec{r_A})}{\omega}$$



$$t = t_A + \frac{\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r_A})}{\omega} \xrightarrow{\vec{k} = k\hat{k}} t = t_A + \frac{\hat{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r_A})}{c_s}$$

$$c_s = \frac{\omega}{k}$$

Relación de dispersión

Si $\hat{k} \parallel (\vec{r} - \vec{r_A}) \Longrightarrow t = t_A + \frac{|\vec{r} - \vec{r_A}|}{c_s}$

El retraso es el tiempo que tarda la onda en recorrer la distancia entre $\vec{r_A}$ y $\vec{r}$

Suma de ondas

Supongamos tener dos emisores A y B que emiten ondas de acuerdo con

$$\left.\begin{aligned} \varphi_A\,(\overrightarrow{r_A},t) &= -\omega_A t + \varphi_{Ao} \\ \varphi_B\,(\overrightarrow{r_B},t) &= -\omega_B t + \varphi_{Bo} \end{aligned}\right\}$$

Recordemos

$$\varphi(\vec{r},t) = \boxed{\vec{k}\cdot\vec{r}} - \omega t + \varphi_o$$

La posición de los emisores no aparece explícitamente en la fase porque la posición es fija

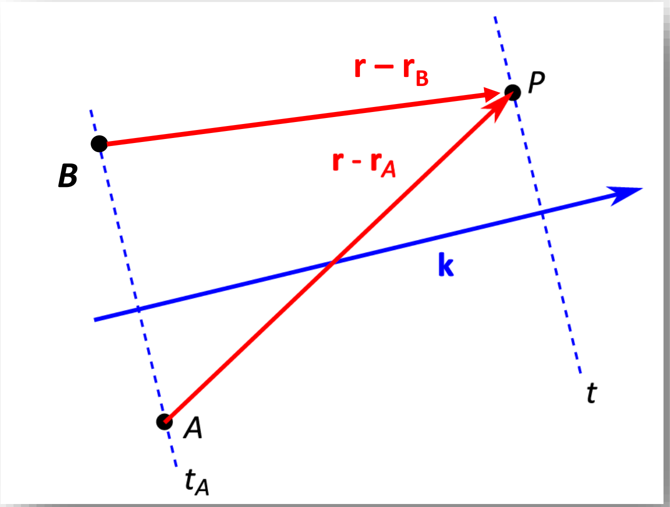
Las fases llegan en el instante t a un detector ubicado en la posición $\vec{r}$

$$\varphi_A\,(\vec{r},t) = \varphi_A\left(\overrightarrow{r_A}\,, t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right)$$

$$= -\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}$$

$$\varphi_B\,(\vec{r},t) = \varphi_B\left(\overrightarrow{r_B}\,, t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right)$$

$$= -\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}$$



Las perturbaciones en la presión se pueden escribir

$$p_A = A\cos(\varphi_A(\vec{r},t)) = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right)$$

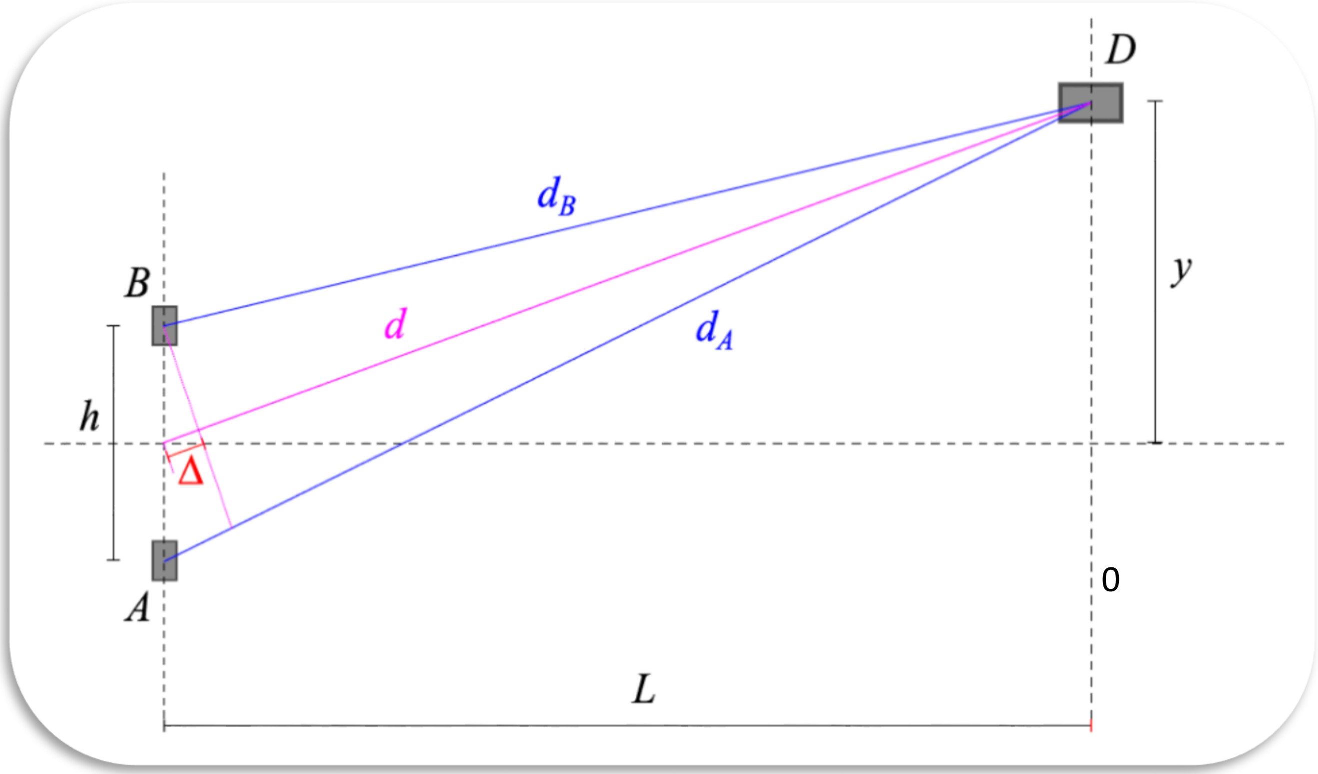
$$p_B = B\cos(\varphi_B(\vec{r},t)) = B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)$$

La presión es una magnitud escalar $\Rightarrow$ La perturbación total en el detector es la suma de las dos presiones

$$p = p_A + p_B$$

$$\boxed{p = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right) + B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\overrightarrow{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)}$$

Experiencia de Young



Se tienen dos emisores A y B separados por una distancia *h* y un detector D que puede desplazarse en línea recta (eje y) sobre un plano situado a una distancia L perpendicular a la recta donde están los emisores.

d_A y d_B son las distancias de las respectivos emisores al detector

$$d_A = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_A| = \sqrt{L^2 + \left(y + \frac{h}{2}\right)^2}$$

$$d_B = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_B| = \sqrt{L^2 + \left(y - \frac{h}{2}\right)^2}$$

Presión en el detector D $\longrightarrow$ $p = p_A + p_B$

$$p = A\cos\left(-\omega_A\left(t - \frac{|\vec{r}-\vec{r_A}|}{c_s}\right) + \varphi_{Ao}\right) + B\cos\left(-\omega_B\left(t - \frac{|\vec{r}-\vec{r_B}|}{c_s}\right) + \varphi_{Bo}\right)$$

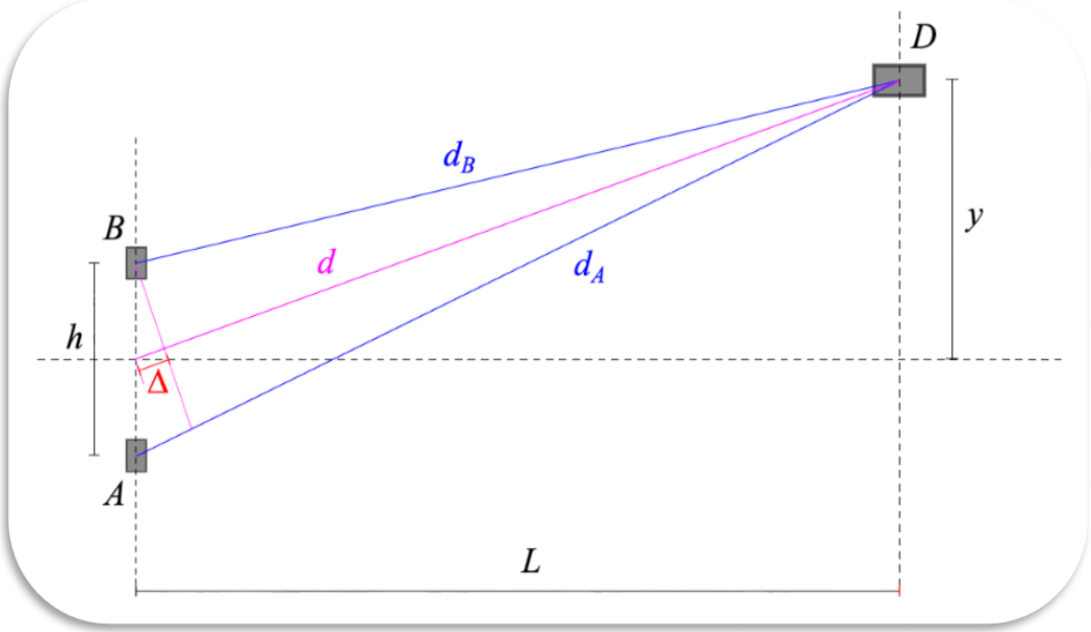
$$p = A\,cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s} + \varphi_{Ao}) \; + B\,cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s} + \varphi_{Bo})$$

$$p = A\cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s} + \varphi_{Ao}) + B\cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s} + \varphi_{Bo})$$

Consideremos que ambos emisores son iguales. Emiten con la misma amplitud y frecuencia.

Se puede imponer que $\varphi_{Ao} = \varphi_{Bo} = 0$ $\Rightarrow$ Se puede elegir t = 0 cuando esto se cumpla.

$$p = A\left\{\cos(-\omega_A t + \omega_A \frac{d_A}{c_s}) + \cos(-\omega_B t + \omega_B \frac{d_B}{c_s})\right\}$$



$$\left.\begin{aligned} d_A &= d + \Delta \\ d_B &= d - \Delta \end{aligned}\right\}$$

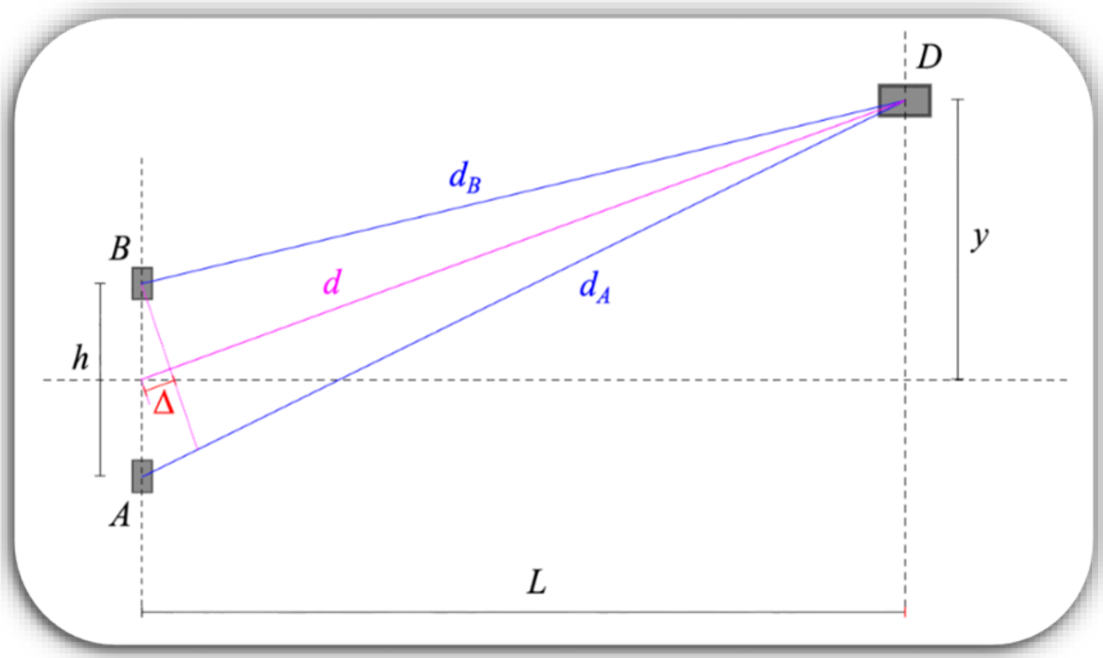
$$p = A\left\{\cos(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s} + \omega \frac{\Delta}{c_s}) + \cos(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s} - \omega \frac{\Delta}{c_s})\right\}$$

$$p = A(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)) \qquad \left\{\begin{aligned} \alpha &= -\omega t + \omega \frac{d}{c_s} \\ \beta &= \omega \frac{\Delta}{c_s} \end{aligned}\right.$$

$$p = 2A\ \cos\alpha \cos\beta$$

Usando trigonometría

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$



$$\alpha = -\omega t + \omega \frac{d}{c_s}$$

$$p = 2A\ \cos\alpha \cos\beta$$

$$\beta = \omega \frac{\Delta}{c_s}$$

$$p = \boxed{\left[2A\cos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right)\right]}\ \boxed{\cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)}$$

amplitud de la onda

oscilación temporal

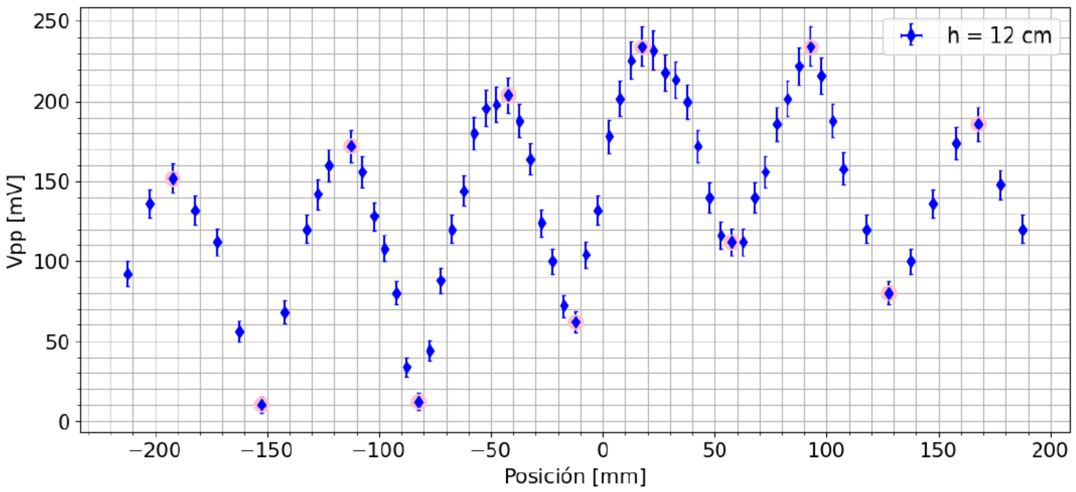
$$p = p_o \cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)$$

$$p_o = 2A\cos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right)$$

Cambios en la distancia d producen cambio de fase en la señal

Cambios en la distancia Δ producen cambios en la amplitud de la señal

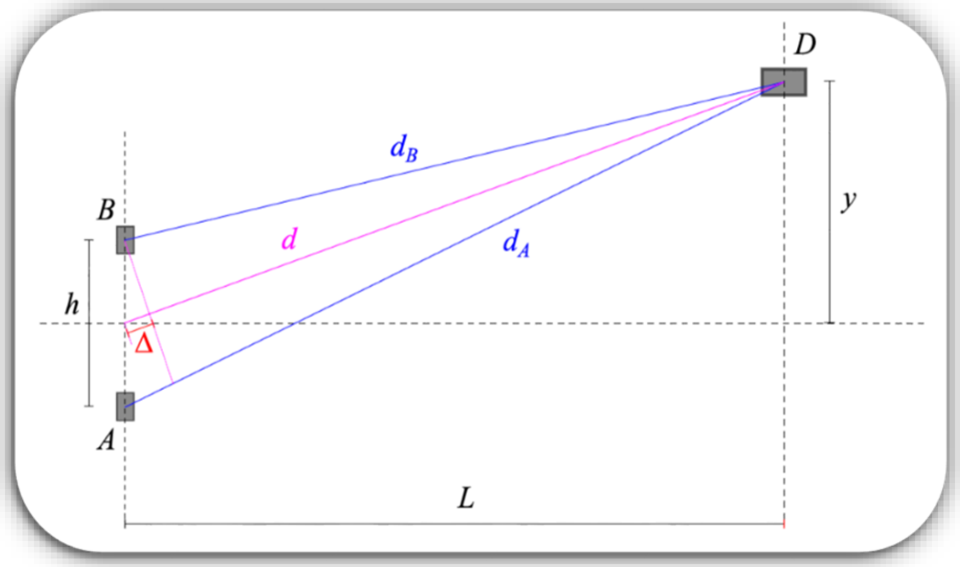
Medición de interferencia medida en el laboratorio
(h = 12 cm, f = 39 kHz)



Franjas de interferencia

De la relación de dispersión $c_s = \dfrac{\omega}{k} \longrightarrow \lambda = 2\pi \dfrac{c_s}{\omega}$

$$p = p_o\, cos\left(-\omega t + \omega \frac{d}{c_s}\right)$$



$$p_o = 2Acos\left(\omega \frac{\Delta}{c_s}\right) \longrightarrow p_o = 2Acos\left(2\pi \frac{\Delta}{\lambda}\right)$$

$$p_o \rightarrow [-2A\,, 2A]$$

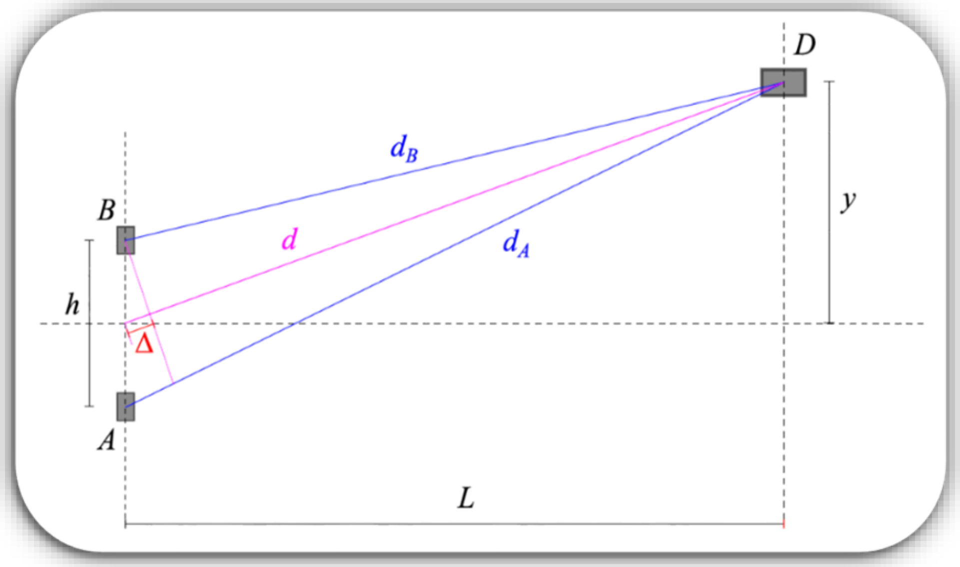
La amplitud tendrá máximos y mínimos cuando Δ tengan valores

$$\Delta_m = \frac{\lambda}{2} m$$

entero

La idea es medir Δ_m en los máximos de interferencia variando la posición del detector y , para valores fijos de L y h.

Si se hace una regresión lineal de Δ_m en función m se puede encontrar la longitud de onda.



Se mide la posición y_m de cada máximo de la señal.

$$\Delta_m = \frac{d_A - d_B}{2} \quad \text{pues} \quad \begin{cases} d_A = d + \Delta \\ d_B = d - \Delta \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{L^2 + \left(y_m + \frac{h}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y_m - \frac{h}{2}\right)^2}\right)}$$

En general $L \gg h$ — Desarrollando en series →

$$\Delta_m = \frac{h}{2}\frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} + O(h^3)$$

Si $y_m << L$ →

$$\Delta_m = \frac{h y_m}{2L}$$

y recordando

$$\Delta_m = \frac{\lambda}{2} m$$

Se puede calcular λ

$$y_m = \frac{\lambda L}{h} m$$

Máximos de interferencia equiespaciados

Se define interfranja $i = y_{m+1} - y_m$ →

$$\boxed{i = \frac{\lambda L}{h}}$$

Hay tres opciones para calcular Δ_m en función m para encontrar la longitud de onda.

$$\Delta_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{L^2 + \left(y_m + \frac{h}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y_m - \frac{h}{2}\right)^2}\right)$$

Opción a

$$\Delta_m = \frac{h}{2}\frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}}$$

Opción b

$$\Delta_m = \frac{h y_m}{2L}$$

Opción c

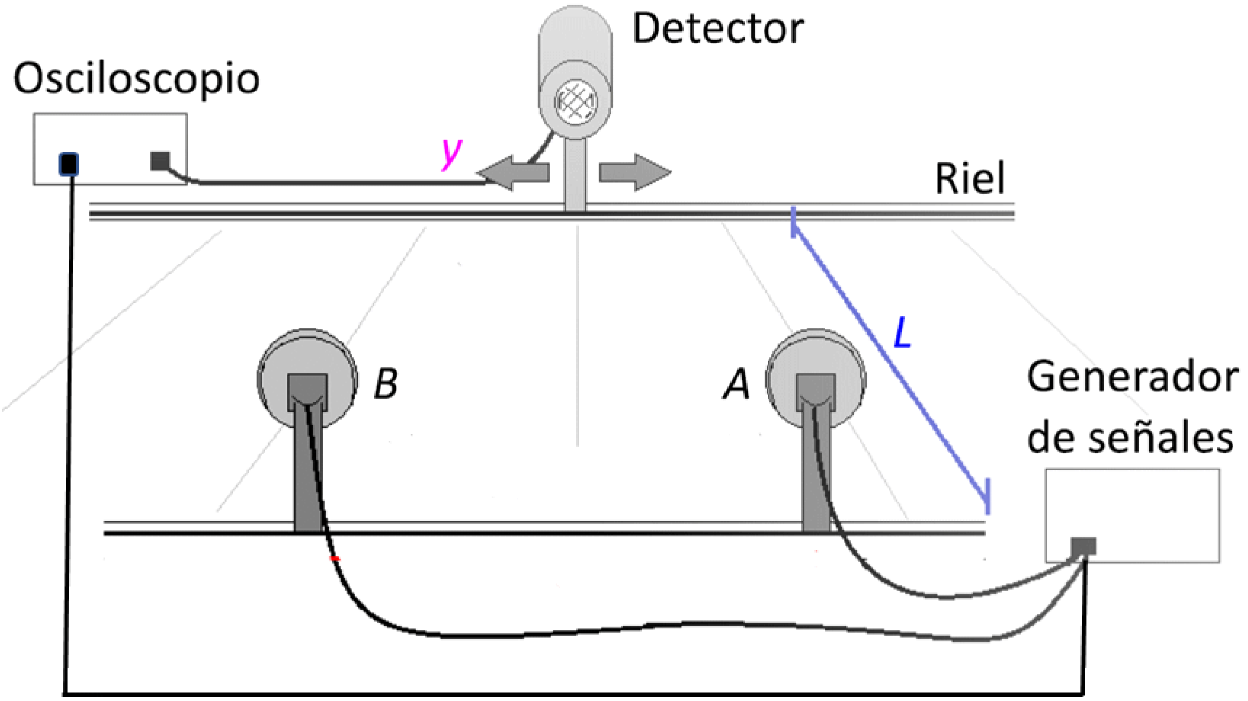
Se puede verificar experimentalmente en que rangos de la figura de interferencias son válidas.

Experiencia

Se desea evaluar la longitud de onda de la onda emitida por dos emisores iguales A y B.

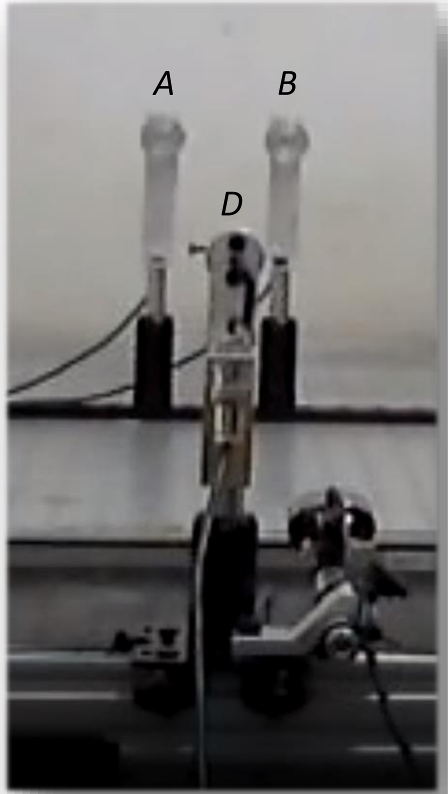
La señales se registran con un detector.

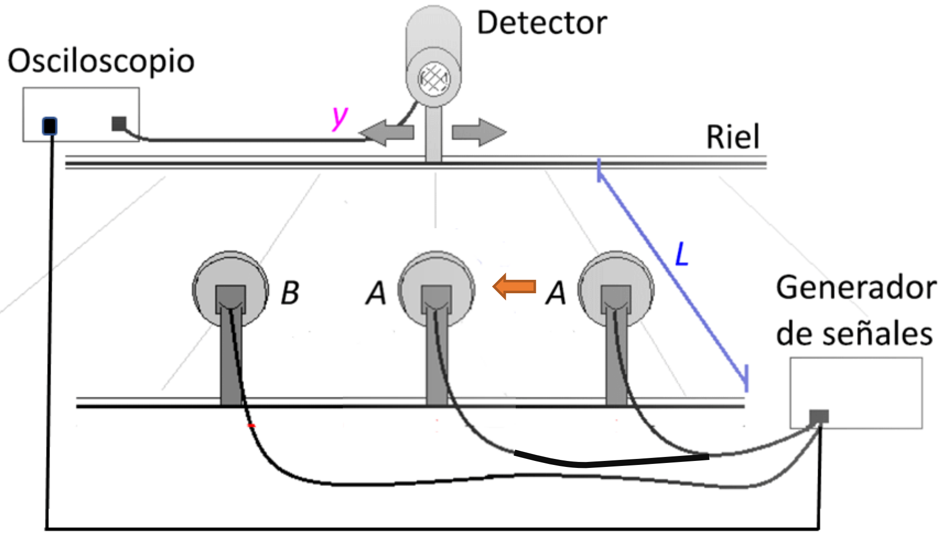
Los emisores A y B son dos transductores piezoeléctricos con la misma (o casi igual) frecuencia característica. Lo mismo el detector.

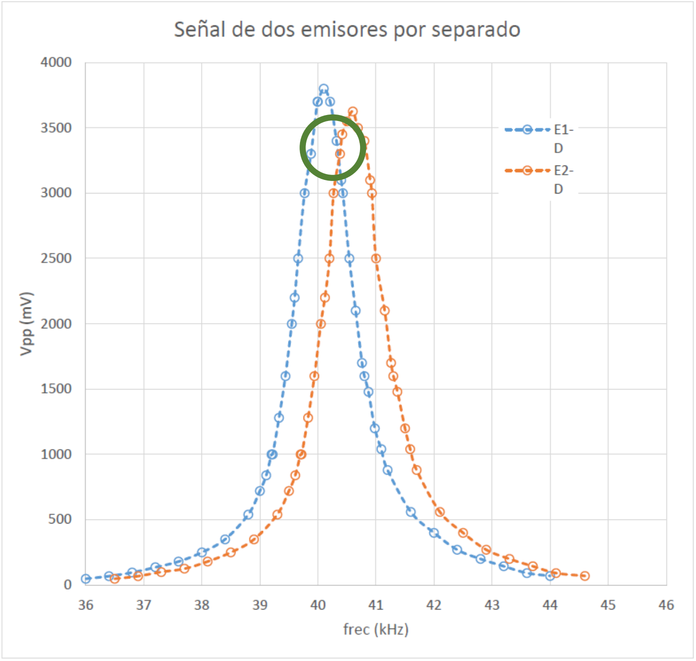


- ¿Existe interferencia?
- ¿Cómo se puede demostrar? ¿Cómo se haría una experiencia a tal efecto?
- ¿A que frecuencia conviene realizar la experiencia?
- ¿Con que tensión Vpp trabajo?

Experiencia

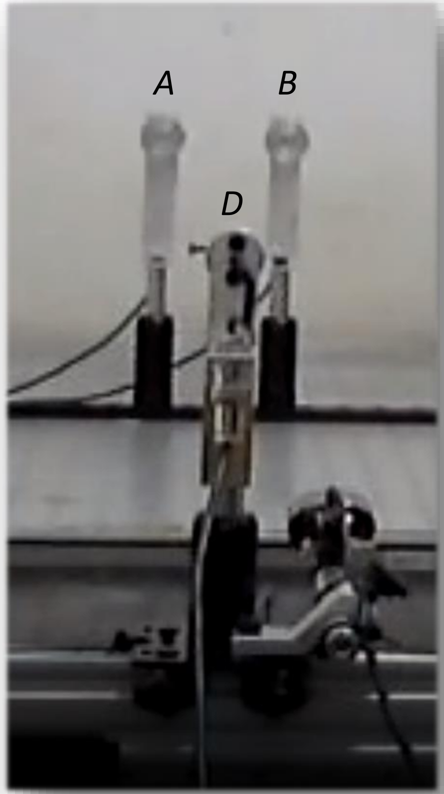


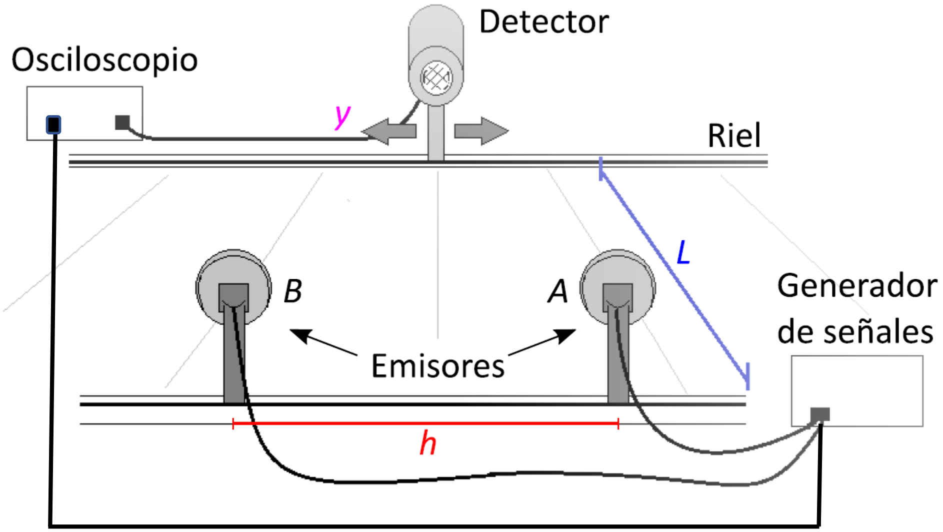




- Montamos dos rieles paralelos en la mesa. En uno de los rieles se ubican los emisores A y B. En el otro riel el Detector.
- Enfrentar el emisor A al Detector y medir la distancia *L* entre ellos.
- Aplicar al emisor un onda senoidal de Vpp ≈ 10 V y obtener la campana de resonancia con los datos Vpp (D) vs frecuencia.
- Repetir lo mismo usando con el Emisor B.
- Generar un gráfico con las curvas de cada campana de resonancia y seleccionar una frecuencia de trabajo donde los Vpp de ambos campanas se superpongan (o sean lo mas parecidas posible).

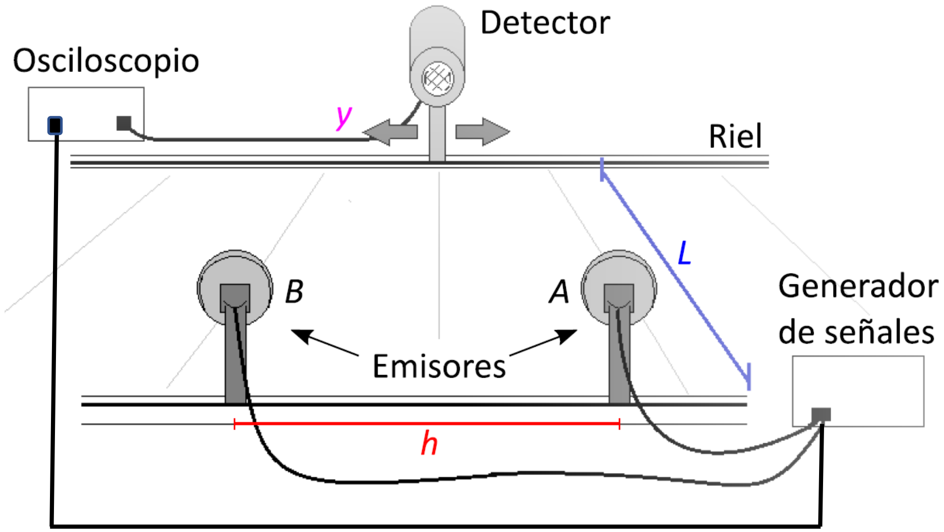
Experiencia





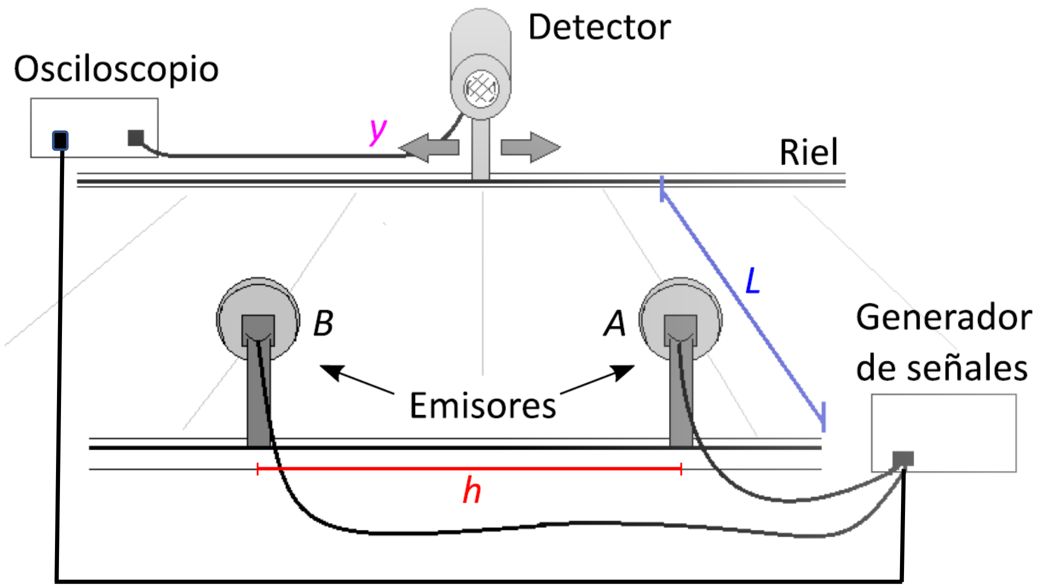
- Montar ambos emisores A y B sobre el mismo riel a una distancia h. Medir esa distancia (entre centros de ambos emisores. Puede ser 5 cm). Los emisores A y B deben estar equiespaciados respecto de la posición del Detector D (en el otro riel).
- Generar la señal senoidal (a la frecuencia hallada previamente) en el generador.
- Con solamente el Emisor A conectado generador de señales, observar en el osciloscopio simultaneamente la señal del generador de señales en un canal y la del detector en el otro. Utilizar la señal del generados para triggerar.
- Desplazar el detector sobre el riel. ¿Que se observa en el osciloscopio ?
- Desconectar el Emisor A del generador de señales y conectar el Emisor B. ¿Qué sucede al desplazar el detector a lo largo del riel ?

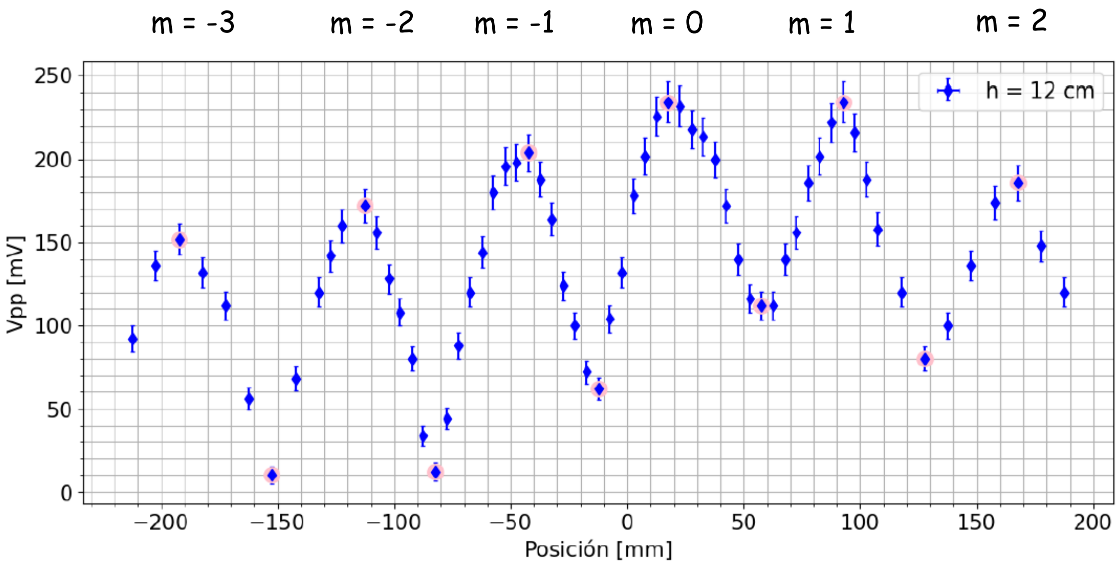
Experiencia



- Con el Generador, aplicar la misma señal senoidal a ambos emisores.
- Registrar la amplitud de la señal (se puede hacer con los cursores del osciloscopio) y la diferencia de fase (con la señal el Generador) recibida en el Detector en función de la posición y.
- ¿Qué intervalos de distancia de la posición (Δy) del detector usaría para este registro?
- Se espera encontrar un diagrama de interferencia

Experiencia





- Al máximo central lo corresponderemos con m = 0. Los siguientes máximos tendrán números enteros positivos hacia un lado del máximo (1,2,3,…) y negativo (-1, -2, -3, …) hacia el lado opuesto.
- Calcular Δ_m a partir de las posiciones y_m (donde están los máximos de interferencia) con las opciones a y b, desarrolladas previamente.
- Sabiendo que $\Delta_m = \frac{\lambda}{2} m$ obtener la longitud onda usando regresión lineal .
- Calcular también la longitud de onda con la opción c (utilizando la interfranja).
- Repetir para otra la distancia h.

$$\Delta_m = \frac{1}{2}\left(\sqrt{L^2 + \left(y_m + \frac{h}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(y_m - \frac{h}{2}\right)^2}\right) \qquad a$$

$$\Delta_m = \frac{h}{2}\frac{y_m}{\sqrt{L^2 + y_m^2}} \qquad b$$

$$\Delta_m = \frac{h y_m}{2L} \qquad c$$

¿ PREGUNTAS ?