

# Transformadores

# Inducción de Faraday → Transformadores

## Oersted

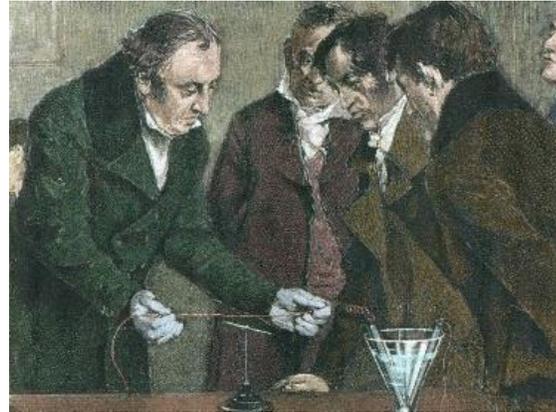
(1820)

“Una corriente eléctrica produce un campo magnético”

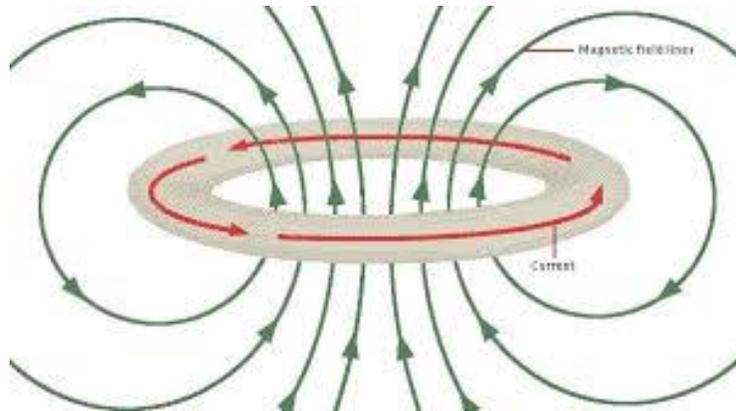


# Inducción de Faraday → Transformadores

Oersted (1820)  
“Una corriente eléctrica produce un campo magnético”



Faraday (1831)  
“Un campo magnético, producirá una corriente”

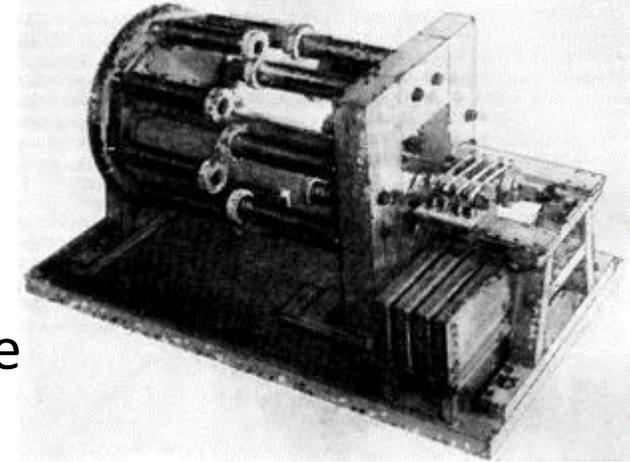


$$V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d(\iint B \cdot dS)}{dt}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{forma local})$$

# Historia (incompleta) de la electricidad:

- 1820 **Oersted** hace su observación.
- 1823 **Ampère** establece los principios de la electrodinámica.
- 1828 **Henry** perfeccionó los electroimanes y desarrolló el concepto de inductancia.
- 1831 **Faraday** liga la variación del flujo magnético a la aparición de una FEM.
- 1834: primer **motor eléctrico** (**Moritz von Jacobi**). En 1839 lo aplicaron para propulsar un barco.
- 1866: primer **generador eléctrico** (**Werner von Siemens**).
- 1870: **Maxwell** formuló las cuatro ecuaciones que sirven de fundamento de la teoría Electromagnética.
- 1880-1890 Inventos de **Edison** y de **Tesla**. → Lámparas, Redes eléctricas hogareñas, diversos inventos y aplicaciones...



# “Infinitas” aplicaciones:

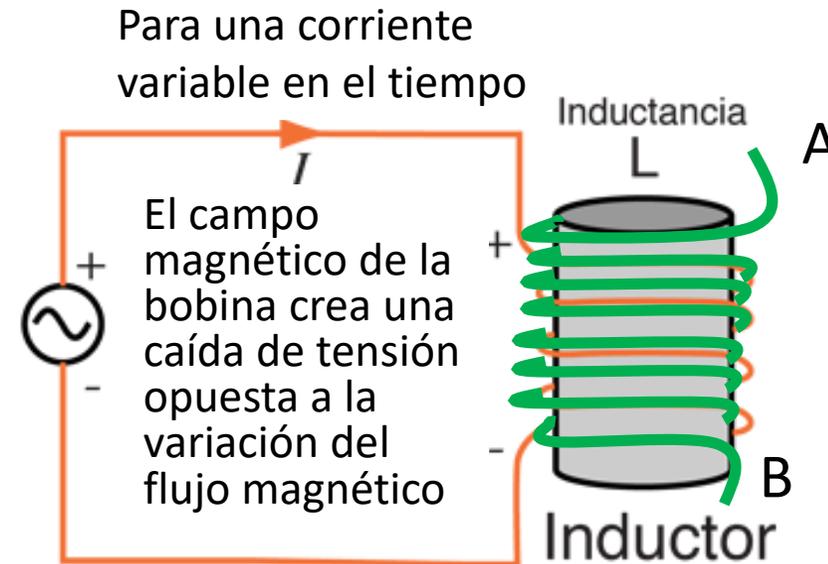


# Acoplamiento inductivo

## Ley de Faraday

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$\varepsilon = -N_1 A_1 \frac{dB}{dt} = -L_1 \frac{dI}{dt}$$



Agregamos una bobina concéntrica de  $N_2$  espiras

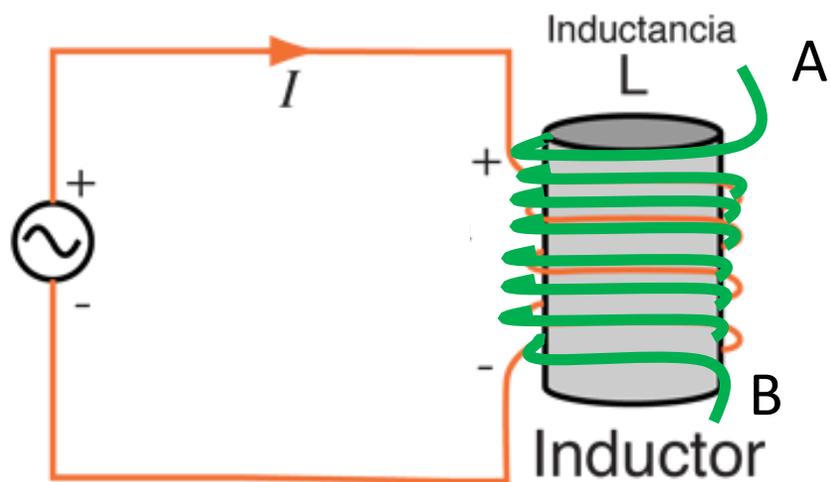
¿Cuánto vale  $V_{AB}$  si  $I = \text{cte.}$ ?  $\longrightarrow V_{AB} = 0$

¿Cuánto vale  $V_{AB}$  si  $I$  varía con el tiempo?  $\longrightarrow V_{AB} = - \frac{d\phi_{21}}{dt} =$

$$A_2 \leq A_1$$

$$V_{AB} = -N_2 A_2 \frac{dB}{dt} = -M \frac{dI}{dt}$$

# Acoplamiento inductivo

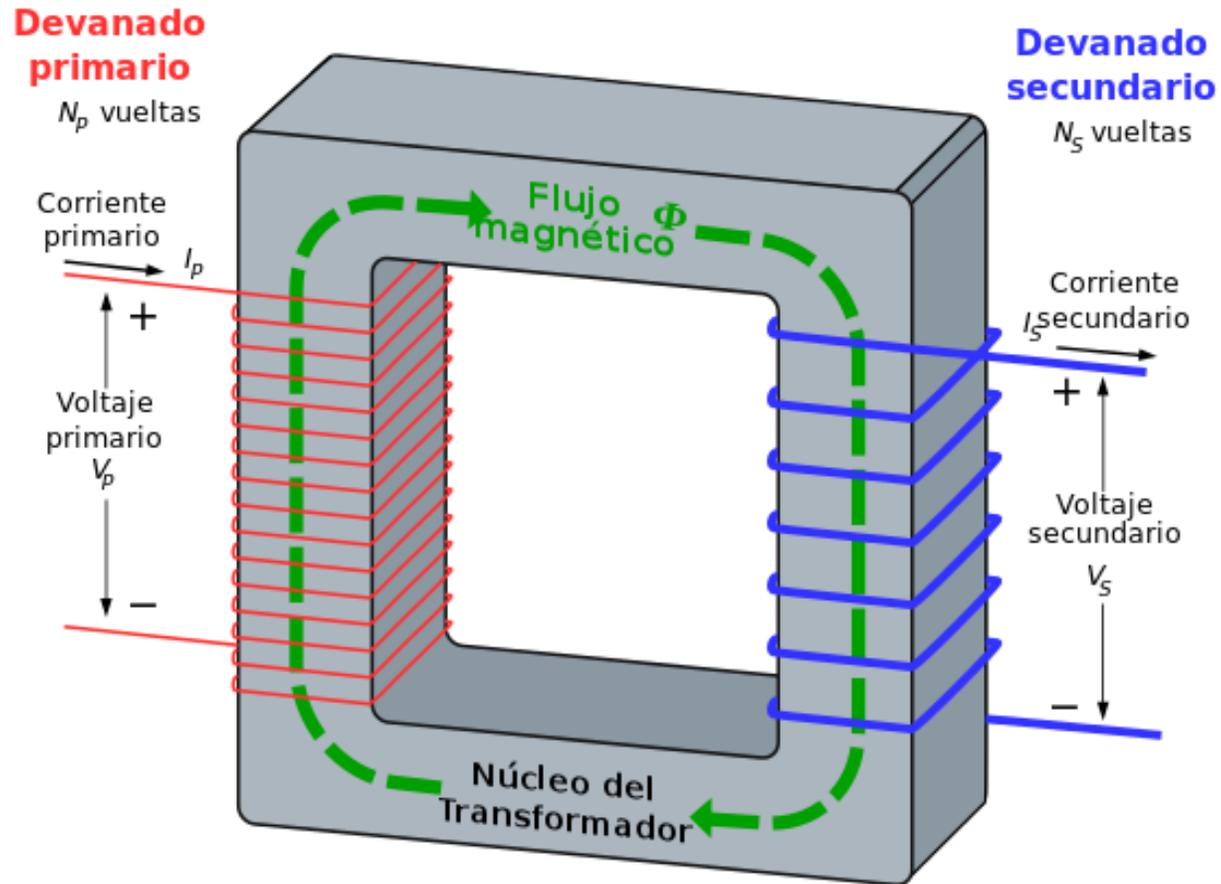


$$L_1 = \frac{\mu N_1^2 A}{h}$$

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A}{h}$$

$$M = \frac{\mu N_1 N_2 A}{h} = \sqrt{L_1 L_2}$$

# Transformadores:



$$L_{p,s} = \mu N_{p,s}^2 \frac{A}{L} \quad n = \frac{N_s}{N_p}$$

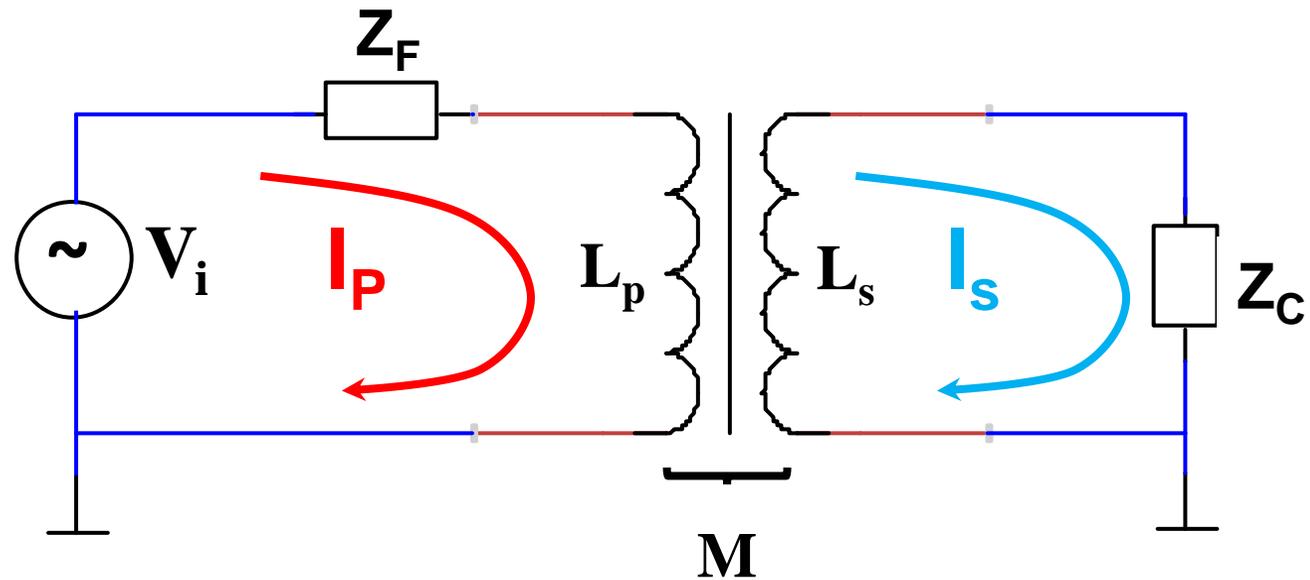
Transformador ideal

$$M = \sqrt{L_p L_s}$$

Transformador NO ideal

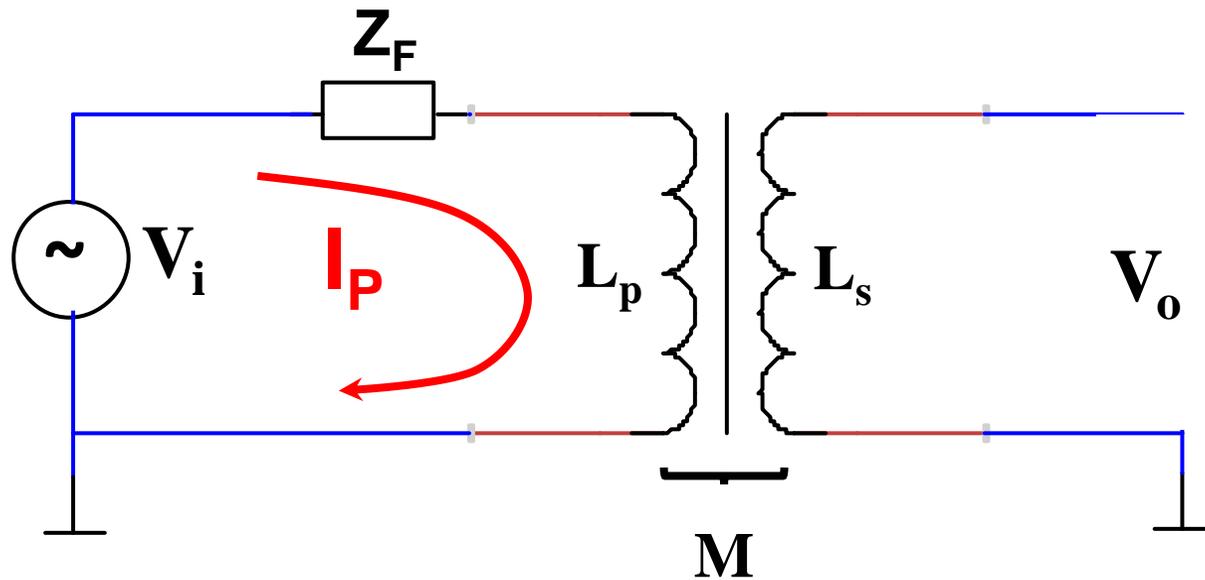
$$M = k \sqrt{L_p L_s} \quad k < 1$$

# Transformadores:



$$\begin{cases} V_i = I_p (Z_F + j\omega L_p) \pm I_s j\omega M \\ 0 = \pm I_p j\omega M + I_s (Z_C + j\omega L_s) \end{cases}$$

# Transformadores:



$$Z_C = \infty \longrightarrow I_s = 0$$

$$V_i = I_p (R_p + j\omega L_p)$$

$$V_o = \pm I_p j\omega M$$

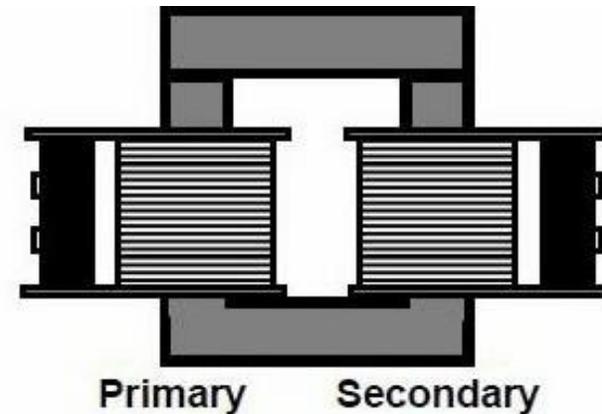
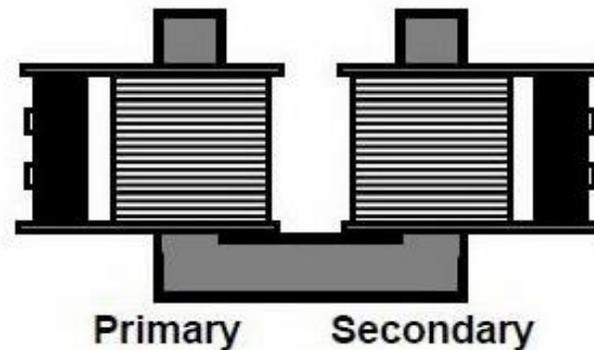
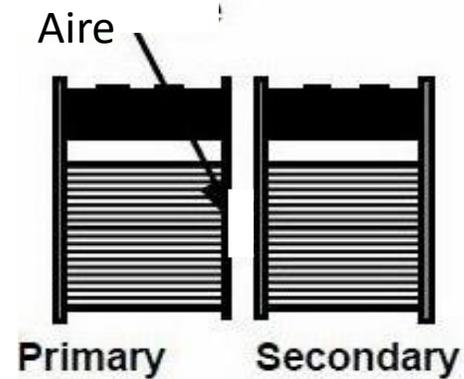
$$\begin{cases} V_i = I_p (Z_F + j\omega L_p) \pm I_s j\omega M \\ 0 = \pm I_p j\omega M + I_s (Z_C + j\omega L_s) \end{cases}$$

Transformador ideal

$$R_p \ll \omega L_p$$

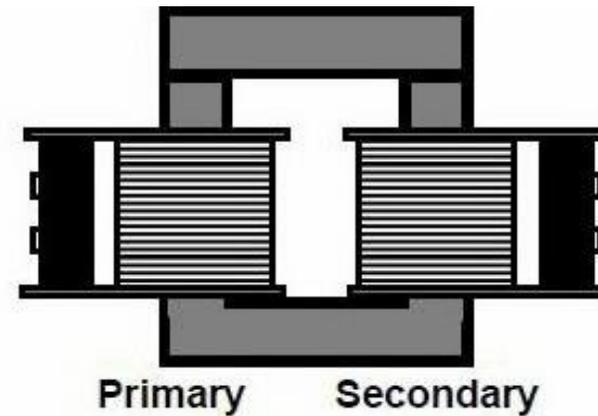
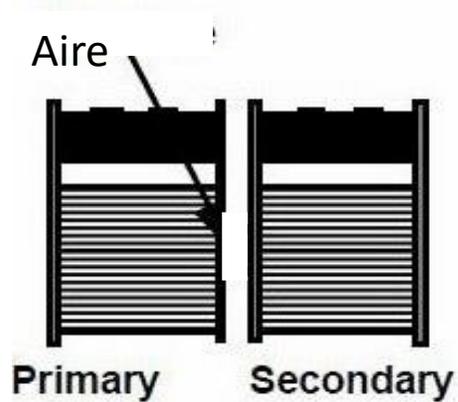
$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{M}{L_p} = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} = n = \frac{N_s}{N_p} \quad \frac{L_s}{L_p} = n^2$$

# Estudio de acoplamiento de circuitos



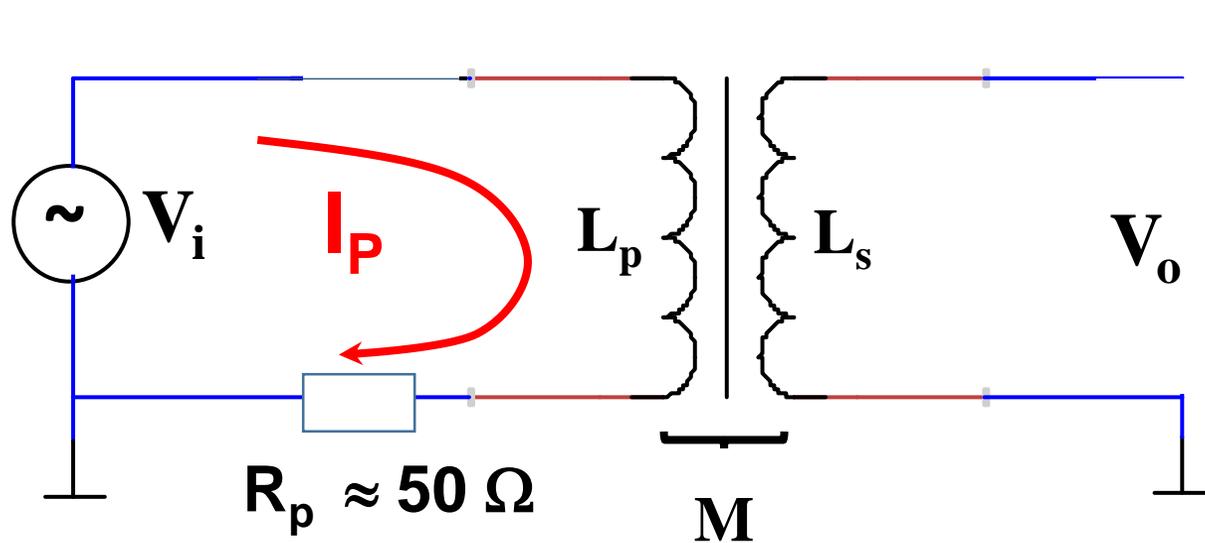
Comparar el acoplamiento entre bobinas para tres configuraciones a frecuencia fija ( $\approx 300$  Hz)

# Estudio de acoplamiento de circuitos



Seleccionar dos configuraciones y caracterizar el acoplamiento (determinar  $M$ )

# Transformadores:



$$V_i = I_p (R_p + j\omega L_p)$$

$$V_o = \pm I_p j\omega M$$

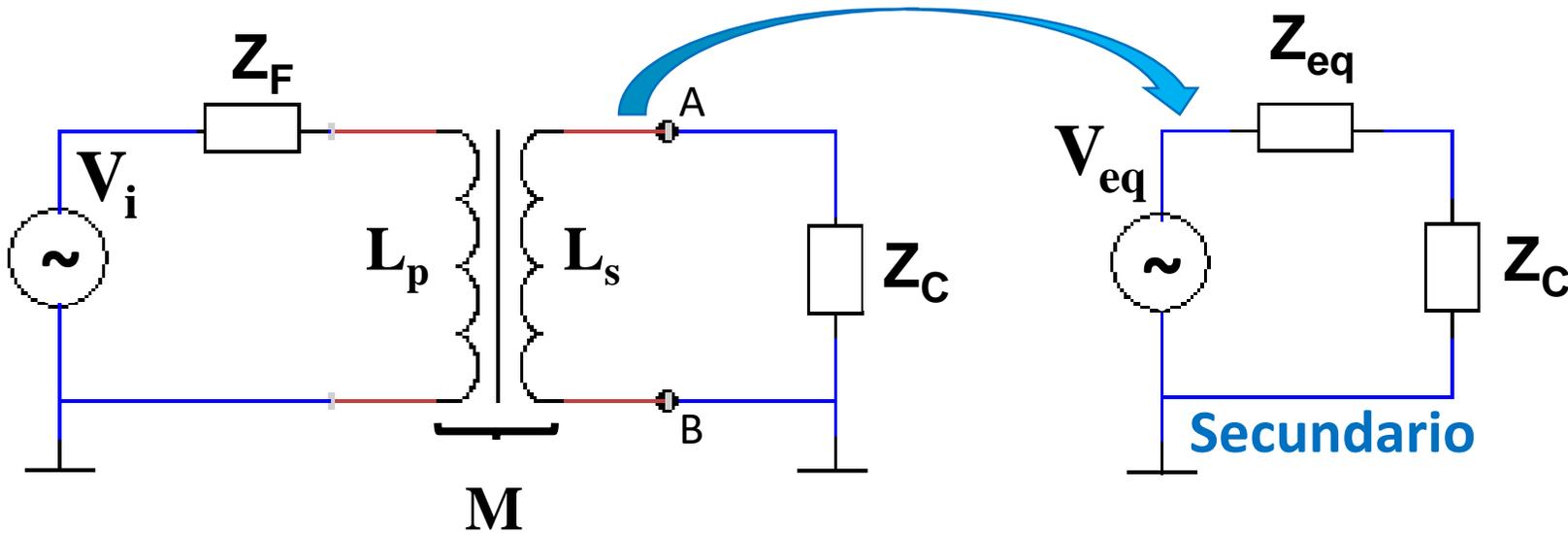
Medir  $V_o$  y  $V_R$

Estudiar  $I_p$  vs frecuencia y obtener  $M$

Determinar  $L_p$  y  $L_s$ , y evaluar  $k$

Estudiar para las dos configuraciones

# Transformadores con carga:



$$V_{eq} = V_{AB}(I_s = 0) = \pm I_p j\omega M$$

$$I_p = \frac{V_i}{Z_F + j\omega L_p}$$

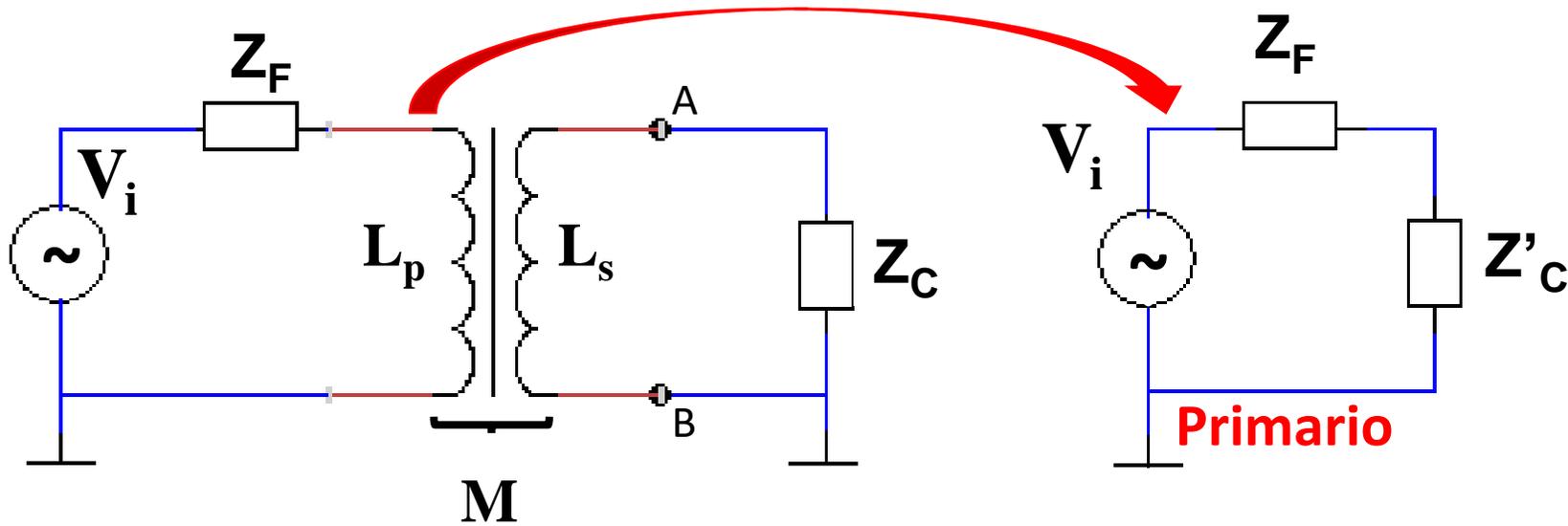
$$\frac{L_s}{L_p} = n^2$$

$$\frac{|V_{eq}|}{|V_i|} = \frac{\omega M}{\sqrt{Z_F^2 + (\omega L_p)^2}} = \frac{M}{L_p} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_{0p}}{\omega}\right)^2}} \underset{R_p \ll \omega L_p}{\simeq} k n \quad \text{con} \quad \omega_{0p} = \frac{R_p}{L_p} \quad (Z_F = R_p)$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{eq}}{I_s(Z_C = 0)} = \frac{j\omega L_s V_i}{Z_p I_p} = \frac{j\omega L_s \left(Z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s}\right)}{Z_p} = j\omega L_s + \frac{\omega^2 M^2}{R_p + j\omega L_p} \simeq j\omega(L_s - k^2 L_s) + \frac{M^2}{L_p^2} R_p \simeq n^2 R_p$$

Impedancia del primario reflejada en el secundario

# Transformadores:



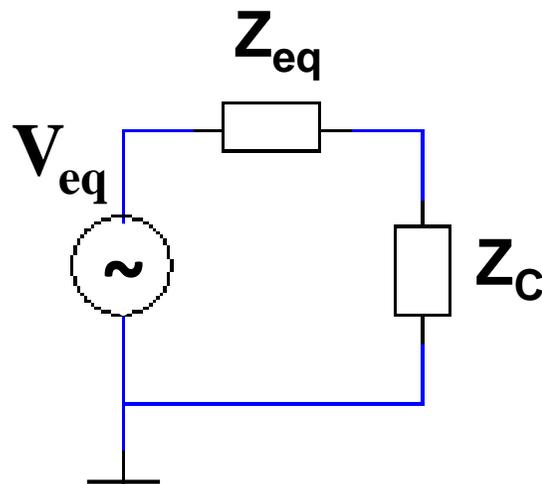
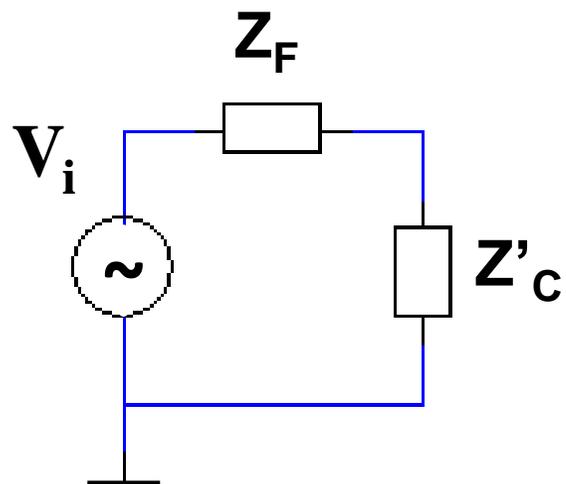
$$V_i = I_p \left[ Z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s} \right] = I_p Z_T$$

$$Z_T = R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s} \stackrel{\omega L_p \gg R_p}{\approx} R_p + \frac{Z_c}{n^2}$$

**Impedancia del secundario  
reflejada en el primario**

# Transformador ideal: ( $k = 1$ )

$$M = \sqrt{L_p L_s} \quad \frac{L_s}{L_p} = n^2 \quad \omega L_{p,s} \gg R_{p,c}$$



$$V_{eq} = \pm n V_i \quad I_s = \pm \frac{I_p}{n}$$

$$V_{eq} = V_s \quad (I_s = 0)$$

$$Z'_C = \frac{Z_C}{n^2}$$

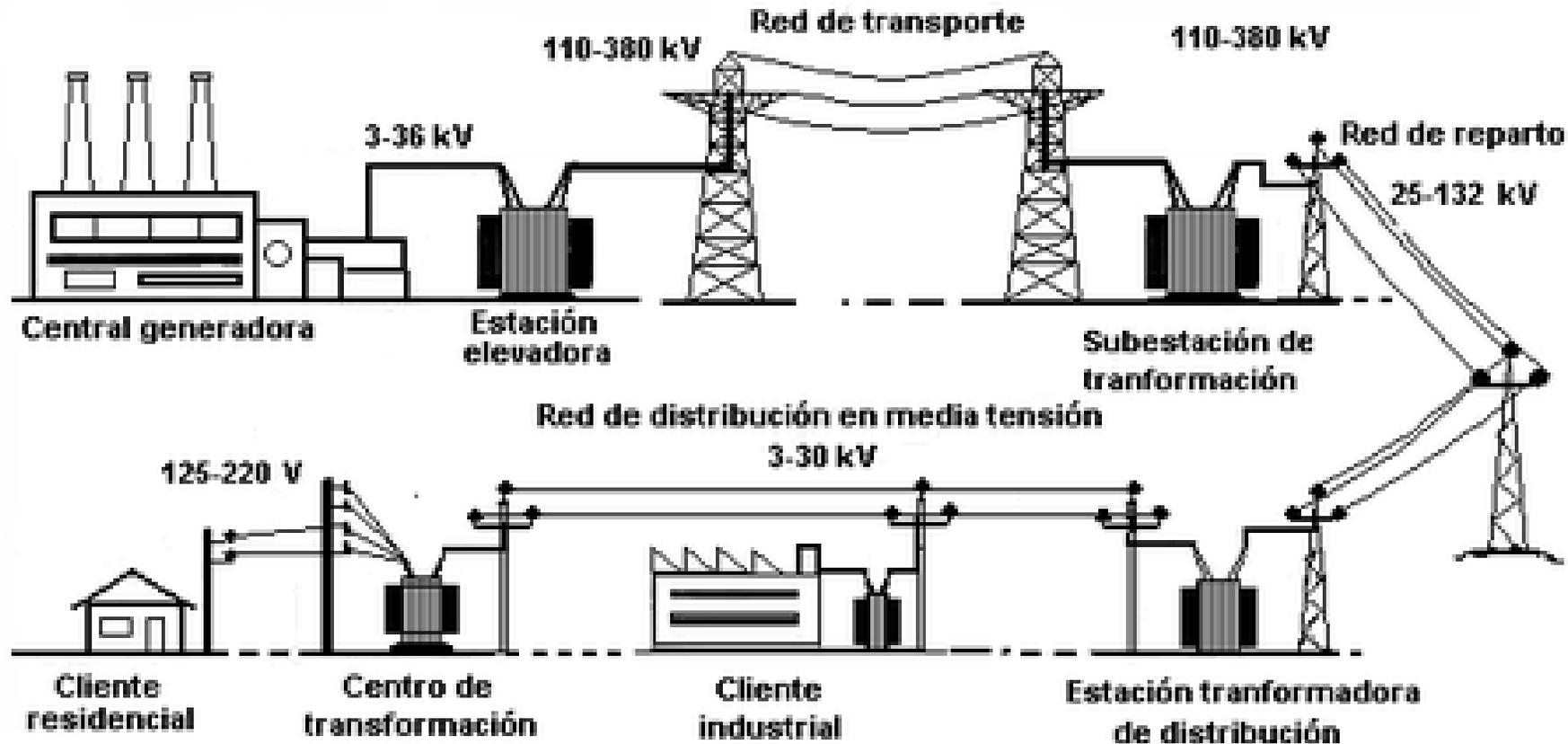
$$Z_{eq} = n^2 R_p$$



$$I_p V_p = I_s V_s$$

**Se conserva la energía!**

# Red de distribución eléctrica:



Conviene transportar la “energía eléctrica” como alta tensión – baja corriente

Propuesta → caracterizar un “trafo”



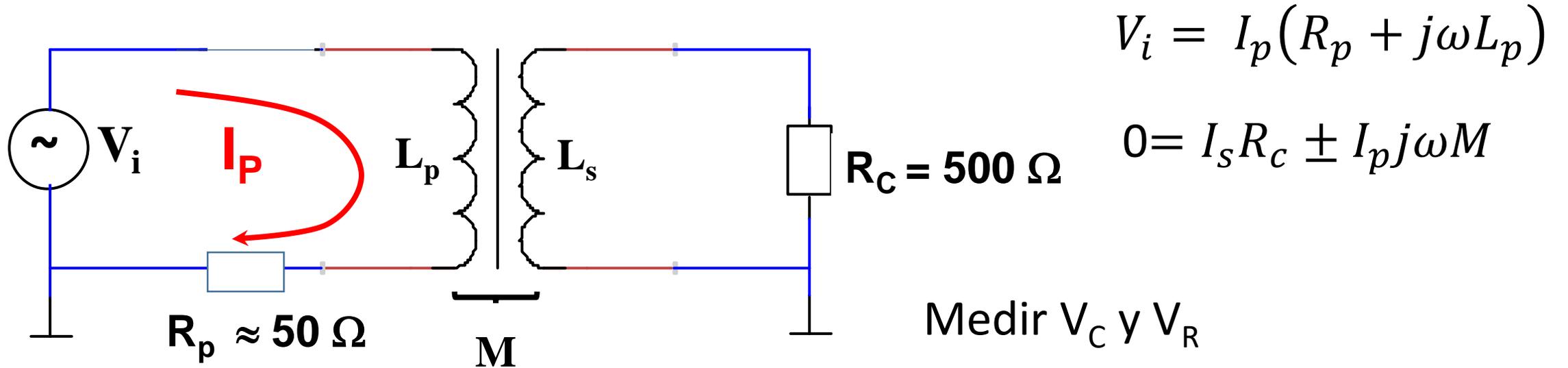
- Verificar relaciones entre  $V_p - V_s$  y  $I_p - I_s$
- Determinar  $n$
- Determinar  $L_p$ ,  $L_s$  y  $k$

# Medición del Transformador “sin carga”

Realizar la medición con el mismo método empleado el transformador experimental

Determinar  $L_p$ ,  $L_s$  y  $M$  usando una frecuencia fija  $f \approx 1$  kHz

# Transformador con carga:



Estudiar la relación  $I_p / I_s$

Determinar  $L_p$  y  $L_s$ , y evaluar  $k$

Estudiar para las dos configuraciones

## Puntos de Control

1. Caracterizar las distintas configuraciones de transformador experimental
2. Medir ( $V_i$  vs  $I_p$ ) a secundario abierto y determinar  $L$  de cada bobinado. Medir  $V_s$  en función de  $f$  y determinar  $M$  y  $k$  a secundario "abierto".
3. Para el transformador determinar  $L$  de cada bobinado y  $M$ .
4. Con una carga fija en el secundario, medir ( $I_p$  vs  $I_s$ ) y comparar con la relación entre las tensiones
5. Comparar con los datos del fabricante del transformador